

درس ۲

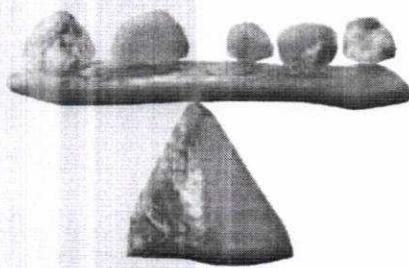
معیارهای گرایش به مرکز

فعالیت

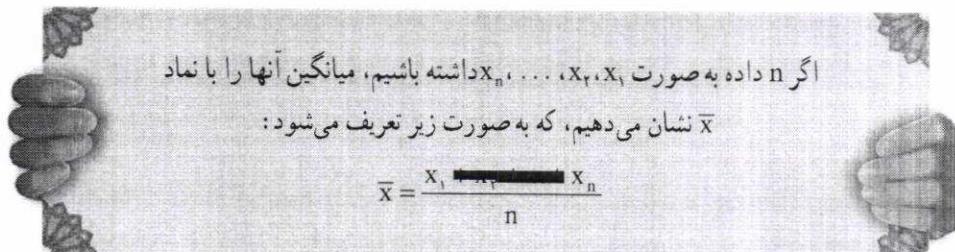


اموال خیرین مدرسه چقدر به مدرسه کمک می‌کنند؟ مدیر مدرسه بر اساس اطلاعات سال‌های گذشته خود می‌گوید: معمولاً خیرین، به طور متوسط، ۱۰ درصد درآمد سالانه خود را به این امر اختصاص می‌دهند. فرض کنید درآمد ماهیانه حضار در انجمن خیریه این دیبرستان در سال جاری به ترتیب حروف الفبا به صورت زیر باشد:

آرمان	احمد	جوانه	حسنا	رسول	سبحان	نجمیه	درآمد (میلیون ریال)
۲۵	۲۲	۲۰	۲۲	۲۸	۱۲	۴۰	



س برای پاسخ به سؤال طرح شده باید میانگین این اعداد را محاسبه کنیم. میانگین همان جزی است که ما به آن معدل می‌گوییم. برای محاسبه آن شما تمامی درآمدها را باهم جمع و بر تعداد افراد حاضر تقسیم می‌کنید. اگر تمامی درآمدها را باهم جمع کنید (۱۸۹)، و بر تعداد افراد تقسیم کنید (۷)، به عدد میانگین ۲۷ میلیون ریال در ماه می‌رسید. در نتیجه ۱۰ درصد درآمد سالانه برابر است با $\frac{۳۲}{۴}$ است.



اگر n داده به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، میانگین آنها را با نماد \bar{x} نشان می‌دهیم، که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

تئیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

کار در کلاس



$$\bar{x} = \frac{10+20+30+40+50}{5} =$$

۱. میانگین داده‌های $5, 5, 20, 30, 40, 10$ چقدر است؟
۲. اگر میانگین داده‌های $10, x, 40$ برابر 30 شود مقدار x چقدر است؟
۳. میانگین اعداد $1, 2, 3, 4, 5$ چقدر است؟
۴. میانگین اعداد $20, 4, 6, 8, 5$ چقدر است؟
۵. میانگین اعداد $5, 6, 7, 8, 9$ چقدر است؟
۶. میانگین اعداد $60, 70, 80, 90, 50$ چقدر است؟
۷. آیا می‌توانید چند قاعدة کلی از تمرین‌های قبل درباره خواص میانگین ذکر کنید.

*میانگین
مجموع داده ها
÷ تعداد داده ها
= میانگین*

حال اگر یک میلیارد را درآمد ماهیانه یک میلیارد ریال به انجمان خیریه دیبرستان ماییاد، میانگین درآمد حضار چه تغییری می‌کند؟ (بیشتر مردم به او ثروتمند می‌گویند. آمارشناسان او را دورافتاده می‌نامند). درآمد او میانگین را تا حدود 148 میلیون ریال در ماه بالا می‌آورد (دقیقاً $\frac{148}{625}$) و بر اساس شیوه تخمین گذشته، خیرین معادل 178 میلیون ریال (دقیقاً $\frac{178}{35}$) را به دیبرستان کمک خواهند کرد! که غیرواقعی به نظر می‌رسد یا امکان محقق شدن آن ضعیف است.

دورافتاده: مقداری متفاوت با سایر مقادیر داده‌هاست. معمولاً مقدار آن بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از بقیه داده‌هاست.

