تهیه کنندگان:
جابر عامری، مریم غزنوی، آناهیتا کمیجانی، افشین ملاسعیدی

درس سوم: ترکیب

فعالیت

۱ همان‌طور که دیدید، با پنج رقم ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ و ۵ تعداد $\frac{5!}{(5-3)!} = 60$ عدد سه رقمی با رقم‌های غیرتکراری می‌توان نوشت که عبارت‌اند از :

۱۲۳	۱۲۴	۱۲۵	۱۳۴	۱۳۵	۱۴۵	۲۳۴	۲۳۵	۲۴۵	۳۴۵
۱۳۲	۱۴۲	۱۵۲	۱۴۳	۱۵۳	۱۵۴	۲۴۳	۲۵۳	۲۵۴	۳۵۴
۲۱۳	۲۱۴	۲۱۵	۳۱۴	۳۱۵	۴۱۵	۳۲۴	۳۲۵	۴۲۵	۴۳۵
۲۳۱	۲۴۱	۲۵۱	۳۴۱	۳۵۱	۴۵۱	۳۴۲	۳۵۲	۴۵۲	۴۵۳
۳۱۲	۴۱۲	۵۱۲	۴۱۳	۵۱۳	۵۱۴	۴۲۳	۵۲۳	۵۲۴	۵۳۴
۳۲۱	۴۲۱	۵۲۱	۴۳۱	۵۳۱	۵۴۱	۴۳۲	۵۳۲	۵۴۲	۵۴۳

به شش عدد هر ستون نگاه کنید. چه ویژگی‌ای دارند؟

عددهای موجود در هر ستون دارای رقم های یکسان هستند و فقط جایگشت های مختلف ارقام صورت گرفته است.

۲ با توجه به ستون‌های جدول بالا چگونه می‌توانیم تمام زیرمجموعه‌های سه عضویِ مجموعهٔ $A=\{1,2,3,4,5\}$ را بنویسیم؟ این زیرمجموعه‌ها چندتا هستند؟ آنها را بنویسید.

کافیست ارقام استفاده شده در هر ستون را به عنوان یک زیر مجموعه ی A انتخاب کنیم. بنابراین ده زیر مجموعه ی سه عضوی وجود دارد.

$\{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,2,5\}, \{1,3,4\}, \{1,3,5\}, \{1,4,5\}, \{2,3,4\}, \{2,3,5\}, \{2,4,5\}, \{3,4,5\}$

۳ چه تفاوتی در فعالیت ۱ و ۲ وجود داشت که تعداد حالت‌های مورد نظر آنها را متمایز کرد؟

در فعالیت (۱) ترتیب قرار گرفتن ارقام مهم بود ولی در فعالیت (۲) ترتیب قرار گرفتن ارقام اهمیتی نداشت.

۴ هر ستون در فعالیت ۱ چند زیر مجموعهٔ سه عضوی از فعالیت ۲ را به‌دست می‌دهد؟ یک زیر مجموعه

۵ با توجه به فعالیت ۴، از تقسیم جواب فعالیت ۱ بر چه عددی تعداد زیرمجموعه‌های فعالیت ۲ حاصل می‌شود؟ ۶

این عدد را چگونه می‌توان به‌دست آورد؟

هر سه عضو از اعضای زیر مجموعه را به $3! = 6$ طریق می توان در ترتیب های مختلف نوشت و اعداد متفاوتی ساخت.

نتیجه : همان‌طور که مشاهده کردید، در فعالیت ۱ ترتیب قرارگرفتن هر سه عدد انتخاب شده در کنار هم اهمیت دارد؛ اما در فعالیت ۲ تمام ۶ روش چینشِ هر سه عدد انتخاب شده یک زیرمجموعهٔ سه عضوی از مجموعهٔ A را مشخص می‌کند؛ یعنی در واقع هر زیرمجموعهٔ ۳ عضوی، یک حالت را مشخص می‌کند و فقط تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی از پنج عضو موردنظر اهمیت دارد.

