

تهیه کنندگان:
 جابر عامری، مریم غزنوی، آناهیتا کمیجانی، افشین ملاسعیدی

درس چهارم: دنباله‌های حسابی و هندسی

دنباله حسابی

در صفحات قبل، مثال‌هایی از الگوهای عددی خطی ارائه شد. نام دیگر این گونه الگوهای عددی، دنباله‌های حسابی است. به عبارت دیگر:

دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنباله می‌گویند.

فعالیت



۱ سال‌های برگزاری مسابقات المپیک از آغاز هزاره سوم میلادی به بعد به صورت زیر است که جملات یک دنباله حسابی اند.

۲۰۰۰, ۲۰۰۴, ۲۰۰۸, ۲۰۱۲, ۲۰۱۶, ۲۰۲۰,

الف) جمله اول و قدر نسبت این دنباله را مشخص کنید. $t_1 = 2000$, $d = 4$

ب) نهمین دوره المپیک در این هزاره در چه سالی برگزار خواهد شد؟ ۲۰۳۲

پ) با تکمیل جدول زیر، جمله عمومی این دنباله را به دست آورید.

t_1	t_2	t_3	t_4	...	t_n	...
۲۰۰۰	$2000 + 1(4)$	$2000 + 2(4)$	$2000 + 3(4)$...	$2000 + (n-1)(4)$...

ت) بیست و چهارمین دوره المپیک در هزاره سوم میلادی در چه سالی برگزار خواهد شد؟

$$t_{24} = 2000 + (24 - 1)(4) = 2092$$

۲ با تکمیل جدول زیر، سعی کنید ساختار کلی جمله عمومی یک دنباله حسابی را به دست آورید.

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	...	t_n	...
t_1	$t_1 + 1d$	$t_1 + 2d$	$t_1 + 3d$	$t_1 + 4d$	$t_1 + 5d$...	$t_1 + (n-1)d$...

+d +d +d

همان طور که مشاهده شد،

جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدر نسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

کار در کلاس

۱ در دنباله‌های حسابی زیر با مشخص کردن قدرنسبت، سه جمله بعدی را بنویسید و سپس جمله عمومی هر کدام را به دست آورید.

الف) $5, 10, 15, 20, \boxed{25}, \boxed{30}, \boxed{35}, \dots, d=5, a_n = 5 + (n-1)5 = 5n$

ب) $1, 3, 5, 7, \boxed{9}, \boxed{11}, \boxed{13}, \dots, d=2, b_n = 1 + (n-1)2 = 2n - 1$

پ) $5, 9, 13, 17, \boxed{21}, \boxed{25}, \boxed{29}, \dots, d=4, c_n = 5 + (n-1)4 = 4n + 1$

ت) $13, 7, 1, -5, \boxed{-11}, \boxed{-17}, \boxed{-23}, \dots, d=-6, d_n = 13 + (n-1)(-6) = -6n + 19$

۲ A و B دو شرکت عرضه کننده سیم کارت‌های تلفن همراه با شرایط زیرند.

سیم کارت‌های شرکت B
هزینه ثابت ماهانه: ۳۰۰۰ تومان
هزینه هر دقیقه مکالمه: ۲۰ تومان

سیم کارت‌های شرکت A
هزینه ثابت ماهانه: ۲۰۰۰ تومان
هزینه هر دقیقه مکالمه: ۳۰ تومان



فرض کنیم a_n نشان دهنده هزینه کل n دقیقه مکالمه ماهانه از طریق سیم کارت شرکت A و b_n هزینه مشابه برای استفاده از سیم کارت شرکت B باشد.

الف) مقدار a_n و b_n را بر حسب n بنویسید. $a_n = 2000 + 30n$ و $b_n = 3000 + 20n$
ب) جدول زیر را کامل کنید.

n: زمان مکالمه ماهانه (دقیقه)	۰	۴۰	۸۰	۱۲۰	۱۶۰
هزینه سیم کارت A: a_n	۲۰۰۰	۳۲۰۰	۴۴۰۰	۵۶۰۰	۶۸۰۰
هزینه سیم کارت B: b_n	...	۳۸۰۰	۴۶۰۰	۵۴۰۰	۶۲۰۰

پ) آیا a_n و b_n هر کدام می‌توانند جمله عمومی یک دنباله حسابی باشند؟ بله چرا؟

اگر جواب مثبت است، قدرنسبت هر یک را مشخص کنید.

زیرا جمله عمومی آنها به شکل یک دنباله خطی است. دلیل دیگر اینکه اختلاف هر دو جمله ی متوالی آنها مقدار ثابتی است.

$$a_n : d = 3200 - 2000 = 1200 \quad \text{و} \quad b_n : d = 3800 - 3000 = 800$$

ت) سارا در هر ماه حدود یک ساعت و فاطمه ماهانه تقریباً ۱۵۰ دقیقه با تلفن همراه مکالمه

می‌کنند. به هر یک از آنها کدام سیم کارت را پیشنهاد می‌کنید؟ چرا؟

$$a_{60} = 3800, \quad b_{60} = 4200 \Rightarrow \text{به سارا سیم کارت شرکت A را پیشنهاد می‌کنیم.}$$

$$a_{150} = 6500, \quad b_{150} = 6000 \Rightarrow \text{به فاطمه سیم کارت شرکت B را پیشنهاد می‌کنیم.}$$

در دنباله حسابی زیر جمله شانزدهم را به دست آورید. $4, 11, 18, 25, \dots$
 حل: آرتین و آرکان این مثال را به روش‌های زیر حل کرده‌اند. شما کدام روش را می‌پسندید؟



آرتین: از جمله عمومی دنباله حسابی استفاده می‌کنیم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_{16} = t_1 + 15d$$

$$= 4 + (15)(7)$$

$$= 109$$

آرکان: یک الگوی خطی با قدرنسبت 7 داریم. پس

$$t_n = 7n + b$$

$$t_1 = 7(1) + b$$

$$4 = 7 + b \Rightarrow b = -3$$

جمله عمومی $t_n = 7n - 3$

$$t_{16} = 7(16) - 3$$

$$t_{16} = 109$$

کار در کلاس

- ۱ الف) یک دنباله حسابی با قدرنسبت مثبت مثال بزنید که جمله چهارم آن 10 باشد. \dots و 10 و 8 و 6 و 4
 ب) یک دنباله حسابی با قدرنسبت منفی مثال بزنید که جمله چهارم آن 10 باشد. \dots و 10 و 15 و 20 و 25
 پ) دنباله‌ای حسابی مثال بزنید که تنها سه جمله مثبت داشته باشد و سایر جملات آن منفی باشند. \dots و 3 و 1 و 3 و 5



بویانمایی روی سفال

۲ الف) بین 18 و 62 سه عدد را چنان قرار دهید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی بدهند. در این حالت می‌گوییم بین 18 و 62 سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم.
 حل: با فرض اینکه 18 جمله اول باشد، قدرنسبت را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

t_1				t_5
18	29	40	51	62

$\begin{cases} t_1 = 18 \\ t_5 = 62 \Rightarrow t_1 + 4d = 62 \Rightarrow d = 11 \end{cases}$

توجه: برای محاسبه‌ی قدرنسبت می‌توان از رابطه $d = \frac{t_n - t_m}{n - m}$ نیز استفاده کرد.

بنابراین $d = \frac{t_5 - t_1}{5 - 1} = \frac{62 - 18}{4} = 11$

ب) بین 20 و 80 به تعداد مشخص شده در هر مورد واسطه حسابی درج کنید.

$d = \frac{t_3 - t_1}{3 - 1} = \frac{80 - 20}{2} = 30$

20	50	80
----	----	----

20	40	60	80
----	----	----	----

$d = \frac{t_4 - t_1}{4 - 1} = \frac{80 - 20}{3} = 20$

$d = \frac{t_5 - t_1}{5 - 1} = \frac{80 - 20}{4} = 15$

20	35	50	65	80
----	----	----	----	----

20	32	44	56	68	80
----	----	----	----	----	----

$d = \frac{t_6 - t_1}{6 - 1} = \frac{80 - 20}{5} = 12$

$d = \frac{t_7 - t_1}{7 - 1} = \frac{80 - 20}{6} = 10$

20	30	40	50	60	70	80
----	----	----	----	----	----	----

۱ از بین دنباله‌های زیر، دنباله‌های حسابی را مشخص کنید و در هر یک از آنها با تعیین قدرنسبت، جمله بیست و یکم را بیابید.

الف) $d = 7$ و حسابی $3, 10, 17, 24, \dots$

ب) $1, 2, 4, 8, \dots$ نا حسابی

$$t_{21} = a + 20 \cdot d = 3 + 140 = 143$$

پ) $d = \sqrt{3}$ و حسابی $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, \dots$

ت) $d = -3$ و حسابی $10, 7, 4, 1, \dots$

$$t_{21} = a + 20 \cdot d = \sqrt{3} + 20 \cdot \sqrt{3} = 21\sqrt{3}$$

$$t_{21} = a + 20 \cdot d = 10 + (-60) = -50$$

ث) $d = \frac{1}{5}$ و حسابی $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1, \dots$

ج) $d = 0$ و حسابی $2, 2, 2, 2, \dots$

$$t_{21} = a + 20 \cdot d = \frac{2}{5} + \frac{20}{5} = \frac{22}{5}$$

$$t_{21} = a + 20 \cdot d = 2 + 0 = 2$$

۲ در یک دنباله حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب 20 و 56 است. دنباله را مشخص کنید؛ یعنی با به دست آوردن جمله اول و قدرنسبت، جملات دنباله را بنویسید.

$$d = \frac{t_7 - t_3}{7 - 3} = \frac{56 - 20}{4} = 9 \quad t_3 = a + 2d = 20 \rightarrow a + 18 = 20 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \text{دنباله: } 2, 11, 20, 29, \dots$$

۳ در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول 3 و مجموع سه جمله بعدی آن 39 است. دنباله را مشخص کنید.

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = 3 \\ t_4 + t_5 + t_6 = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + a + d + a + 2d = 3 \\ a + 3d + a + 4d + a + 5d = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 3d = 3 \\ 3a + 12d = 39 \end{cases} \xrightarrow{\times(-)} \begin{cases} -3a - 3d = -3 \\ 3a + 12d = 39 \end{cases}$$

$$9d = 36 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow a = -3$$

دنباله: $-3, 1, 5, 9, \dots$

۴ الف) دو جمله بعدی الگوی مقابل را با رسم شکل بیابید و نوع دنباله را مشخص کنید.

دنباله از نوع حسابی است: $1, 5, 9, 13, \dots$

ب) جمله عمومی آن را مشخص کنید.

$$a = 1, d = 4 \Rightarrow t_n = 1 + (n - 1) \times 4 \Rightarrow t_n = 4n - 3$$

پ) جمله چندم این دنباله 397 است؟

$$t_n = 397 \Rightarrow 4n - 3 = 397 \Rightarrow n = 100$$

۵ الف) واسطه حسابی بین 5 و 11 چه عددی است؟

$$d = \frac{t_3 - t_1}{3 - 1} = \frac{11 - 5}{2} = 3 \Rightarrow 5, \boxed{8}, 11$$

ب) واسطه حسابی بین 20 و 30 چه عددی است؟

$$d = \frac{t_3 - t_1}{3 - 1} = \frac{30 - 20}{2} = 5 \Rightarrow 20, \boxed{25}, 30$$

پ) از دو قسمت قبل چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ واسطه‌ی حسابی دو عدد، همان میانگین آنها است.

به عبارت دیگر: اگر c و b و a سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، b را واسطه‌ی حسابی نامیده و داریم: $b = \frac{a+c}{2}$ یا $a+c = 2b$

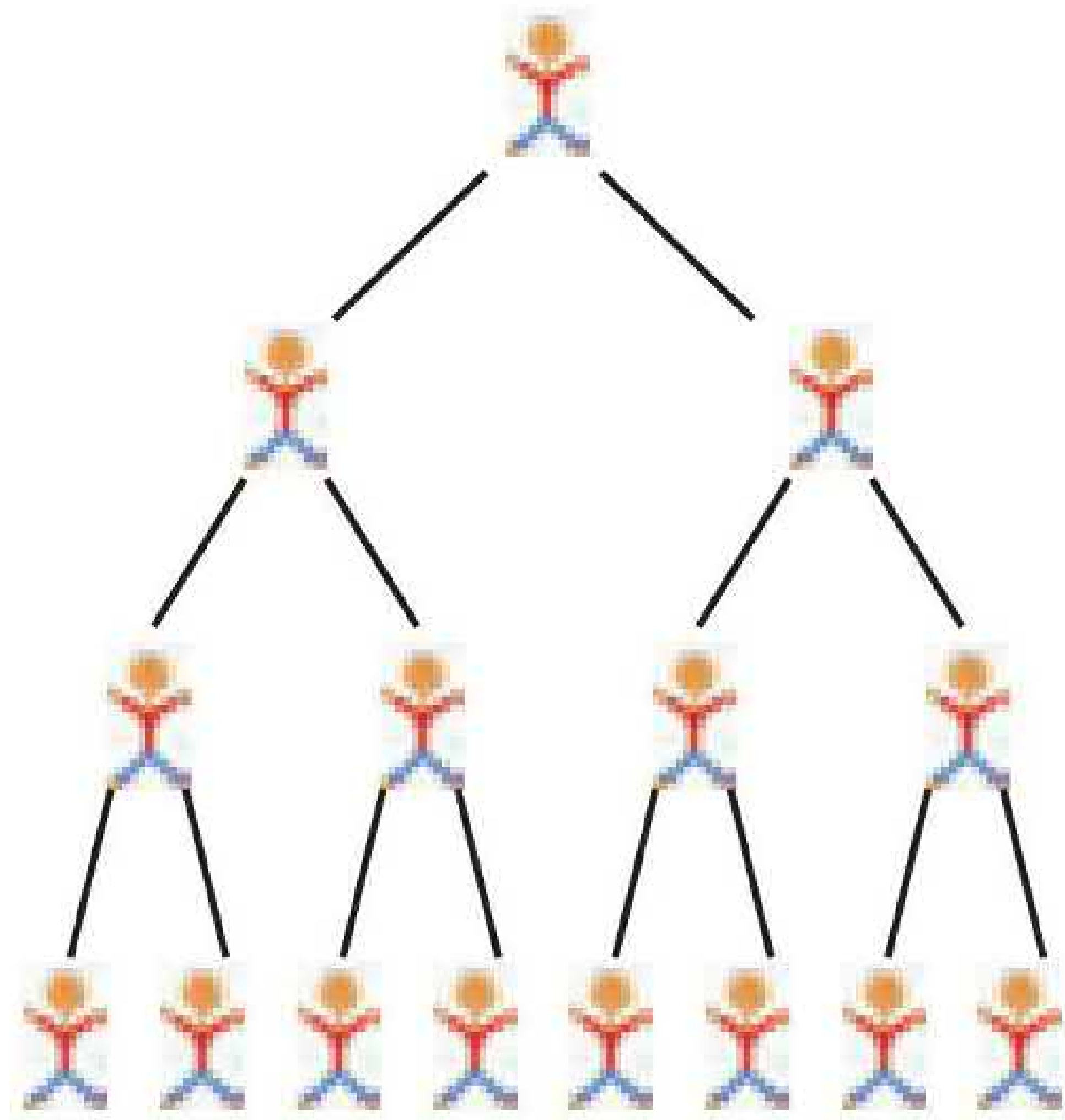
۶ مسئله زیر در پاپیروس رایند آمده است. آن را حل کنید.

« 100 قرص نان را بین 5 مرد چنان تقسیم کنید که سهم‌های دریافت شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد.»

دنباله‌ی حسابی تشکیل شده را t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 در نظر می‌گیریم. طبق فرض سوال می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 100 &\Rightarrow 5a + 10d = 100 \xrightarrow{\div 5} a + 2d = 20 \\ \frac{1}{3}(t_3 + t_4 + t_5) = t_1 + t_2 &\xrightarrow{\times 3} 3a + 9d = 6a + 3d \Rightarrow a = 2d \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = 5, a = 10$$

بنابراین دنباله به صورت $10, 15, 20, 25, 30$ می‌باشد.



روز: n	t_n : تعداد افراد جدیدی که در روز n مبتلا می‌شوند
۱	۲ (امید و محسن)
۲	$2 \times 2 = 2^2$
۳	$4 \times 2 = 2^3$
۴	$8 \times 2 = 2^4$
۵	$16 \times 2 = 2^5$
۶	$32 \times 2 = 2^6$
⋮	⋮
n	$t_n = 2^n$

دنباله هندسی

علی به بیماری آنفولانزا مبتلا شده است. روز شنبه چند تن از دوستانش بدون آنکه ماسک زده باشند، به عیادت او آمدند. در این زمان ویروس آنفولانزا از راه تنفس وارد بدن امید و محسن می‌شود؛ چرا که آنها روز یکشنبه مبتلا به این بیماری شدند. اگر پیشگیری انجام نشود و موارد بهداشتی مراعات نگردد، پیش‌بینی می‌شود که انتشار ویروس تا مدتی با همین الگو ادامه یابد؛ یعنی امید و محسن در روز اول بیماری خود، هر کدام ویروس را به ۲ نفر دیگر منتقل کنند؛ به طوری که روز دوشنبه ۴ نفر جدید از طریق آنها مبتلا شوند و این روند ادامه پیدا کند.

فعالیت

- جدول مقابل را کامل کنید و t_n را بیابید.
- در روز دهم چند فرد جدید مبتلا می‌شوند؟ $t_{10} = 2^{10} = 1024$
- در روز یازدهم چند شخص جدید به این بیماری مبتلا می‌شوند؟ $t_{11} = 2^{11} = 2048$
- در روز چندم تعداد افراد جدیدی که به بیماری آنفولانزا مبتلا می‌شوند، برابر ۱۶۳۸۴ نفر می‌شود. $t_n = 16384 \Rightarrow 2^n = 2^{14} \Rightarrow n = 14$

در مثال بالا می‌توانیم تعداد مبتلایان جدید هر روز را به صورت دنباله زیر بنویسیم:
 $2, 4, 8, 16, 32, \dots$
 این دنباله یک دنباله حسابی نیست؛ چرا که تفاضل جملات متوالی آن ثابت نیست، بلکه نسبت تقسیم هر دو جمله متوالی آن برابر عددی ثابت است.

$$\dots = \frac{32}{16} = \frac{16}{8} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = 2$$

اینگونه دنباله‌ها را دنباله‌های هندسی می‌نامیم. یعنی:

دنباله هندسی، دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم.

فعالیت

در حالت کلی در یک دنباله هندسی، اگر جمله اول t_1 و قدرنسبت r باشد، جملات آن به شکل زیر خواهند بود. جدول را تکمیل کنید.

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	...	t_n	...
t_1	$t_1 r$	$t_1 r^2$	$t_1 r^3$	$t_1 r^4$...	$t_1 r^{n-1}$...
	$\times r$	$\times r$	$\times r$	$\times r$			

با دقت در الگوی به کار رفته در جملات بالا دیده می شود که :

جمله n ام دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدرنسبت می باشد.

کار در کلاس

۱) نرگس و نگار برای محاسبه هفتمین جمله دنباله هندسی $9, 3, 1, \dots$ روش های مقابل را به کار برده اند.

کدام یک از آنها این مثال را درست حل کرده اند؟ نگار توضیح دهید.

برای محاسبه ی قدرنسبت باید هر جمله را بر جمله ی قبلی آن تقسیم کرد. ولی متاسفانه نرگس جمله را بر جمله ی بعدیش تقسیم نموده است. که غلط است.

۲) در دنباله های هندسی زیر، قدرنسبت را مشخص کنید و دو جمله بعدی را بنویسید. سپس جمله عمومی هر دنباله را به دست آورید.

نگار	نرگس
$r = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$r = \frac{9}{3} = 3$
$t_7 = 9 \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1}$	$t_7 = 9(3)^{7-1}$
$= \frac{1}{81}$	$= 6561$

الف) $a_1, 6, 18, 54, \boxed{162}, \boxed{486}, \dots, a_n = 2 \times 3^{n-1}$

$\times 3 \quad \times 3 = r$

ب) $5, 10, 20, 40, \boxed{80}, \boxed{160}, \dots, b_n = 5 \times 2^{n-1}$

پ) $6, -60, 600, -6000, \boxed{60000}, \boxed{-600000}, \dots, c_n = 6 \times (-10)^{n-1}$

ت) $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \boxed{\frac{1}{4}}, \boxed{\frac{1}{8}}, \dots, d_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^2 \times \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^{n-3}}$



۳) الف) اگر بین ۳ و ۴۸، عدد ۱۲ را قرار دهیم، سه عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی می دهند. در این حالت می گوئیم ۱۲ یک واسطه هندسی بین ۳ و ۴۸ است. برای این کار به جز ۱۲ چه عدد دیگری را می توان در نظر گرفت؟

$\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_3 = 48 \Rightarrow t_1 r^2 = 48 \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = \pm 4 \end{cases}$

۳ ۱۲ ۴۸ یا ۳ -۱۲ ۴۸



اگر t_m و t_n دو جمله ی متمایز دنباله ی هندسی باشند آنگاه $r^{n-m} = \frac{t_n}{t_m}$ است.

ب) بین ۳ و ۴۸ سه واسطه هندسی درج کنید. آیا جواب یکتاست؟ خیر جواب یکتا نیست. بلکه دارای دو جواب است.

اگر a, b, c سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی باشند، آنگاه b ، a واسطه ی هندسی (میانگین هندسی) نامیده و خواهیم داشت: $ac = b^2$ لوتر در اکثر برابر است با مربع وسط

$t_1 = 3, t_5 = 48 \Rightarrow r^{5-1} = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow r = \pm 2$

۳ ۶ ۱۲ ۲۴ ۴۸ یا ۳ -۶ ۱۲ -۲۴ ۴۸

پ) جاهای خالی را طوری پر کنید که در هر مورد یک دنباله هندسی حاصل شود.

$10, b, 4000 \Rightarrow b^2 = 10 \times 4000 = 40000 \Rightarrow b = \pm 200$

$t_1 = 10, t_4 = 8000 \Rightarrow r^{4-1} = \frac{8000}{10} = 800 \Rightarrow r = 20$

۱۰ ۲۰۰ ۴۰۰۰ ۸۰۰۰۰

$t_1 = 4, t_6 = 972 \Rightarrow r^{6-1} = \frac{972}{4} = 243 \Rightarrow r = 3$

۴ ۱۲ ۳۶ ۱۰۸ ۳۲۴ ۹۷۲

۴ یک کوه یخی هزار تنی، در هر روز یک پنجم وزن خود را از دست می دهد.

پس از گذشت ۵ روز کدام گزینه درست است؟

- الف) چیزی از آن باقی نمی ماند. (ب) حدود $\frac{1}{3}$ آن باقی می ماند. ✓
 ب) تقریباً نصف آن آب می شود. (ت) حدود $\frac{2}{3}$ آن باقی می ماند.

تمرین

۱ از بین موارد زیر، دنباله های هندسی را مشخص کنید و قدر نسبت آنها را بنویسید.

هندسی نیست (ب) $2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, \dots$

هندسی است و $r = \frac{5}{5} = 1$ (ت) $5, 5, 5, 5, \dots$

هندسی است و $r = \frac{28}{7} = 4$ (الف) $7, 28, 112, 448, \dots$

هندسی است و $r = -\frac{1}{2} \div 1 = -\frac{1}{2}$ (پ) $1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{-1}{8}, \dots$

فرض: $t_1 = 1 \Rightarrow 1, \frac{4}{5}, \frac{16}{25}, \dots$

فرض: $t_1 = -1 \Rightarrow -1, -\frac{4}{5}, -\frac{16}{25}, \dots$

۲ چند دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{4}{5}$ می توان ساخت؟ دو مورد را بنویسید.

با توجه به انتخاب جمله های اول دلخواه، بی شمار دنباله ی هندسی با قدر نسبت داده شده می توان نوشت.

۳ درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. در صورت درست بودن توضیح دهید و در صورت نادرست بودن مثال نقض ارائه کنید.

الف) هر دنباله، یا حسابی است یا هندسی. درست نیست، زیرا بی شمار دنباله می توان نام برد که نه حسابی و نه هندسی باشند، به عنوان نمونه دنباله مثلثی، مربعی، فیبوناتچی و ... یا دنباله های غیر معروف مثل: $2, 4, 6, \dots$

ب) دنباله ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.

درست نیست، دنباله هایی با اعداد ثابت ناصفر، در نظر بگیرید این دنباله ها حسابی با قدرنسبت صفر و هندسی با قدرنسبت یک می باشند. مانند $2, 2, 2, \dots$

۴ علی دوچرخه ای را به قیمت 5000 هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دوچرخه دست دوم، در هر سال 20% درصد نسبت به سال

قبل از خودش کاهش یابد. الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش دوچرخه اش را داشته باشد، به چه قیمتی می تواند آن را بفروشد؟

کاهش 20% درصدی قیمت به معنی آن است

که قیمت هر سال 80% درصد سال قبل است. بنابراین: $50000 \times \left(\frac{80}{100}\right)^3 = 256000$ بعد از سه سال
 بعد از دو سال $50000 \times \left(\frac{80}{100}\right)^2$
 بعد از یک سال $50000 \times \frac{80}{100}$

ب) قیمت دوچرخه بعد از گذشت n سال از چه رابطه ای به دست می آید؟ $t_n = 50000 \times \left(\frac{80}{100}\right)^n$

۵ حاصل ضرب بیست جمله اول دنباله هندسی مقابل را محاسبه کنید. $2, 4, 8, \dots$

$$2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{20} = 2^{(1+2+3+\dots+20)} = 2^{\frac{20 \times 21}{2}} = 2^{210}$$

توجه: حاصل ضرب n جمله نخست دنباله هندسی برابر است با: $P_n = a^n \times r^{\frac{n(n-1)}{2}}$ بنابراین: $P_{20} = 2^{20} \times 2^{\frac{20 \times 19}{2}} = 2^{20} \times 2^{190} = 2^{210}$

۶ جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب 12 و 96 می باشند. دنباله را مشخص کنید.

$$t_3 = 12, t_6 = 96 \Rightarrow r^{6-3} = \frac{t_6}{t_3} = \frac{96}{12} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$r=2 \rightarrow a \times 2^2 = 12 \Rightarrow a = 3$

دنباله: $3, 6, 12, \dots$

۷ بنابر آمار منتشر شده از جانب پزشکی قانونی کشور، آمار تلفات جاده ای از عدد 27759 نفر در سال 1384 به عدد 16584 نفر در سال 1394 کاهش یافته است که نشان دهنده حدود 5% درصد کاهش سالانه در این دهه است. اگر آمار حوادث رانندگی در کشور با همین سرعت کاهش یابد،

الف) پیش بینی می شود در هر یک از سال های منتهی به سال 1400 چند نفر از هم وطن های ما جان خود را در حوادث رانندگی از دست بدهند؟ نتایج را در جدول زیر ثبت کنید.

سال	۱۳۹۴	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹	۱۴۰۰
تعداد تلفات مورد انتظار	۱۶۵۸۴	۱۵۷۵۴/۸	۱۴۹۶۷/۰۶	۱۴۲۱۸/۷۰۷	۱۳۵۰۷/۷۷۱	۱۲۸۳۲/۳۸۲	۱۲۱۹۰/۷۶۲

ب) اعداد حاصل، چه نوع دنباله ای تشکیل می دهند؟ دنباله ی هندسی با قدر نسبت 0.95

توجه داشته باشید که اگر هر سال 5% کاهش یابد به این معنی است که هر سال برابر است با 95% سال قبل، پس باید هر سال را در 0.95 ضرب کرد تا سال آینده ی آن بدست آید.