میانه

در مثال خیریه، داده دورافتاده باعث اشتباه ما در تخمین متوسط داده‌هاشد. میانگین مرسوم‌ترین معیار گراش به مرکز است که گاهی ممکن است مارا به اشتباه بیندازد، ولی می‌توان از معیار دیگری نیز برای بیان متوسط درآمد استفاده کرد. برای این منظور از میانه که داده وسطی داده‌های مرتب شده است، می‌توان استفاده کرد.

بس از مرتب کردن داده‌ها، داده‌ای که تعداد داده‌های بعد از آن با تعداد داده‌های قبل از آن برابر است، میانه است. اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر میانگین دو داده وسطی مرتب شده است.

برای محاسبه میانه داده‌ها، قبل از ورود میلیارد، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کیم. وسط عدد چهارمین عدد است، پس میانه داده‌ها عدد 28 است که با میانگین داده‌ها تفاوت زیادی ندارد.

درآمد مرتب شده	ردیف
۱۲	۱
۲۲	۲
۲۵	۳
۲۸	۴
۳۰	۵
۳۲	۶
۴۰	۷

حال فرض کنید میلیارد در خیریه حضور دارد. میانه برای 8 عدد وجود ندارد یا به عبارتی 8 عدد، عدد وسط ندارند. پس بین داده چهارم و پنجم میانگین می‌گیریم. جایگاه چهارم درآمد 28 و جایگاه پنجم آن 30 و در نتیجه میانه جدید درآمد 29 است.

مد، داده‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد.
فروشنده‌گان بوشак از معیار گراش به مرکز مد بسیار استفاده می‌کنند. آنها با آمارگیری‌های خود در می‌بانند که چه نوع بوشاكی مورد سند مصرف کنندگان است.
از همان بوشاك برای فروش سفارش می‌دهند.

در رأی گیری‌ها، اساس تصمیم‌گیری مد است، جون موضوعی که بیشترین فراوانی را داشته باشد، انتخاب می‌شود. در انتخاب رئیس جمهور، نامزدی انتخاب می‌شود که بیشترین فراوانی (رأی) را داشته باشد.
برای محاسبه مد فقط کافی است فراوانی داده‌ها را با هم مقایسه کنیم و داده با بیشترین فراوانی مد است. مد ممکن است منحصر به فرد نباشد.

بیشتر افراد معتقدند که عدد ۲۹ میلیون ریال گویای مقدار صحیح متوسط درآمد افراد است و عدد ۱۴۸ میلیون ریال کاملاً بی ربط است. پس ما به یک نتیجه می‌رسیم: اگر در داده‌هایمان، دورافتاده وجود داشت - دقیقاً مانند زمانی که یک میلیارد **هوس** کار خبر می‌کند - باید از میانه استفاده کنیم.

لکن
داده نهاده را بجای
هوس کار خبر می‌کند.

برصغب کار

تمرین

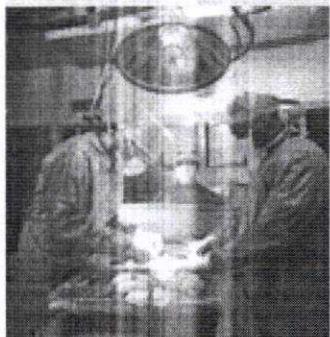


اینها داده‌ها را برای من می‌کنند.

۱. میانه داده‌های ۹۹,۱, ۱۴,۸۶, ۲,۶۸, ۹۹, ۱۰, ۱۴,۸۶, ۲,۶۸, ۹۹, ۱۱ چقدر است؟
۲. میانه داده‌های ۹۹,۱, ۱۴,۸۶, ۲,۶۸, ۹۹, ۱۰, ۱۴,۸۶, ۲,۶۸, ۹۹, ۱۱ چقدر است؟

نکته اصلی در اینجاست: اگر در آمار در جایی به یک نتیجه شسته و رفته برخوردید، خیلی احتیاط کنید. به دست آوردن «یک استنباط درست از داده‌ها تنها چیزی نیست که شما در یک بررسی آماری خواهان آن هستید: خواسته دیگر ما برنامه‌ریزی و تصمیم‌گیری است».

تصور کنید که به جای انجمن خیریه با یک بیمارستان سر و کار داریم و داده‌ها به جای مبالغ درآمد، هزینه‌های جراحی هستند. فرض کنید به جای میلیارد، با یک بیمار روبه رویم که گرفتار بعضی از مشکلات بعد از عمل است و مجموع هزینه‌هایش بالغ بر ۲۵۰ میلیون ریال است.