ازطرفی می‌دانیم تعداد جایگشت‌های r شیء از n شیء متمایز برابر است با : $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

بنابراین با توجه به فعالیت‌های ۱ تا ۶ تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از n شیء متمایز برابر است با :

$$\frac{P(n,r)}{r!}$$

به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به‌عبارتی به هر زیرمجموعهٔ r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شیء میگوییم.

تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم :

$$\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!r!} \qquad (0\le r\le n)$$

مثال

از میان شش کتاب مختلف

الف) به چند طریق می‌توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

ب) به چند طریق می‌توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

حل :

الف) چون ترتیب چیدن کتاب‌ها در قفسه مهم است لذا جواب برابر است با تعداد جایگشت‌های چهارتایی از شش شیء متمایز؛ یعنی $P(6,4)=\frac{6!}{(6-4)!}=360$

ب) چون ترتیب انتخاب کتاب‌ها اهمیتی ندارد لذا فقط باید تعداد انتخاب‌های چهار شیء از شش شیء متمایز؛ یعنی تعداد زیرمجموعه‌های چهارتایی از شش شیء متمایز را محاسبه کرد که برابر است با :

$$\binom{6}{4}=\frac{6!}{(6-4)!4!}=15$$

مثال

در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته‌ای از داوران تشکیل شود. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد اگر :

غلامرضا تختی، قهرمان جهان

الف) کمیته ۴ نفره باشد؟

ب) کمیته ۳ نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

پ) کمیته ۵ نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

ت) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل ۳ داور ایرانی داشته باشد؟

ث) کمیتهٔ ۷ نفره باشد و شامل ۳ داور ایرانی، ۲ داور ژاپنی و ۲ داور روسی باشد؟

ج) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

علیرضا سلیمانی، قهرمان سنگین‌وزن جهان

حل :

الف) چون فرقی ندارد که ۴ نفر انتخاب شده از کدام کشور باشند، تنها تعداد زیرمجموعه‌های ۴ نفره از این ۹ نفر مورد نظر است که برابر است با :

$$\binom{۹}{۴}=\frac{۹!}{۵!۴!}=\frac{۹\times۸\times۷\times۶\times\cancel{۵}!}{\cancel{۵}!\times۴\times۳\times۲\times۱}=۱۲۶$$

ب) تعداد روش‌های انتخاب یک داور ایرانی برابر است با : $\binom{۴}{۱}=۴$. به همین طریق ۳ راه برای انتخاب داور ژاپنی و ۲ راه برای انتخاب داور روسی وجود دارد. طبق اصل ضرب تعداد روش‌های انجام این کار برابر است با :

$۴\times۳\times۲=۲۴$

پ) تعداد راه‌های انتخاب دو داور ایرانی برابر است با : $\binom{۴}{۲}=۶$. حال ۳ داور دیگر باید از بین ۵ داورِ غیرایرانی انتخاب شوند که به $\binom{۵}{۳}=۱۰$ حالت می‌توانند انتخاب شوند. بنابراین طبق اصل ضرب، تعداد روش‌های انجام کار برابر است با :

$۶\times۱۰=۶۰$

ت) در این حالت تعداد داوران ایرانی ۳ یا ۴ نفر می‌تواند باشد. در حالتی‌که داوران ایرانی ۳ نفر باشند، این داوران به $\binom{۴}{۳}=۴$ حالت می‌توانند انتخاب شوند. در این صورت دو نفرِ دیگر باید از بین ۵ داور غیرایرانی انتخاب شوند که این کار به $\binom{۵}{۲}=۱۰$ طریق می‌تواند انجام شود. پس طبق اصل ضرب $۴\times۱۰=۴۰$ روش وجود دارد.

در حالتی‌که داوران ایرانی ۴ نفر باشند، انتخاب این ۴ داور به $\binom{۴}{۴}=۱$ روش صورت می‌گیرد و یک داورِ دیگر باید از بین ۵ داور غیرایرانی انتخاب شود که به $\binom{۵}{۱}=۵$ طریق می‌تواند صورت گیرد. پس طبق اصل ضرب، برای این حالت $۵\times۱=۵$ روش وجود دارد و جواب کل برابر است با $۴۰+۵=۴۵$.

ث) تعداد روش‌های انتخاب ۳ داور ایرانی برابر است با : $\binom{۴}{۳}=۴$ ، تعداد روش‌های انتخاب ۲ داور ژاپنی برابر است با : $\binom{۳}{۲}=۳$ و تعداد راه‌های انتخاب ۲ داور روس برابر است با : $\binom{۲}{۲}=۱$ لذا طبق اصل ضرب، جواب برابر است با : $۴\times۳\times۱=۱۲$.

ج) می‌دانیم تعداد کل کمیته‌های ۵ نفره که می‌توان انتخاب کرد، برابر است با $\binom{۹}{۵}=۱۲۶$.
از طرفی این کمیته‌های ۵ نفره به دو دستهٔ زیر تقسیم می‌شوند :
دستهٔ اول : حداقل یک ایرانی در آنهاست.

دستهٔ دوم : هیچ داور ایرانی در آنها نیست.
جمع افراد این دو دسته برابر ۱۲۶ می شود و از آنجا که محاسبهٔ دستهٔ دوم آسان‌تراست، کافی است تعداد دستهٔ دوم را محاسبه کنیم و از ۱۲۶ کم کنیم.

اما تعداد افراد دستهٔ دوم برابر $\binom{۵}{۵}=۱$ است. چرا؟

با توجه به این که می‌خواهیم داور ایرانی درون آن نباشد، هر ۵ نفر را از ۵ نفر داور ژاپنی و روسی انتخاب می‌کنیم

لذا تعداد افراد دستهٔ اول برابر است با : ۱۲۵= ۱-۱۲۶

کار در کلاس

۱ در کدام یک از موارد زیر، ترتیب قرار گرفتن اشیاء اهمیت دارد و باید تعداد جایگشت‌های r شیء از n شیء متمایز مشخص شود و در کدام یک ترتیب قرار گرفتن اشیا اهمیت ندارد و باید تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز مشخص شود؟

الف) ساختن کلمه‌ای سه حرفی بدون حرف تکراری با ۵ حرف متمایز (بامعنی و بی‌معنی). ترتیب مهم است.

ب) انتخاب سه شاخه گل از بین پنج شاخه گل متمایز. ترتیب مهم نیست

پ) انتخاب یک دفاع چپ، یک دفاع راست و یک دفاع وسط از بین هفت مدافع که همگی در تمامی پست‌ها توانایی بازی دارند. ترتیب مهم است

توجه : به نظر بنده حقیر بهتر بود متن قسمت (پ) به صورت زیر نوشته می‌شد، تا خالی از هرگونه ابهام باشد :
انتخاب یک دفاع چپ، یک دفاع راست و یک دفاع وسط، به ترتیب گفته شده، از بین هفت مدافع که همگی در تمامی پست ها توانایی بازی دارند.

ت) از بین هفت بازیکن دفاعی یک تیم سه نفر قرار است از تیم کنار گذاشته شوند. ترتیب مهم نیست

ث) ده نفر در یک دوره مسابقات شرکت خواهند کرد و سه نفر اول به المپیک راه خواهند یافت. ترتیب مهم نیست

ج) ده نفر در یک مسابقه شرکت کرده‌اند و قرار است به نفرات اول تا سوم به ترتیب مدال‌های طلا، نقره و برنز داده شود. ترتیب مهم است

۲ در هر کدام از موارد «کاردرکلاس ۱» تعداد حالت‌های ممکن را بنویسید. (نیاز به ساده‌کردن جواب نیست)

الف) $P(۵,۳)$ ب) $\binom{۵}{۳}$ پ) $P(۷,۳)$

ت) $\binom{۷}{۳}$ ث) $\binom{۱۰}{۳}$ ج) $P(۱۰,۳)$

۳ از میان ۸ ریاضی‌دان و ۶ فیزیک‌دان و ۵ شیمی‌دان قرار است کمیته‌ای علمی انتخاب شود. به چند طریق این کمیته می‌تواند انتخاب شود هرگاه :

الف) کمیتهٔ ۶ نفره باشد و از هر رشته ۲ نفر در آن عضو باشند؟ $\binom{۵}{۲}\times\binom{۶}{۲}\times\binom{۸}{۲}=۱۰\times۱۵\times۲۸=۴۲۰۰$

ب) کمیتهٔ ۳ نفره باشد و از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشند؟ $\binom{۵}{۱}\times\binom{۶}{۱}\times\binom{۸}{۱}=۵\times۶\times۸=۲۴۰$

پ) کمیتهٔ ۲ نفره باشد و حداقل یک ریاضی‌دان در آن باشد؟ $\binom{۸}{۱}\times\binom{۱۱}{۱}+\binom{۸}{۲}=۸۸+۲۸=۱۱۶$

فعالیت

از بین دو مدرس ریاضی، دو مدرس فیزیک و دو مدرس شیمی، قرار است یک کمیتهٔ دو نفره انتخاب شود، به‌گونه‌ای که دو نفر انتخاب شده هم رشته نباشند. چندحالت برای انجام این کار وجود دارد؟

به‌جواب‌های چند دانش‌آموز به سؤال بالا که در زیر آمده است، دقت کنید.

محمد : از دو رشته باید هر کدام یک نفر انتخاب شوند و از رشتهٔ سوم کسی انتخاب نشود؛ لذا سه حالت زیر را می‌توان درنظر گرفت :

ریاضی یک نفر انتخاب شود؛ فیزیک یک نفر انتخاب شود و شیمی کسی انتخاب نشود.

$$\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۰}=۲\times۲\times۱=۴$$

ریاضی یک نفر انتخاب شود؛ فیزیک کسی انتخاب نشود و شیمی یک نفر انتخاب شود.

$$\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۰}\binom{۲}{۱}=۲\times۱\times۲=۴$$

ریاضی کسی انتخاب نشود؛ فیزیک یک نفر انتخاب شود و شیمی هم یک نفر انتخاب شود.

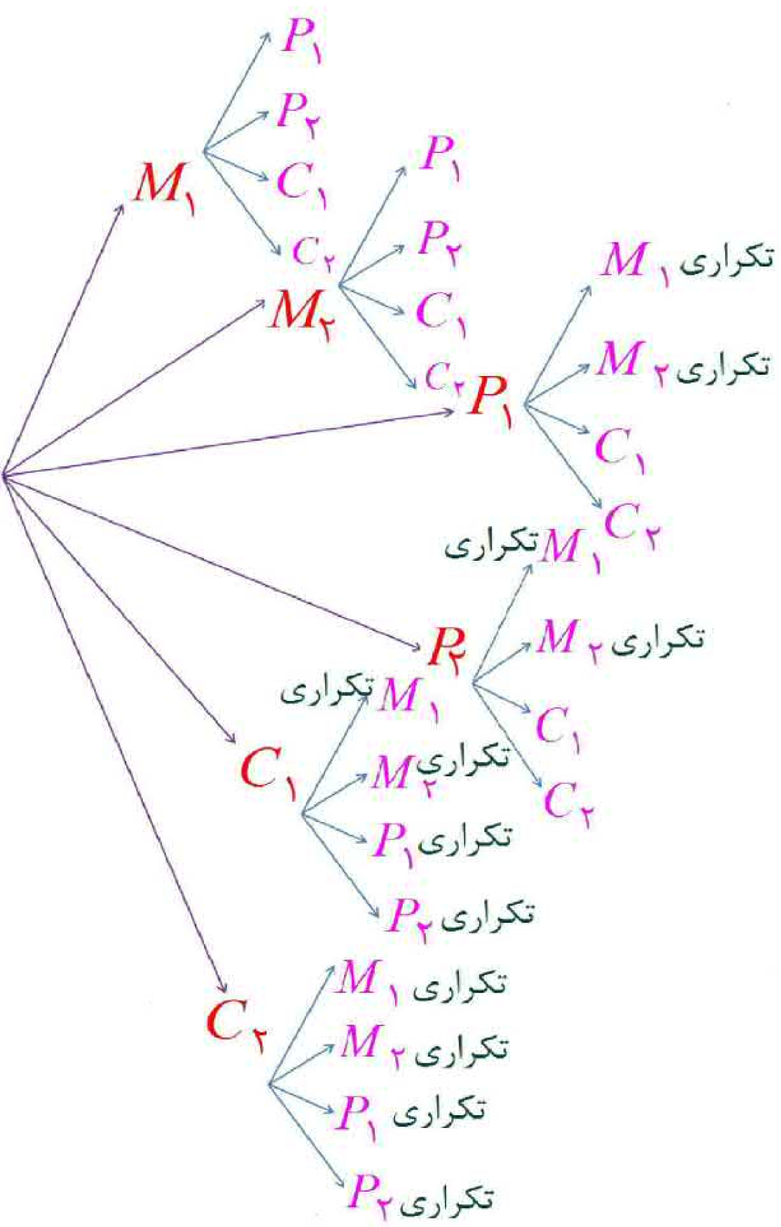
$$\binom{۲}{۰}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}=۱\times۲\times۲=۴$$

پس در کل ۱۲=۴+۴+۴ حالت امکان دارد.

پژمان : می‌توان روش محمد را خلاصه‌تر کرد؛ یعنی در یک مرحله ابتدا تعداد حالت‌های انتخاب دو رشته‌ای را که قرار است از آنها کسی انتخاب شود، محاسبه می‌کنیم که به $\binom{۳}{۲}$ راه امکان دارد. حال از هر کدام از دو رشتهٔ انتخاب شده به دو راه می‌توان یک فرد انتخاب کرد؛ لذا جواب برابر است با : $\binom{۳}{۲}\times۲\times۲=۱۲$.

حمید : ولی به نظر من مستقیماً با اصل ضرب به روش زیر می‌توان آن‌را حل کرد.

اولین فرد انتخاب شونده می‌تواند هر کدام از ۶ نفر باشد؛ پس ۶ حالت برای انتخاب اولین فرد وجود دارد. اما وقتی اولین فرد انتخاب شد، دومین فردی که قرار است انتخاب شود، نمی‌تواند هم رشتهٔ او باشد؛ پس برای انتخاب دومین فرد چهار راه وجود دارد. بنابراین تعداد کل راه‌های انتخاب برابر ۲۴=۴×۶ حالت است.



ـ دو نفر مدرس ریاضی را $M_۱$ و $M_۲$، دو نفر مدرس فیزیک را $P_۱$ و $P_۲$ ، و دو نفر مدرس شیمی را $C_۱$ و $C_۲$ درنظر بگیرید و تمام حالت‌های ممکن برای آنها را بنویسید و جواب غلط را مشخص کنید.

نمودار درختی جواب غلط را بکشید. سپس علت غلط بودن آن را مشخص کنید.

پاسخ حمید با توجه به نمودار درختیِ روبرو غلط می‌باشد.

فعالیت

۱ می‌دانیم که $\binom{n}{r}$ همان تعداد زیر مجموعه‌های rتایی از یک مجموعهٔ n عضوی است.

حال $\binom{n}{۰}$ و $\binom{n}{۱}$ را یک‌بار با توجه به این تعبیر از $\binom{n}{r}$ ، و یک‌بار با فرمول، به‌دست آورید.

هر مجموعه n عضوی دارای یک زیر مجموعه ی هیچ عضوی به نام تهی است بنابراین: $\binom{n}{۰}=۱$ ← اثبات به کمک فرمول ← $\binom{n}{۰}=\frac{n!}{۰!\times n!}=۱$

هر مجموعه ی n عضوی دارای n زیر مجموعه ی یک عضوی است بنابراین: $\binom{n}{۱}=n$ ← اثبات به کمک فرمول ← $\binom{n}{۱}=\frac{n!}{۱!\times(n-۱)!}=\frac{n(n-۱)!}{۱\times(n-۱)!}=n$

به زمین نمی‌روند	به زمین می‌روند
۴ , ۵	۱ , ۲ , ۳
۳ , ۵	۱ , ۲ , ۴
۴و۴	۵و۲و۱
۵و۲	۴و۴و۱
۴و۲	۵و۴و۱
۴و۲	۵و۴و۱
۵و۱	۴و۴و۲
۴و۱	۵و۴و۲
۴و۱	۵و۴و۲
۲و۱	۵و۴و۴

۲ الف) یک مربی قصددارد از بین بازیکنان شماره‌های ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، سه نفر را برای رفتن به زمین بازی انتخاب کند. چند حالت برای این کار امکان دارد؟ ۱۰ حالت امکان پذیر است.
با پرکردن جدول مقابل تمام حالات را نمایش دهید.

ب) این‌بار این مربی قصد دارد از بین همان بازیکنان دو بازیکن انتخاب کند که روی نیمکت بنشینند. چه انتخاب‌هایی دارد؟

جواب، بر عکس حالت (الف)، ستون سمت راست می باشد، بنابراین در این مورد نیز ۱۰ انتخاب دارد

پ) بین تعداد انتخاب‌های $\binom{۵}{۲}$ و $\binom{۵}{۳}$ چه رابطه‌ای هست؟ چگونه این رابطه را توجیه می‌کنید؟

این دو انتخاب با هم برابرند زیرا تعداد حالات انتخاب ۲ نفر از ۵ نفر به این معناست که ۲ نفر از ۵ نفر انتخاب نشوند.

ت) درستی تساوی $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$ را یک‌بار با استفاده از توجیه بالا و یک‌بار با استفاده از فرمول بررسی کنید.

تعداد انتخاب r نفر از n نفر به این معناست که بقیه (یعنی $n-r$ نفر) را انتخاب نکنیم پس $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$

اثبات به کمک فرمول: $\binom{n}{n-r}=\frac{n!}{r!\times(n-(n-r))!}=\frac{n!}{r!\times(n-r)!}=\binom{n}{r}$

۳ جاهای خالی را پرکنید.

الف) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی برابر است با : $\binom{۲۶}{۵}$

ب) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی که حرف a در آنها هست برابر است با : $\binom{۲۵}{۴}$

پ) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی که حرف a در آنها نیست، برابر است با : $\binom{۲۵}{۵}$

ت) بنابراین : $\binom{۲۶}{۵}=\binom{۲۵}{۴}+\binom{۲۵}{۵}$

۴ فرض کنیم A یک مجموعهٔ n عضوی و a یکی ازاعضای آن باشد. $(a\in A)$

الف) تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی مجموعهٔ A برابر است با : $\binom{n}{r}$

ب) تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی A که a در آنها هست، برابر است با : $\binom{n-۱}{r-۱}$

پ) تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی A که aدر آنها نیست، برابر است با : $\binom{n-۱}{r}$

ت) بنابراین : $\binom{n}{r}=\binom{n-۱}{r}+\binom{n-۱}{r-۱}$

تمرین

۱ یک فروشندهٔ تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخمهٔ کدو، تخمهٔ ژاپنی، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می‌تواند درست کند؟

$$\binom{۷}{۵}+\binom{۷}{۶}+\binom{۷}{۷}=۲۸+۷+۱=۳۶$$

۲ یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حسابدار، ۶ کارشناس اداری، ۳ کارمند کارگزینی و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه باید جلسه ای ۵ نفره جهت بررسی و تصویب آخرین طرح های پیشنهادی برگزار کند. به چند طریق این گروه ۵ نفره می تواند انتخاب شود، هرگاه :

الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

ب) رئیس و دقیقاً یک معاون و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

پ) رئیس و دقیقاً یک معاون، یک حسابدار و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

الف) $\binom{۱}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۱۴}{۳}=۱\times۳\times۳۶۴=۱۰۹۲$

ب) $\binom{۱}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۱۱}{۲}=۱\times۳\times۳\times۵۵=۴۹۵$

پ) $\binom{۱}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۱}\times\binom{۹}{۱}=۱\times۳\times۳\times۲\times۹=۱۶۲$

۳ در یک کلاس تعدادی از دانش‌آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟ فرض کنیم تعداد داوطلبان n نفر باشد بنابراین :

$$\binom{n}{۲}=۲۸\Rightarrow\frac{n(n-۱)}{۲}=۲۸\Rightarrow n(n-۱)=۵۶=۸\times۷\Rightarrow n=۸$$

۴ گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می دهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

$$\binom{۱۰}{۳}+\binom{۱۰}{۴}+\binom{۱۰}{۵}=۱۲۰+۲۱۰+۲۵۲=۵۸۲$$

۵ یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ قرمز، آبی، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ‌های متمایز بتواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌دست آورد، او چند رنگ می‌تواند داشته باشد؟

$$۴+\binom{۴}{۲}+\binom{۴}{۳}+\binom{۴}{۴}$$

چرا با اینکه در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می‌شود، اما تعداد رنگ‌های حاصل بیشتر از جواب شماست؟

چون ممکن است میزان ترکیب رنگ ها یکسان نباشد به طور مثل یکبار ۵۰٪ از یک رنگ و ۵۰٪ از رنگ دیگر استفاده شود و بار دیگر ۶۰٪ از یکی و ۴۰٪ از دیگری استفاده شود و در این دو حالت دو رنگ متفاوت به دست آید.

۶ هفت نقطهٔ A و B و C و D و E و F و G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند؟

$$\binom{۷}{۳}=۳۵$$

۷ یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هرگاه

الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟ $\binom{۱۰}{۳} = ۱۲۰$

ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟

اگر این دو ادویه استفاده شوند، ادویه سوم از ۸ ادویه باقیمانده انتخاب خواهد شد و در نتیجه:

$\binom{۸}{۱}$ = تعداد حالات وجود دو ادویه با هم

$\binom{۱۰}{۳} - \binom{۸}{۱} = ۱۲۰ - ۸ = ۱۱۲$ = تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده می‌شوند - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده نشوند

پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟

$\binom{۱۰}{۳} - \binom{۳}{۳} = ۱۲۰ - ۱ = ۱۱۹$ = تعداد حالاتی که هر سه استفاده شده - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که هر سه نباید استفاده شوند

ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ‌یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟

هر سه ادویه باید از دسته اول انتخاب شده یا هر سه ادویه از دسته دوم انتخاب شوند. بنابراین: $\binom{۵}{۳} + \binom{۵}{۳} = ۱۰ + ۱۰ = ۲۰$

۸ مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با:

الف) $\binom{۵}{۳} \times \binom{۶}{۲}$

مسئله: به چند طریق می‌توان از بین ۵ مرد و ۶ زن، ۵ نفر انتخاب کرد به طوری که در این انتخاب ۳ زن و ۲ مرد وجود داشته باشد؟

ب) $\binom{۵}{۳} + \binom{۶}{۲}$

مسئله: احسان می‌خواهد با پول های قلکش ۳ مداد یا ۳ پاک کن (فقط یکی از این دو نوع) را خریداری کند. اگر در مغازه لوازم التحریر فروش فقط ۶ نوع مداد و ۵ نوع پاک کن موجود باشد، احسان چند انتخاب برای خرید دارد؟

اشترانکوه، لرستان