

فصل ۴

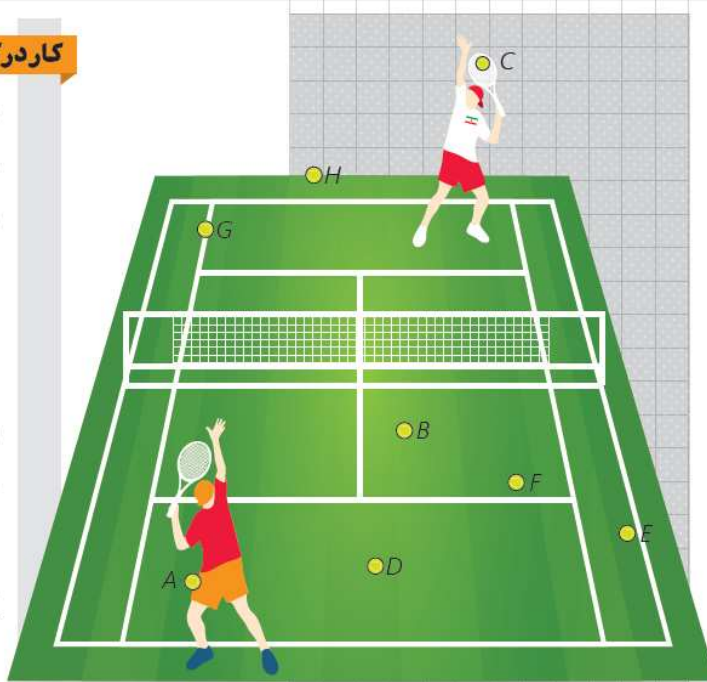
هندسه دهم

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه ، استان خوزستان

کاردرکلاس

به این تصویر دقت کنید. توپ A داخل جیب یکی از بازیکنان و توپ C روی راکت بازیکن دیگر است و بقیه توپ‌های تنیس روی زمین افتاده‌اند.



الف) سه توپ نام ببرید که در یک راستا هستند.

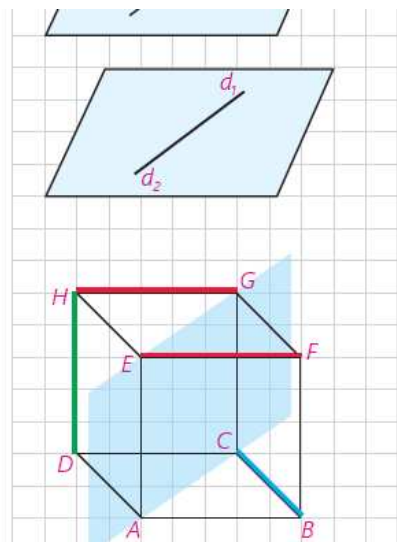
B, F, E

ب) سه توپ نام ببرید که در یک صفحه‌اند ولی هم راستا نیستند.

B, F, D

ج) چهار توپ نام ببرید که همگی در یک صفحه نیستند.

B, F, D, C



فعالیت

مکعب روبه‌رو را در نظر بگیرید.

در هر مورد وضعیت دو خط را نسبت به هم مشخص کنید و بنویسید که آیا می‌توان صفحه‌ای شامل آن دو در نظر گرفت؟

متقاطع : HD و HG

موازی : HG و EF

متقاطع : FD و EC

موازی : GC و EA

متنافر : AB و GD

متنافر : BC و HD

تعریف: دو خط را که نقطه اشتراکی ندارند، در نظر بگیرید:

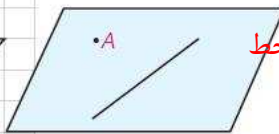
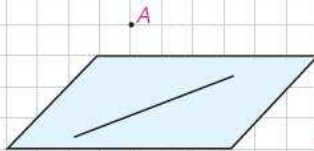
دو خط در فضا نسبت به هم موازی یا یا منطبق یا متناظر هستند.

کاردرکلاس

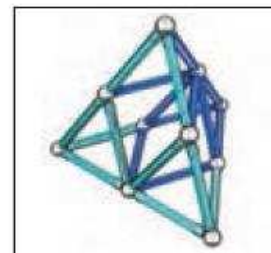
۱- به سؤالات زیر پاسخ دهید.
(می‌توانید از تصاویر کمک بگیرید.)

- در صفحه از هر نقطه چند خط می‌گذرد؟ **بی شمار**
در فضا چطور؟ **بی شمار**

- در صفحه از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، چند خط موازی آن خط می‌توان رسم کرد؟ **یک و تنها یک خط**
در فضا چطور؟ **یک و تنها یک خط**



۲- در شکل‌های زیر در صورت وجود، به خطوط موازی، متقاطع و متناظر اشاره کنید.



۳- دو خط موازی رسم کنید و آنها را d_1 و d_2 بنامید.

حالا خط d_3 را موازی با d_1 رسم کنید. دو خط d_1 و d_2 نسبت به هم چه وضعی دارند؟ **موازی**

نتیجه ۱: در یک صفحه دو خط موازی با یک خط **موازی اند**

آیا در فضا نیز این نتیجه برقرار است؟ **بله**

۴- می‌دانیم که در صفحه دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.

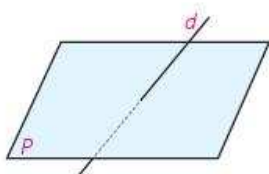
آیا در فضا هم این رابطه برقرار است؟ **خیر**

۵- خط d با صفحه P متقاطع است.

خط‌های موجود در صفحه P نسبت به خط d چه

وضعیت‌هایی می‌توانند داشته باشند؟

متقاطع یا متناظر



حالت‌های مختلف خط و صفحه

▶ مدادتان را طوری در دست بگیرید که مداد یا امتداد آن، صفحه میز را قطع نکند.

اگر خط و صفحه با هم اشتراکی نداشته باشند، نسبت به هم **موازی** هستند.

▶ نوک مداد را روی میز بگذارید. در این حالت مدادتان در یک نقطه با میز اشتراک دارد.

اگر خط و صفحه در یک نقطه مشترک باشند، نسبت به هم **مبتقاطع** هستند.

▶ مدادتان را روی میز قرار دهید.

اگر خط و صفحه بی‌شمار نقطه اشتراک داشته باشند خط بر صفحه واقع است.

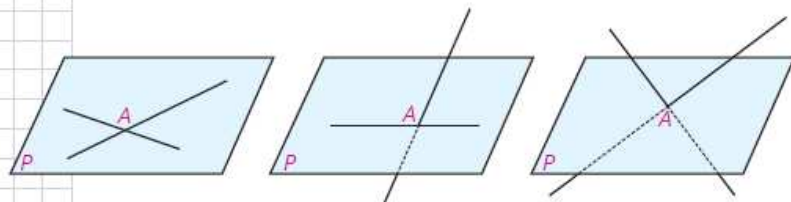
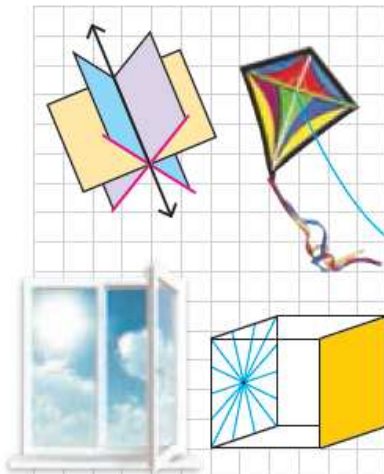
خط و صفحه در فضا نسبت به هم **موازی** یا **مبتقاطع** هستند یا خط بر صفحه واقع است.



کار در کلاس

- به سؤالات زیر پاسخ دهید. (می‌توانید از تصاویر کمک بگیرید.)
 - از یک خط در فضا چند صفحه می‌گذرد؟ **بی شمار**
 - از دو خط متقاطع چند صفحه می‌گذرد؟ **یک و تنها یک صفحه**
 - از دو خط موازی چطور؟ **یک و تنها یک صفحه**
 - از یک نقطه غیر واقع بر یک صفحه، چند خط موازی با آن صفحه می‌توان رسم کرد؟ **بی شمار**

۲- دو خط در نقطه A متقاطع اند و صفحه P شامل نقطه A است. با توجه به شکل‌های زیر حالت‌های مختلف خطوط متقاطع و صفحه P را بررسی کنید.



هر دو خط در صفحه P قرار دارند

فقط یکی از دو خط در صفحه P قرار دارد

هیچ یک از دو خط در صفحه P قرار ندارند



۳- دو خط d_1 و d_2 در فضا با هم موازی اند.
 الف) اگر صفحه‌ای مثل P با یکی از این دو خط موازی باشد، نسبت به دیگری چه وضعی دارد؟

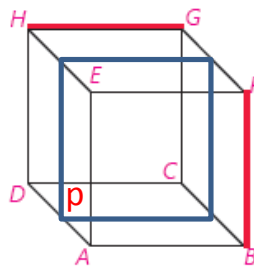
یا با خط دوم موازی است یا خط دوم بر آن واقع است.

ب) اگر صفحه P شامل یکی از این دو خط باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟

یا با خط دیگر موازی است. یا هر دو خط بر آن صفحه قرار دارند

ج) اگر صفحه P با یکی از این خطوط متقاطع باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟ **متقاطع**

۴- مسئله قبل را برای حالتی حل کنید که دو خط، متناظرند.



الف) اگر صفحه‌ای با یکی دو خط متناظر موازی باشد می توان سه حالت را در نظر گرفت ۱- با خط دیگر موازی است. مانند صفحه P و دو خط GH, BF ۲- با خط دیگر متقاطع است مانند صفحه BFG و خطهای AE, GH ۳- خط دیگر بر آن صفحه قرار دارد. مانند صفحه BFE و خطهای AE, GH ,

ج) اگر صفحه‌ای یکی از دو خط متناظر را قطع کند. می توان سه حالت را در نظر گرفت ۱- با خط دیگر موازی است. مانند صفحه EHD و دو خط GH, BF ۲- با خط دیگر متقاطع است مانند صفحه‌ای که از وسط یال های GH, BF, EF می گذرد و دو خط GH, BF ۳- خط دیگر بر آن صفحه قرار دارد. مانند صفحه BFE و خطهای EH, BF

ب) اگر صفحه‌ای شامل یکی از دو خط متناظر باشد می توان دو حالت را در نظر گرفت ۱- با خط دیگر موازی است. مانند صفحه GHD و دو خط GH, BF ۲- با خط دیگر متقاطع است مانند صفحه BFG و خطهای BF, GH

حالت‌های مختلف دو صفحه

► یک برگه را طوری در دست بگیرید که خودش یا امتداد آن صفحه میز را قطع نکند.

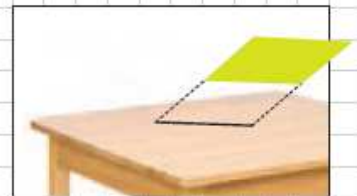
اگر دو صفحه با هم نقطه اشتراکی نداشته باشند، نسبت به هم **موازی** هستند.

► برگه را طوری در دست بگیرید که خودش یا امتداد آن صفحه میز را قطع کند. اشتراک صفحه‌ای که برگه قسمتی از آن است، با سطح میز به چه شکلی است؟

اگر دو صفحه در یک خط راست مشترک باشند، نسبت به هم **متقاطع** هستند. خط راستی که اشتراک دو صفحه متقاطع است، فصل مشترک آن دو صفحه نامیده می‌شود.

► برگه را روی میز قرار دهید.

دو صفحه در فضا نسبت به هم **موازی** یا **متقاطع** یا **منطبق** هستند.



کارد در کلاس

به این مکعب دقت کنید :

الف) خط‌های GF و DA نسبت به هم چه وضعی دارند؟ **موازی**

DC و HG چطور؟ **موازی**

GC و EF چطور؟ **متنافر**

ب) هر خط با چند خط دیگر متقاطع است؟ **چهار خط**

با چند خط موازی است؟ **سه خط**

با چند خط متنافر است؟ **چهار خط**

ج) HD با کدام صفحه موازی است؟ **BFG**

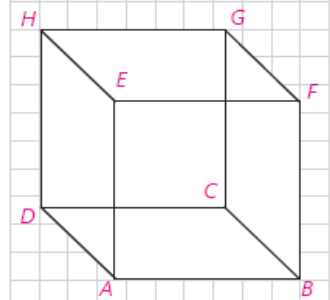
با کدام متقاطع است؟ **EFG, ABC**

بر کدام منطبق است؟ **HAD, HDC**

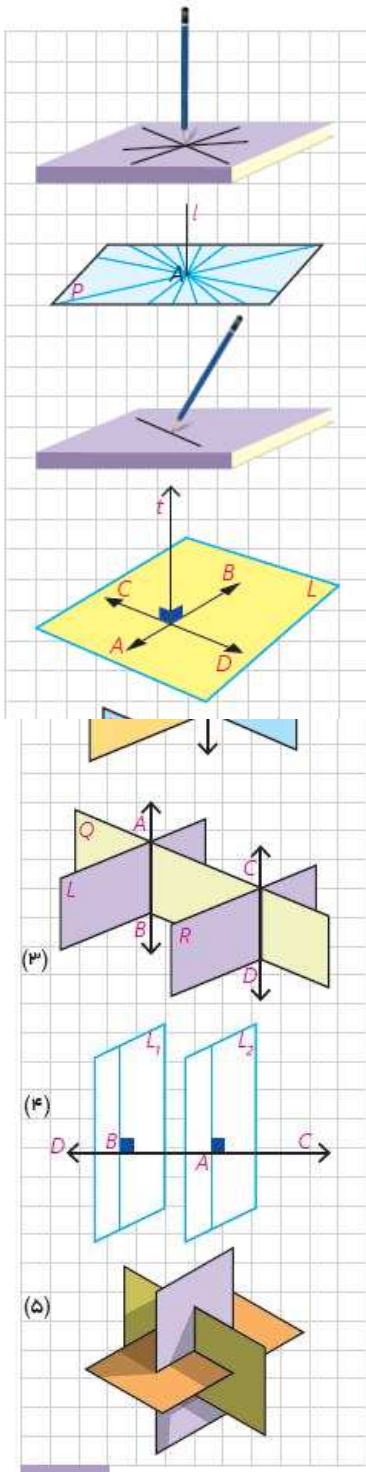
د) دو صفحه موازی و دو صفحه متقاطع نام ببرید.

EFG, ABC دو صفحه موازی اند

ABF, ABC دو صفحه متقاطع اند



تعامد



نوک مداد خود را مطابق شکل به صورت قائم بر صفحه کتاب نگه دارید. در این حالت مدادتان با بقیه خطهای موجود در صفحه که از نقطه تقاطع مداد و سطح میز می گذرند، چه وضعیتی دارد؟

عمود است

تعریف: فرض کنید خط l در نقطه A صفحه P را قطع می کند. خط l بر صفحه P عمود است؛ هرگاه بر تمام خطهای صفحه P که از نقطه A می گذرند، عمود باشد.

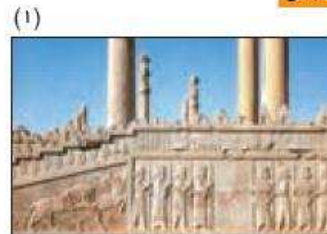
آیا اگر خطی فقط بر یکی از خطوط صفحه ای عمود باشد، می توانیم بگوییم آن خط به آن صفحه عمود است؟

خیر

می توان نشان داد که:

اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه ای، در محل تقاطع عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

گارد در کلاس



می دانیم که در صفحه، دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.

الف) آیا دو خط عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی اند؟ **بله**

ب) آیا دو صفحه عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی اند؟ **بله**

ج) دو صفحه عمود بر یک خط نسبت به هم چه وضعی دارند؟ **موازی اند**

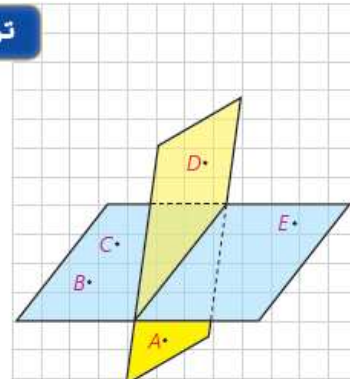
د) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟ **عمود است**

ه) اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه ای عمود باشد، وضعیت خط دوم با صفحه را بررسی کنید. **آن نیز عمود است**



تمرین

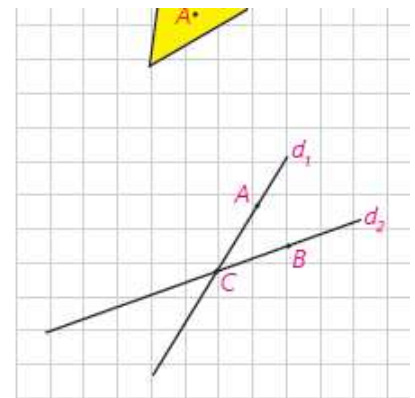
- ۱- با توجه به شکل به سؤالات پاسخ دهید :
 الف) چند صفحه در شکل می بینید، نام ببرید.
 ب) سه نقطه پیدا کنید که در یک صفحه اند.
 ج) چهار نقطه پیدا کنید که در یک صفحه نیستند.
 د) دو خط AB و CE نسبت به هم چه وضعی دارند؟ AC و CE چگونه؟



الف: دو صفحه - صفحه BCE و صفحه ای که از AD و فصل مشترک می گذرد

ب: B, C, E ج: B, C, E, D د: متنافر - متنافر

- ۲- خطوط d_1 و d_2 و نقاط A و B و C مانند شکل مقابل اند. صفحه P را در حالت های زیر در نظر بگیرید و وضعیت نسبی آن را با هر یک از خطوط d_1 و d_2 بررسی کنید.
 الف) صفحه P شامل نقطه C است.
 ب) صفحه P شامل A و C باشد؛ ولی شامل B نباشد.
 ج) صفحه P شامل نقاط C و B و A است.
 د) صفحه P شامل خط d_1 و نقطه B است.



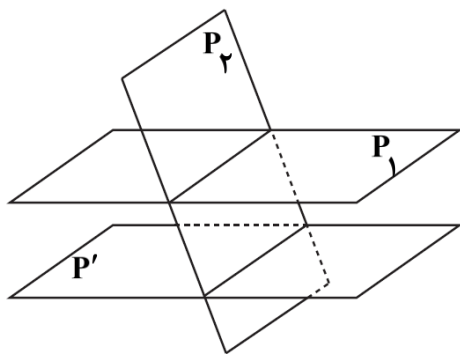
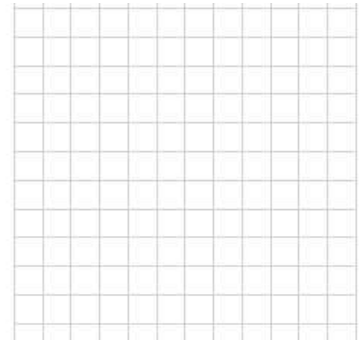
الف: یکی از حالت های زیر رخ می دهد: ۱- هر دو خط روی صفحه P قرار دارند. ۲- فقط یکی از دو خط متقاطع روی صفحه P قرار دارد. و دیگری صفحه P را در نقطه C قطع می کند ۳- هر دو خط صفحه P را در نقطه C قطع می کنند.

ب: یکی از حالت های زیر رخ می دهد: ۱- هر دو خط روی صفحه P قرار دارند. ۲- فقط خط d_1 روی صفحه P قرار دارد. و d_2 صفحه P را در نقطه C قطع می کند.

ج: هر دو خط روی صفحه P قرار دارند.

د: هر دو خط روی صفحه P قرار دارند.

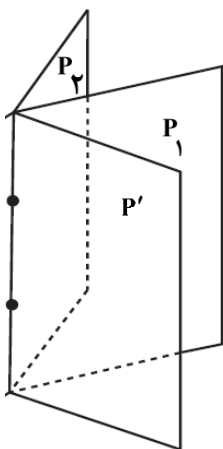
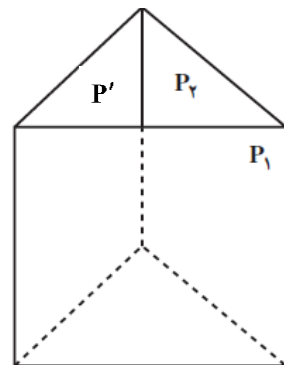
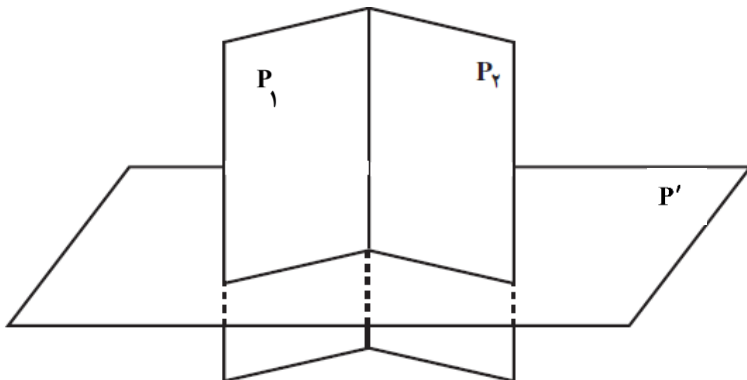
۳- دو صفحه P_1 و P_2 را به گونه‌ای در نظر بگیرید که متقاطع باشند و خط d فصل مشترک آنها باشد (در هر دو حالت الف و ب تصویر مناسب را رسم کنید).
 الف) اگر P' صفحه‌ای باشد که با P_1 موازی باشد، نسبت به P_2 چه وضعیتی خواهد داشت.
 ب) اگر P' صفحه‌ای باشد که با P_1 متقاطع است، با P_2 چه وضعیتی می‌تواند داشته باشد.



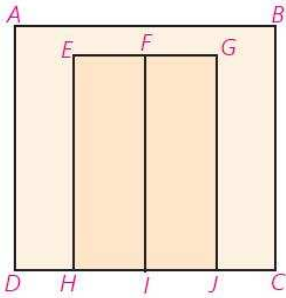
الف : صفحه P' صفحه P_2 را در خطی موازی خط d قطع

می‌کند.

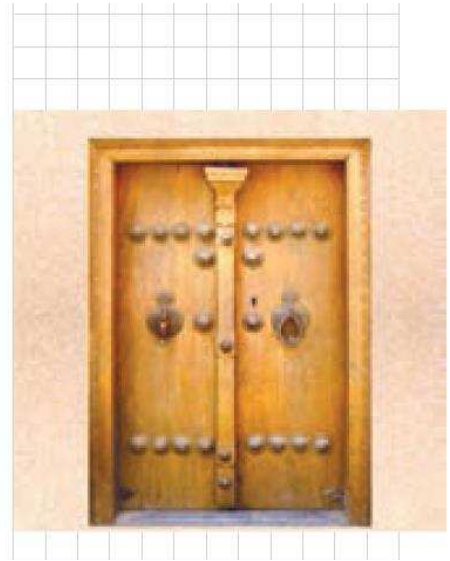
ب :



۴- شکل مقابل یک دیوار و یک در دولنگه را که در دیوار قرار گرفته است، نشان می‌دهد. وضعیت خط‌ها و صفحه‌های زیر را مشخص کنید.
 الف) وضعیت صفحات EFH و ABCD و FGJI را دو به دو نسبت به هم بررسی کنید.



- ب) خطوط BC و FI
- ج) خطوط AB و FI
- د) خطوط EF و FG
- ه) خطوط HI و FG
- و) یکی از خطوط (به دلخواه) و یکی از صفحات (به دلخواه)

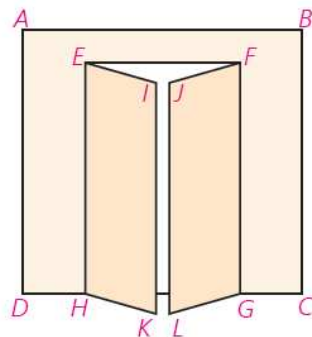


الف: دو صفحه EFH, FGJI بر هم منطبق اند و صفحه ABCD با هر دوی آن‌ها موازی است.

ب: موازی - ج: متناظر - د: منطبق - ه: موازی - و: موازی



۵- تجسم کنید دو لنگه در هر کدام 30° باز شده‌اند، وضعیت خط‌ها و صفحه‌های زیر را مشخص کنید.

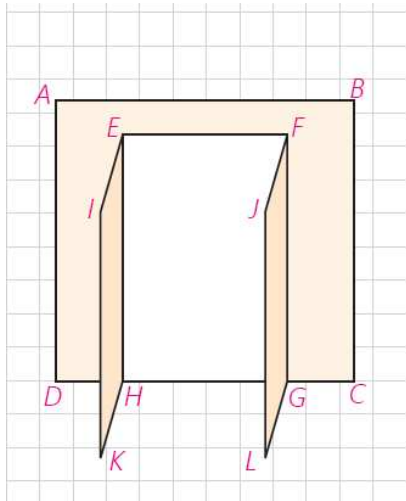


- الف) وضعیت صفحه‌های ABCD و EIKH و JFGL را دو به دو نسبت به هم بررسی کنید.
- ب) خط FJ و صفحه EIKH
- ج) خط JL و صفحه EIKH
- د) خط EH نسبت به هر یک از صفحات
- ه) خطوط EI و JF
- و) خطوط EI و FG
- ت) خطوط FJ و BC

الف: دو به دو متقاطع اند. ب: متقاطع ج: موازی

د: خط EH روی دو صفحه ABCD, EIKH قرار دارد و با صفحه JFGL

ه: متقاطع و: متناظر ز: متناظر



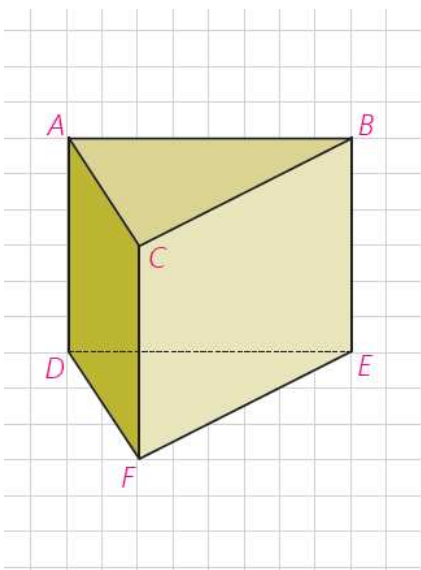
۶- تصور کنید دو لنگه در هر کدام 90° باز شده‌اند. وضعیت خط‌ها و صفحه‌های زیر را مشخص کنید.
 الف) وضعیت صفحات EIKH و ABCD و FGLJ را دو به دو نسبت به هم بررسی کنید.

- ب) خط FJ و صفحه EIKH موازی
- ج) خط JL و صفحه EIKH موازی
- د) خطوط EI و FJ موازی
- ه) خطوط HK و FJ موازی

الف : دو صفحه ABCD, EIKH متقاطع ، دو صفحه ABCD, FGLJ متقاطع ، دو صفحه EIKH, EIKH موازی

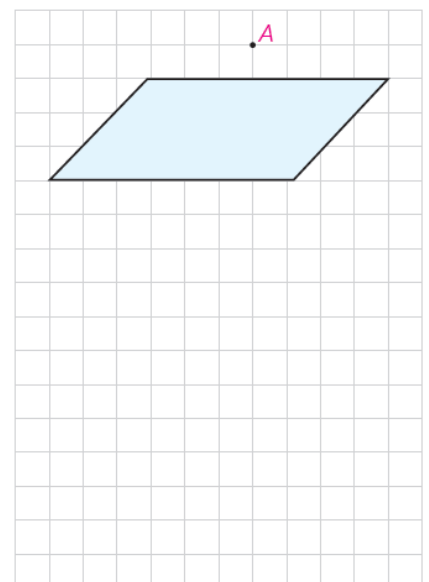
۷- منشور سه پهلوی زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید :

- الف) سه جفت خط متمایز دو به دو موازی نام ببرید. **AD, CF, BE**
- ب) سه جفت خط متمایز دو به دو متناظر نام ببرید. **CD, EF, AB**
- ج) سه جفت خط دو به دو متقاطع نام ببرید. **AB, AC, BC**
- د) سه خط هم‌مس نام ببرید. **AB, AC, AD**
- ه) سه جفت خط و صفحه موازی نام ببرید. **خطهای AB, AC, BC و صفحه DEF**
- و) دو صفحه موازی نام ببرید. **ABC , DEF**
- ز) سه صفحه دو به دو متقاطع نام ببرید. **ABC , BCFE , ACFD**



۸- از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، چند خط می‌توان به آن صفحه عمود کرد؟

یک و تنها یک خط می‌توان عمود کرد



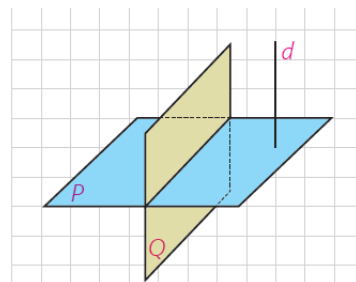
۹- از هر خط غیر واقع بر یک صفحه، چند صفحه می‌توان گذراند که بر آن صفحه

عمود باشد؟

- الف) خط بر صفحه عمود باشد. **بی شمار صفحه**
- ب) خط بر صفحه عمود نباشد. **فقط یک صفحه**

۱۰- دو صفحه P و Q برهم عمودند و خط d نیز بر صفحه P عمود است. این خط نسبت به صفحه Q چه وضعی دارد؟

موازی است



۱۱- دو صفحه متقاطع P و Q بر صفحه R عمودند. فصل مشترک این دو صفحه نسبت به صفحه R چه وضعیتی دارد؟

عمود است