بیمار	هزینه‌های جراحی میلیون ریال	هزینه‌های جراحی مرتب شده
الف	۲	۱
ب	۵	۲
ب	۴۵	۳
ت	۷	۴
ت	۳۵	۵
ت	۳۰	۶
ج	۵۰	۷
ج	۲۵۰	۸

هزینه‌های که بگزینست.

تئیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

میانگین هزینه‌های جراحی این بیمارستان برابر ۵۳ میلیون ریال و میانه آن برابر $\frac{۲۲}{۵}$ میلیون ریال است. اگر شما مدیر این بیمارستان بودید، کدام عدد برایتان از همه مهم تر بود؟ عدد $\frac{۲۲}{۵}$ میلیون نشان دهنده هزینه‌های معمول نگهداری یک بیمار است، اگر بخواهیم بودجه سال بعد را با فرض این عدد بنویسیم، به احتمال زیاد با کسر بودجه مواجه می‌شویم. با قدری تفکر به میانگین و میانه، دلیل اینکه افراد از بیمه اجتماعی استفاده می‌کنند، روش می‌شود؛ (میانه هزینه‌های سالیانه درمان معمولاً بسیار کمتر از حق بیمه برداختی است، اما با نگاه به میانگین سالانه هزینه‌ها، حساب می‌کنم که معامله خوبی کرده‌ام) و من همیشه کمرنگ اینمی را می‌بندم، اگرچه میانه تعداد زخمی‌ها در هر سفر با خودرو صفر باشد. این نتیجه را نیز به یاد داشته باشید: گاهی هیچ آمار درست یا غلطی وجود ندارد، و همه چیز به اینکه شما چرا می‌خواهید از آنها استفاده کنید، بستگی دارد.



میانگین موزون:

شما قطعاً شنیده‌اید که برخی از نمرات شما ضرب دارند. مثلاً اگر چهار بار از سیما آزمون گرفته باشند، نمره آخرین آزمون را ممکن است در ۳ ضرب کنند، یعنی به آن ضرب ۳ بدهند. پس اگر نمرات شما به صورت زیر باشند:

ازمون اول	دورم	سوم	چهارم
۱۷	۱۸	۱۵	۱۶

کار در کلاس



با سه واژه: داده دورافتاده، میانه، و میانگین، ۵ جمله زیر را کامل کنید.

۱. آنچه اکثر مردم «حد وسط» می‌نامند، نزد آمارشناسان به **میانگین** معروف است. برای محاسبه **میانگین**... به داده‌های خود به عنوان فهرستی از اعداد نگاه کنید؛ همه اعداد را باهم جمع کنید و بر تعدادشان تقسیم کنید.
۲. **میانه**... در واقع نقطه وسطی فهرست اعداد مرتب شده است. نیمی از اعداد مقادیر بالاتر از **میانه**... و نیمی دیگر مقادیر پایین‌تر از **میانه**... قرار دارند.
۳. زمانی با **داده‌های متوسط** مواجه هستیم که مشاهده‌ای داشته باشیم که از الگوی داده‌هایمان پیروی نکند.
۴. وقتی با **داده‌های متوسط** مواجه هستیم، **میانه**... معمولاً بازتاب بهتری از داده‌ها می‌دهد تا **میانگین**...
۵. به طور کلی، برای برنامه‌ریزی و تصمیم‌گیری، **میانگین**... بهتر از ... است.

نمره‌ای که برای این درس در کارنامه شما خواهد آمد میانگین ۶ عدد است یعنی نمره درس مذکور عبارت است از:

$$16+15+18+17+17=86$$

میانگین نمره‌ها بدون احتساب ضرب ۱۶/۵ می‌شود.

از میانگین موزون برای معدل دروسی که با واحدهای مختلف (تعداد ساعات متفاوت) در طول سال تحصیلی ارائه می‌شود نیز استفاده می‌شود.

خواهانی

شخصی دست راست خود را در یخچال و دست چپ خود را در فر کرده است. زمانی که از او درباره احساسش سؤال می‌شود پاسخ می‌دهد: «به طور متوسط خوب هستم». نتیجه اخلاقی این لطیفه این است که یک عدد به تنها ی، معمولاً مجموعه‌ای از داده‌ها را به خوبی توصیف نمی‌کند. بنابراین، اندیشه خوبی است که علاوه بر معیار گرایش به مرکز معیاری را نیز گزارش دهیم که نوسان و تغییر داده‌ها را هم بیان کند.

تئیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان