

درس اول: ریشه و توان

در سال گذشته با ریشه‌های دوم و سوم عددها آشنا شده‌اید. ریشه و توان رابطه‌ای دو سویه با هم دارند. به عنوان مثال $\sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow 2^3 = 8$ ؛ همچنین $2^3 = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{8} = 2$. علامت \Rightarrow به این معنی است که طرف چپ، طرف راست را نتیجه می‌دهد. اگر طرف راست هم طرف چپ را نتیجه دهد، می‌توان هر دو نتیجه را به طور خلاصه با علامت \Leftrightarrow نوشت. بنابراین می‌توانیم بنویسیم $2^3 = 8 \Leftrightarrow \sqrt[3]{8} = 2$.

فعالیت

۱ اکنون با هر تساوی توانی یک تساوی رادیکالی بنویسید. همچنین نظیر هر تساوی رادیکالی یک تساوی توانی بنویسید؛ مانند نمونه‌ها

$$\begin{aligned} (-3)^3 = -27 &\Leftrightarrow \sqrt[3]{-27} = -3 & \sqrt{81} = 9 &\Leftrightarrow 9^2 = 81 \\ (-5)^3 = -125 &\Leftrightarrow \sqrt[3]{-125} = -5 & \sqrt{50} = 5\sqrt{2} &\Leftrightarrow (5\sqrt{2})^2 = 50 \\ 2^4 = 16 &\Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = 2 & \sqrt[3]{-8} = -2 &\Leftrightarrow (-2)^3 = -8 \\ 11^2 = 121 &\Leftrightarrow \sqrt{121} = 11 & \sqrt{100} = 10 &\Leftrightarrow 10^2 = 100 \\ (0.25)^2 = 0.0625 &\Leftrightarrow \sqrt{0.0625} = 0.25 & \sqrt{48} = 4\sqrt{3} &\Leftrightarrow (4\sqrt{3})^2 = 48 \\ (0.5)^2 = 0.25 &\Leftrightarrow \sqrt{0.25} = 0.5 & \sqrt{45} = 3\sqrt{5} &\Leftrightarrow (3\sqrt{5})^2 = 45 \end{aligned}$$

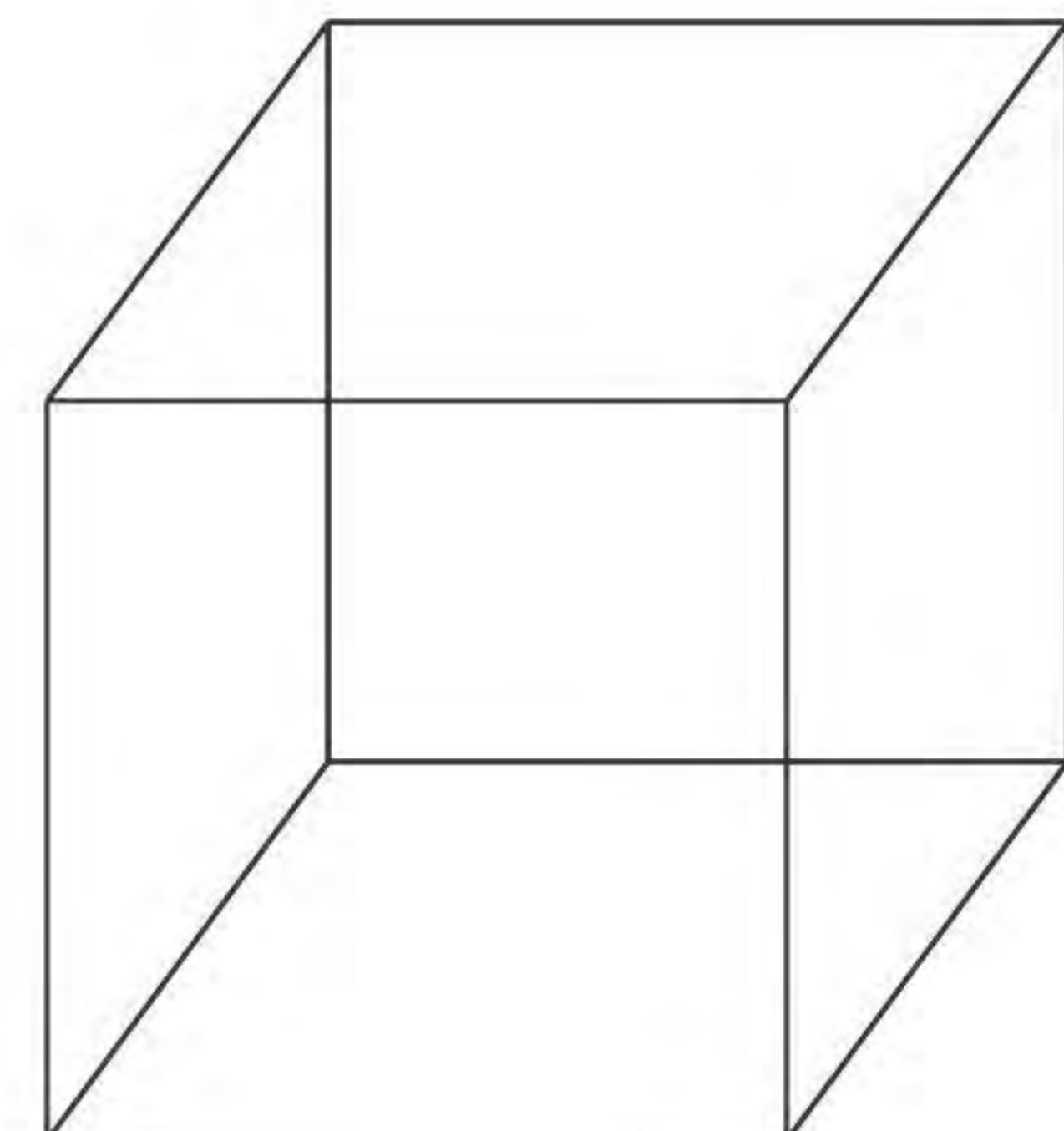
۲ در جدول زیر جاهای خالی را پر کنید.

عدد	۸	۲۷	-۲۷	۱۲۵	-۱۰۰۰	۳۳۷۵	۱۰۰۰	۷۲۹
ریشه سوم	۲	۳	-۳	۵	-۱۰	۱۵	۱۰	۹

کار در کلاس

۱ حجم مخزن آبی که به شکل مکعب است، برابر ۲۵ متر مکعب است. طول ضلع این مکعب را حدس بزنید و حدس خود را آزمایش کنید. می‌دانیم هرگاه طول ضلع مکعب a متر باشد، حجم آن برابر a^3 متر مکعب است. ابتدا جدول را کامل کنید.

طول ضلع	۱	۲	۳	۴	۵	۶
حجم مکعب	۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶



احمد: چون $3^3 = 27$ و
 $2 < \sqrt[3]{25} < 3$ پس $8 < 25 < 27$
 بهتر است $2/8$ را امتحان کنم
 آیا $25 \stackrel{?}{=} (2/8)^3$
 $(2/8)^3 = (2/8)^2 \times 2/8$
 $= 21/952$
 $= 22$



محسن: 25 به 27 نزدیک تر است
 تا 8 ، پس بهتر است عدد $2/9$ را
 امتحان کنم.
 $(2/9)^3 = (2/9)^2 \times 2/9$
 $= 24/389$
 $= 24/4$



دو دانش‌آموز طول ضلع مکعب را به روش‌های روبه‌رو به دست آورده‌اند:
 روش‌های این دو دانش‌آموز را توضیح دهید.

دبیر: ریشه سوم 25 تقریبی به دست می‌آید و می‌توانیم به صورت تقریبی آن را برابر $2/9$ بگیریم.

$$\sqrt[3]{25} \approx 2/9$$

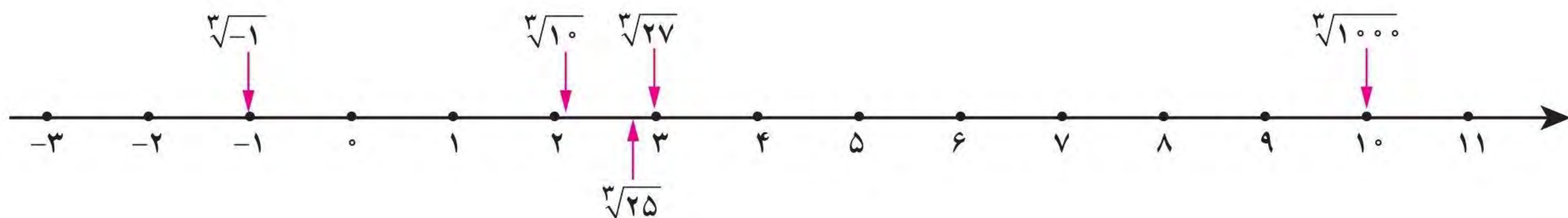
احمد: مقدار دقیق $\sqrt[3]{25}$ چقدر است؟

دبیر: $\sqrt[3]{25}$ یک عدد اعشاری است. اگر ماشین حساب مناسب داشته باشید، می‌توانید مقدار تقریبی دقیق‌تری برای آن به دست آورید، اما هیچ‌گاه مقدار دقیق آن به صورت اعشاری قابل نمایش نیست. به همین علت برای نمایش مقدار دقیق آن از نماد $\sqrt[3]{25}$ استفاده می‌کنیم.

اگر قدرت ماشین حساب شما بیشتر باشد، تعداد ارقام اعشاری بیشتری به دست می‌دهد و عدد دقیق‌تری برای ریشه سوم 25 حاصل می‌شود.

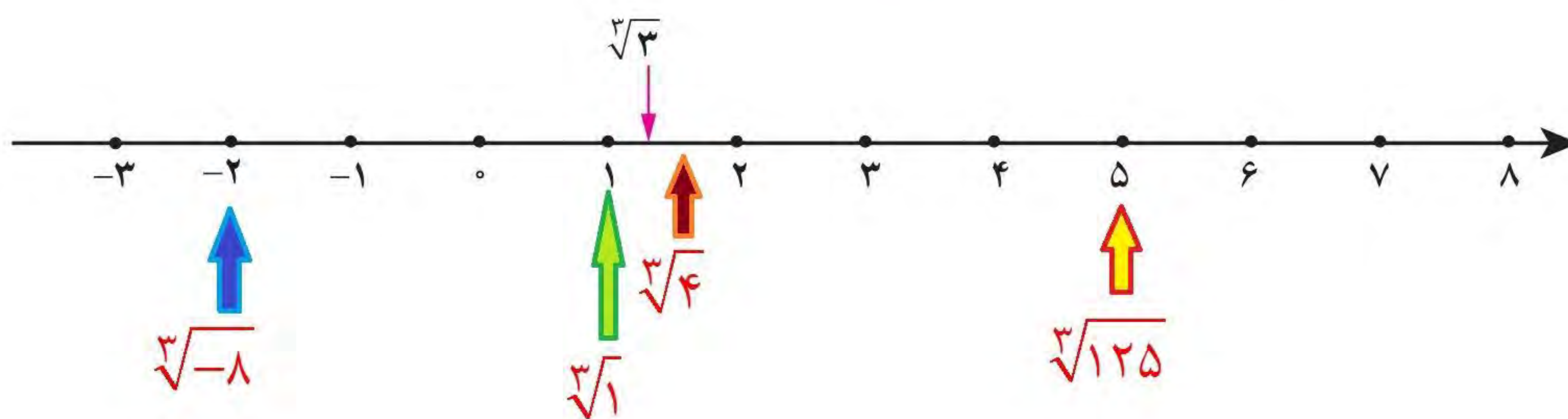
$\sqrt[3]{25}$ برای نمایش مقدار دقیق ریشه سوم 25 به کار می‌رود، اما در کاربردهای دنیای واقعی با مقادیر تقریبی آن مانند $2/9$ ، $2/92$ و $2/924$ کار می‌کنیم.

ریشه عددها را می‌توانیم به طور تقریبی روی محور اعداد نشان دهیم.



مقدار تقریبی یا دقیق ریشه‌ها را محاسبه کنید و مانند نمونه روی محور اعداد، نشان دهید (می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

$$\sqrt[3]{1} = 1 \qquad \sqrt[3]{3} \approx 1/4 \qquad \sqrt[3]{4} \approx 1/587 \qquad \sqrt[3]{125} = 5 \qquad \sqrt[3]{-8} = -2$$



۳ مانند نمونه با استدلال مشخص کنید که هر ریشه بین کدام دو عدد صحیح متوالی است :

الف) چون $۲۵ < ۳۰ < ۳۶$ پس $۵ < \sqrt{۳۰} < ۶$. همچنین چون $۱ < ۵ < ۸$ پس $۱ < \sqrt[۳]{۵} < ۲$.

ب) $۴ < ۷ < ۹ \Rightarrow \boxed{۲} < \sqrt{۷} < \boxed{۳}$ پ) $۹ < ۱۰ < ۱۶ \Rightarrow \boxed{۳} < \sqrt{۱۰} < \boxed{۴}$

ت) $-۲۷ < -۱۷ < -۸ \Rightarrow \boxed{-۳} < \sqrt[۳]{-۱۷} < \boxed{-۲}$ ث) $۸ < ۲۰ < ۲۷ \Rightarrow \boxed{۲} < \sqrt[۳]{۲۰} < \boxed{۳}$

۴ زیر رادیکال (جای خالی) عدد یا عددهایی بگذارید که نامساوی‌ها برقرار باشند.

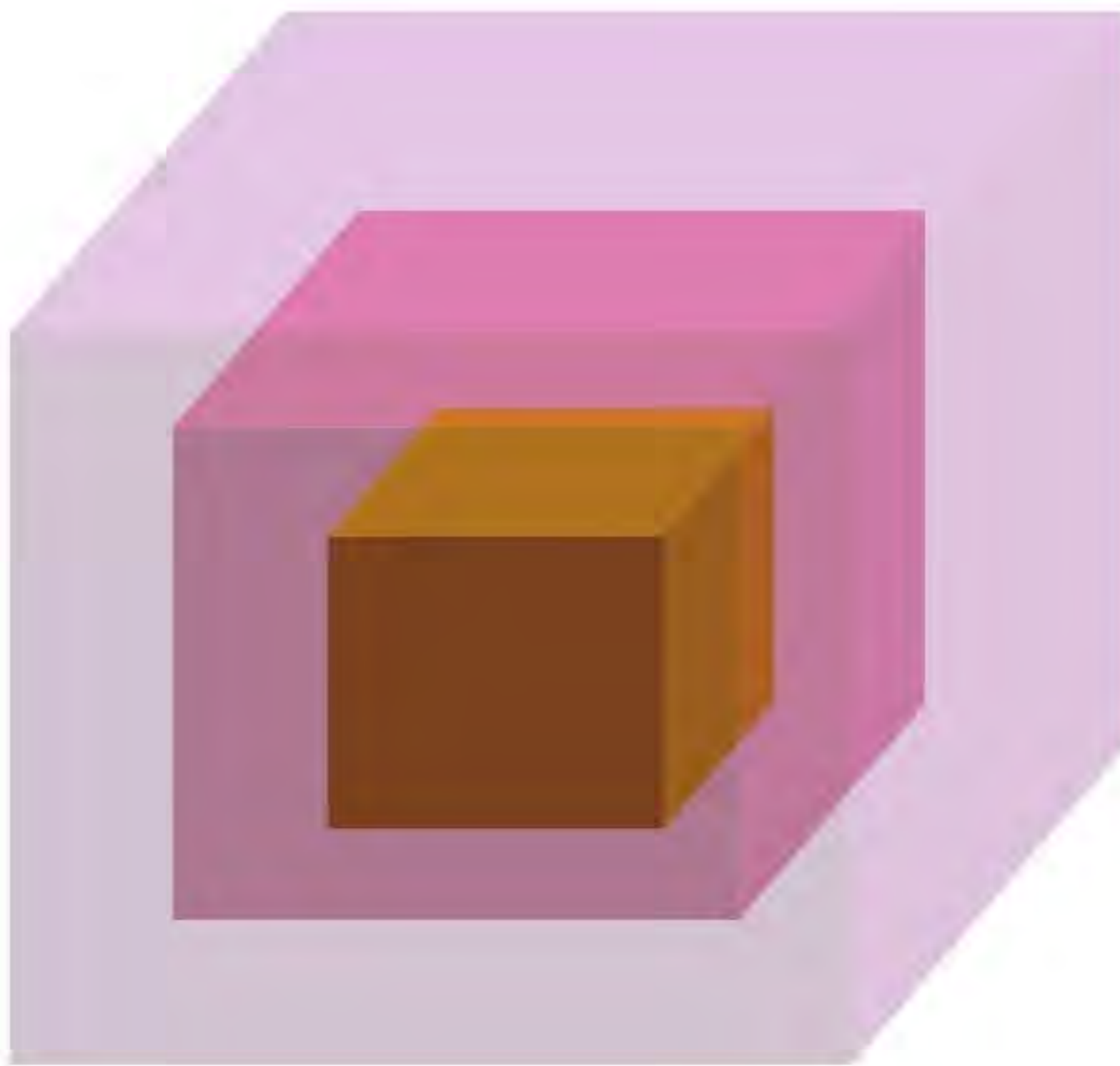
الف) $۴ < \sqrt{\quad} < ۵$ ← زیر رادیکال می‌توان تمام اعداد
↓ به توان ۲ بزرگتر از ۱۶ و کوچکتر از ۲۵ را نوشت
۱۶ ۲۵

ب) $۹ < \sqrt[۳]{\quad} < ۱۰$ ← زیر رادیکال می‌توان تمام اعداد
↓ به توان ۳ بزرگتر از ۷۲۹ و کوچکتر از ۱۰۰۰ را نوشت
۷۲۹ ۱۰۰۰

۵ سه مکعب تو در تو مانند شکل مقابل واقع شده‌اند. حجم مکعب بیرونی (بزرگ) برابر ۶۴

و حجم مکعب داخلی (کوچک) ۲۷ است. طول ضلع مکعب میانی چه عددهایی می‌تواند باشد؟
(حداقل سه پاسخ متفاوت ارائه کنید).

طول ضلع مکعب بیرونی ۴ و طول ضلع مکعب داخلی ۳ می‌باشد. بنابراین طول ضلع مکعب میانی می‌تواند هر یک از اعداد بین ۳ و ۴ باشد. به طور مثال می‌تواند ۳٫۱ یا ۳٫۵ یا ۳٫۹ باشد.



فعالیت

۱ مانند ریشه‌های دوم و سوم می‌توان ریشه چهارم را تعریف کرد. با هر تساوی توانی یک تساوی رادیکالی داریم :

$۲^۴ = ۱۶$ ریشه‌های چهارم \Rightarrow $\begin{matrix} \nearrow ۲ \\ \searrow -۲ \end{matrix}$
 $(-۲)^۴ = ۱۶$ ۱۶

$۵^۴ = ۶۲۵$ ریشه‌های چهارم \Rightarrow $\begin{matrix} \nearrow ۵ \\ \searrow -۵ \end{matrix}$
 $(-۵)^۴ = ۶۲۵$ ۶۲۵

$\sqrt[۴]{۶۲۵}$ عددی مثبت و برابر است با ریشه چهارم مثبت عدد ۶۲۵؛ یعنی $\sqrt[۴]{۶۲۵} = ۵$. همچنین $-\sqrt[۴]{۶۲۵}$ عددی منفی است و برابر است با ریشه چهارم منفی عدد ۶۲۵؛ یعنی $-\sqrt[۴]{۶۲۵} = -۵$.

آیا -۱۶ ریشه چهارم دارد؟ **خیر** آیا عددی منفی یا مثبت وجود دارد که وقتی به توان ۴ برسد، برابر -۱۶ شود؟ **خیر** اکنون عبارت را کامل کنید.

هر عدد مثبت دارای ... **دو** ... ریشه چهارم است که **قربینه‌ی** یکدیگرند.
عددهای منفی ریشه چهارم ندارند.

صفر فقط یک ریشه‌ی چهارم دارد و آن هم خود صفر می‌باشد.

۱ جاهای خالی را در جدول تکمیل کنید. آخرین ستون را به دلخواه کامل کنید.

عدد	۱۶		۶۲۵		۱۰۰,۰۰۰		۳۱۲۵		۸۱	
ریشه‌های چهارم	۲	-۲	۵	-۵	۱۰۰	-۱۰۰	$5\sqrt[4]{5}$	$-5\sqrt[4]{5}$	۳	-۳

۲ جاهای خالی را در جدول تکمیل کنید.

عدد	-۳۲	۳۱۲۵	۷۱	-۲۴۳	-۱	-۱۰۰۰۰۰	۱۹	۱۰۲۴
ریشه پنجم	-۲	۵	$\sqrt[5]{71}$	-۳	-۱	-۱۰	$\sqrt[5]{19}$	۴

۳ ریشه پنجم چه عددی با خودشان برابر است؟ (۱ و ۰ و -۱)

۴ محاسبه کنید.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{1000000}} = \frac{1}{10}$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[5]{-32} = -2$$

$$\sqrt[5]{-0.100032} = -0.2$$

۵ عبارت را کامل کنید.

هر عدد مثبت یا منفی دارای **یک** ریشه پنجم است. اگر عدد مثبت باشد، ریشه پنجم آن مثبت و اگر عدد منفی باشد ریشه پنجم آن **منفی** است.

تمرین

۱ برای هر عدد رادیکالی زیر، اگر حاصل آن یک عدد صحیح است، جواب را بنویسید و در غیر این صورت دو عدد صحیح متوالی بنویسید که عدد رادیکالی مورد نظر بین آنها باشد.

$$\sqrt{16} = 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5$$

$$-6 < -\sqrt{35} < -5$$

$$8 < \sqrt{75} < 9$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$2 < \sqrt[3]{20} < 3$$

$$-5 < \sqrt[3]{-90} < -4$$

$$6 < \sqrt[3]{250} < 7$$

$$\sqrt[4]{16} = 2$$

$$-3 < -\sqrt[4]{20} < -2$$

$$-4 < -\sqrt[4]{120} < -3$$

$$4 < \sqrt[4]{400} < 5$$

$$\sqrt[5]{1} = 1$$

$$\sqrt[5]{-32} = -2$$

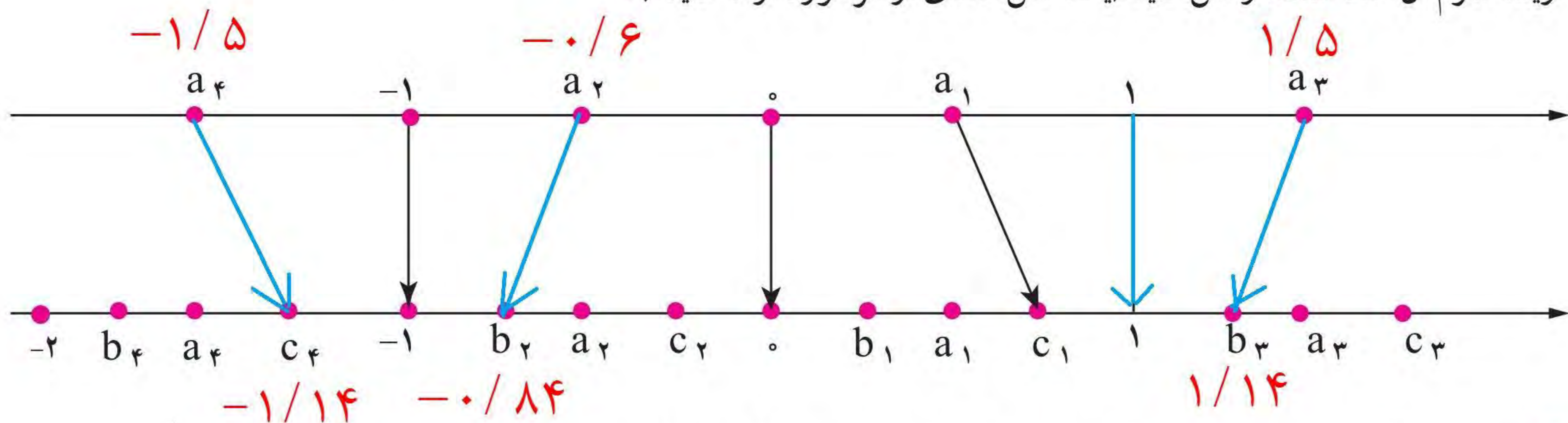
$$3 < \sqrt[5]{400} < 4$$

۲ مقدار تقریبی هر کدام از اعداد رادیکالی زیر را با یک رقم اعشار مشخص کنید (می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

$$\sqrt{10} = 3/1 \quad \sqrt[3]{25} = 2/9 \quad \sqrt[3]{7/25} = 1/9$$

$$\sqrt[5]{16} = 1/7 \quad \sqrt[5]{64} = 2/2 \quad \sqrt[4]{90} = 3/0$$

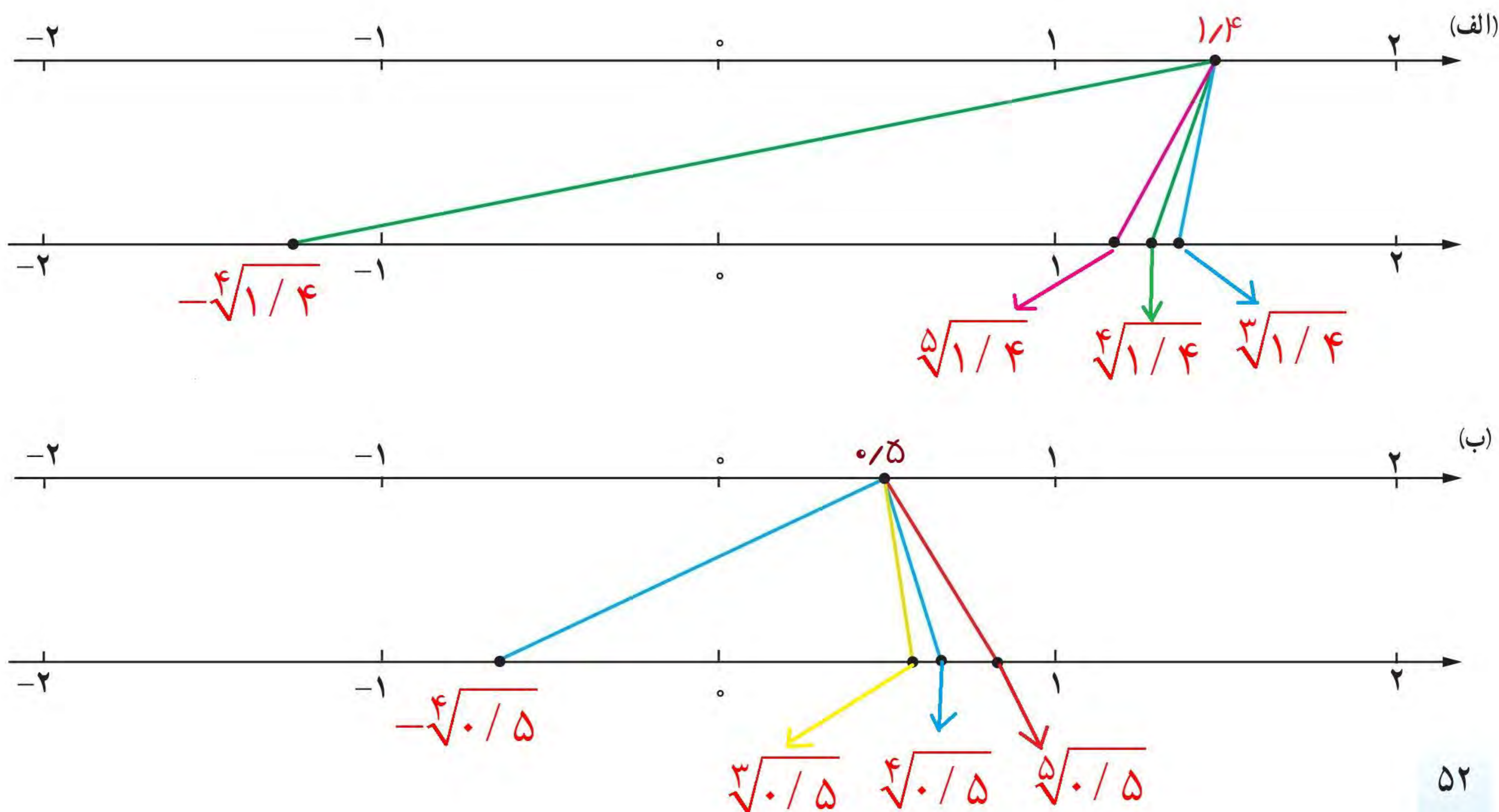
۳ مانند نمونه در شکل زیر، هر یک از اعداد مشخص شده روی محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه سوم آن عدد است، وصل کنید (یک مثال عددی از هر مورد ارائه کنید).

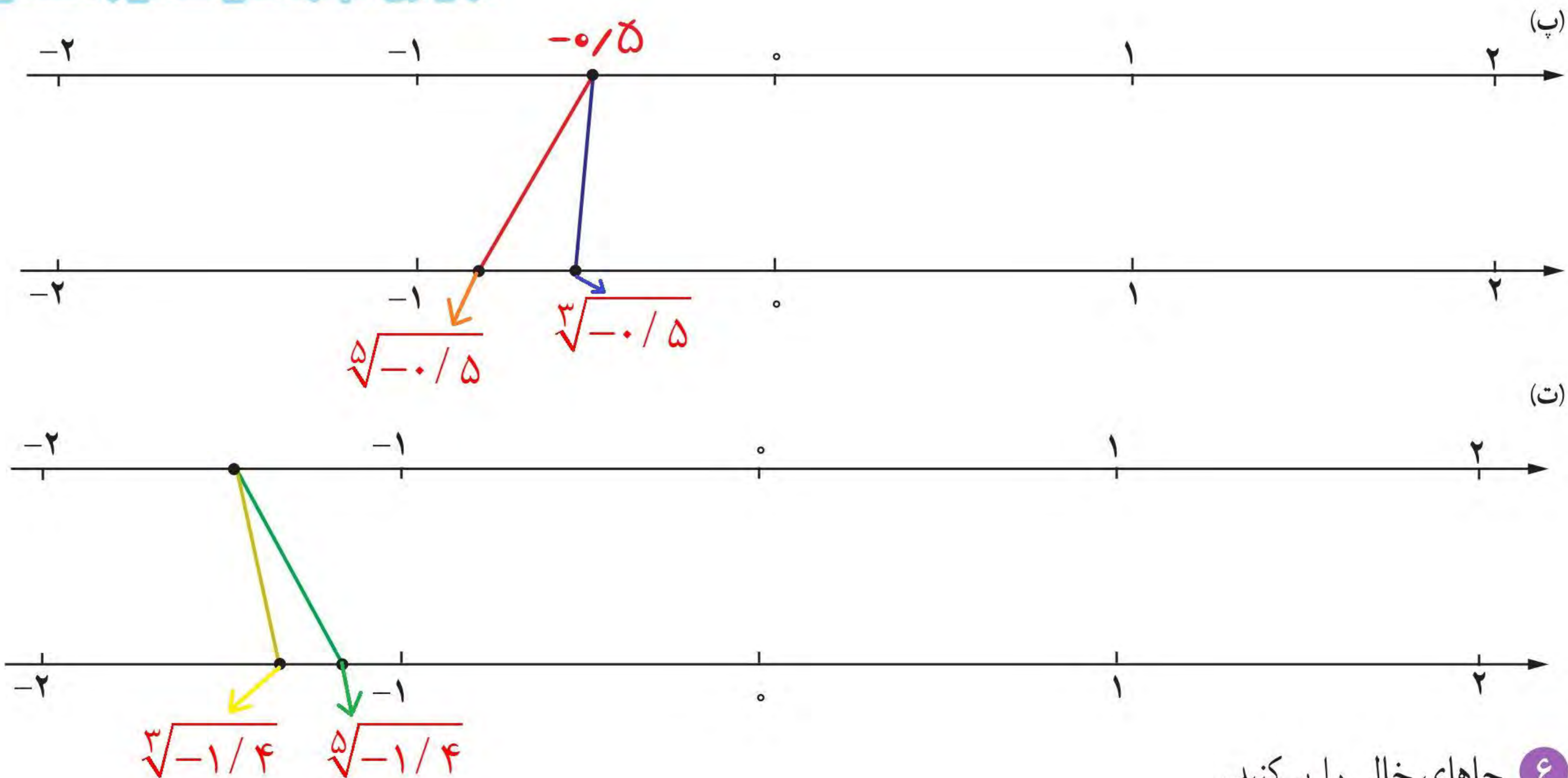


۴ با توجه به آنچه درباره ریشه سوم اعداد درک کرده‌اید، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- (الف) a عددی مثبت است و $\sqrt[3]{a} > a$. چه عددی می‌تواند باشد؟ می‌تواند هر عددی بین صفر و یک باشد.
- (ب) a عددی است که ریشه سوم آن با خودش برابر است؛ یعنی $\sqrt[3]{a} = a$. چه اعدادی می‌تواند باشد؟ (یا صفر یا -)
- (پ) a عددی مثبت است و $\sqrt[3]{a} < a$. چه اعدادی می‌تواند باشد؟ حتماً عددی بزرگتر از یک خواهد بود.
- (ت) به موارد (الف) و (پ) برای حالتی که a عددی منفی باشد، نیز پاسخ دهید.
- در حالت الف: حتماً آن عدد کمتر از -۱ است. در حالت پ: حتماً آن عدد بین -۱ و صفر است.

۵ در هر یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر رنگ مربوط به کدام ریشه است.





۶ جاهای خالی را پر کنید.

(الف) اعداد ۳ و $\dots -3 \dots$ ریشه‌های چهارم عدد $\dots 8 \dots$ می‌باشند.

(ب) اگر $\sqrt[4]{16} = a$ باشد، در این صورت حاصل عبارت $a^2 + 5$ را بیابید. $a = 2 \Rightarrow a^3 + 5 = 8 + 5 = 13$

۷ می‌دانیم $\sqrt[5]{161051} = 11$ ، $\sqrt[5]{170000}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ **بین دو عدد ۱۱ و ۱۲ واقع است.**

۸ در جاهای خالی یکی از علامت‌های «>» ، «<» ، یا «=» را قرار دهید.

$(-0.1)^5 > (-0.1)^3$

$(0.1)^5 < (0.1)^3$

$2^5 > 2^2$

$(-2)^5 < (-2)^4$

$(-2)^5 < (-2)^3$

$\sqrt[5]{0.00001} = 0.1$

۹ قرار دهید $\sqrt[5]{a} = \square$. اکنون با توجه به تعریف مشخص کنید \square^5 برابر چه عددی است؟ **a** بنابراین داریم $(\sqrt[5]{a})^5 = a$. دربارهٔ

$(\sqrt[4]{a})^4$ چه می‌توان گفت؟ **برابر a است .**

خواندنی



حنا - نخستین بزغاله شبیه‌سازی شده خاورمیانه



بیانا - نخستین گوساله شبیه‌سازی شده خاورمیانه

سلول، واحد تشکیل دهنده بافت‌های بدن است. هر بافت سلول‌های ویژه خود را دارد که در صورت تکثیر، فقط می‌تواند به سلول‌های همان بافت تبدیل شود، ولی سلول بنیادی مادر تمام سلول‌ها است و توانایی تبدیل شدن به تمام سلول‌های بدن را دارد. دانشمندان می‌گویند این سلول‌ها می‌توانند امکان معالجه بیماری‌هایی را فراهم آورند که در حال حاضر فقط درمان‌های محدودی برای آنها وجود دارد. به دلیل توانایی منحصر به فرد سلول‌های بنیادی، پژوهش در مورد آنها امروزه از مباحث جذاب در زیست‌شناسی و پزشکی است. این سلول‌ها همچنین قدرت تکثیر فراوانی دارند و سلامت آنها سبب سلامت بدن می‌شود. پیشرفت در زمینه سلول‌های بنیادی تنها متکی بر علم پزشکی نخواهد بود، بلکه کمک علوم دیگری مانند پلیمر، شیمی، فیزیک و ریاضی هم لازم خواهد بود. دانشمندان ایرانی در زمینه سلول‌های بنیادی پیشرفت‌های چشمگیری داشته‌اند. ایران در زمینه فناوری و تحقیقات سلول‌های بنیادی یکی از ۱۰ کشور برتر جهان محسوب می‌شود.