

نام:		وزارت آموزش و پرورش		آزمون درس: ریاضی ۱	
نام خانوادگی:		سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان		پایه: دهم	
شماره صندلی:		اداره استعدادهای درخشان استان لرستان		رشته: تجربی - ریاضی	
کلاس:		امتحانات هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان استان لرستان - دی ۱۴۰۲		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲	
ردیف:		** هر نیاز کشور، یک سمپادی آماده اثرگذاری **		زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه	
امتحان در ۲ صفحه و ۱۵ سوال می باشد.				استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.	

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر $Q \subseteq A$ در این صورت A یک مجموعه متناهی است. ب) با نزدیک شدن زاویه باز α به 90° درجه، مقدار $\sin \alpha$ زیاد می شود. ج) ریشه های دوم عدد ۲۵ به صورت ۵ و -۵ می باشند. د) اگر $0 < a < 1$ - آنگاه $\sqrt{-a} < -a^3$ است.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر R مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $A = [-4, 1)$ برابر است. ب) در یک معادله درجه دوم به صورت $x^2 + ax + b = 0$ اگر این معادله ریشه مضاعف داشته باشد به روش Δ ریشه مضاعف از رابطه به دست می آید. ج) ریشه سوم عدد $0.27/0$ ، عدد می باشد. د) واسطه حسابی دو عدد ۳ و ۱۳ عدد می باشد.	۱
۳	اگر $A = \left\{ \frac{x}{2} \mid \sqrt{x} \in N, x^2 < 100 \right\}$ و $B = \{x^2 - 3 \mid -4 < x < 4, x \in Z\}$ و $C = \{x \mid x \in N, 2x + 6 = 0\}$ در این صورت مطلوب است: ۱) $A \cap B - C =$ ۲) $A \cup B =$	۱
۴	الف) اگر جملات سوم، هفتم و نهم از یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، جمله چندم این دنباله حسابی برابر صفر است. ب) جمله عمومی دنباله درجه دوم ...، ۵۱، ۳۵، ۲۲، ۱۲، ۵ را به دست آورید.	۱/۵
۵	در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند. مطلوب است: الف) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرودند. ب) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند.	۱/۵
۶	علی دو چرخه‌ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دو چرخه دست دوم، در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد. الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش دو چرخه‌اش را داشته باشد، به چه قیمتی می تواند آن را بفروشد؟ ب) قیمت دو چرخه بعد از گذشت n سال از چه رابطه‌ای به دست می آید؟	۱/۵

۷	علی می خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱/۵ متر و طول سایه او در همان لحظه ۰/۵ متر است. ارتفاع درخت را حساب کنید.	۱
۸	الف) اگر خط به معادله $y = 2\sqrt{3}mx - 1$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 30° درجه بسازد مقدار m را به دست آورید. ب) درستی تساوی زیر را بررسی کنید.	۲
۹	اگر $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ و $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ ، آنگاه سایر نسبت های مثلثاتی زاویه α را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه را به دست آورید.	۱
۱۱	حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.	۱/۵
	۱) $\sqrt[5]{\frac{-\sqrt{2}}{16\sqrt{8}}} =$	
	۲) $\frac{2\sqrt{6} \times 4\sqrt{6-2}}{8\sqrt{6+1}} =$	
	۳) $\frac{\sqrt{23-6\sqrt{6-4\sqrt{2}}}}{3+\sqrt{2}} =$	
۱۲	اگر $x = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$ در این صورت مقدار عبارت زیر را حساب کنید.	۱
	$(x^3 + 12x - 31)^{1402}$	
۱۳	مخرج کسره های زیر را گویا کنید.	۱/۵
	۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}} =$	
	۲) $\frac{1}{\sqrt[4]{x}-1}$	
۱۴	عبارت های زیر را تجزیه کنید.	۱/۵
	۱) $2x^2 + 3x + 1$	
	۲) $a^3 - 2ab + a^2b - 2b^2$	
	۳) $3x^2 + 5xy - 2y^2$	
۱۵	معادلات زیر را به روش خواسته شده حل کنید.	۱/۵
	۱) روش کلی $3x^2 + 2x - 3 = 0$	
	۲) مربع کامل $2x^2 + x - 2 = 0$	

باسم تسریح ریاضی ۱ - استعداد های درخشان لرستان

نویسنده: احسان غنی زاده - دانشجوی داروسازی زنجیان - طراح و ویراستار استاد درس ریاضی آزمون هلی
کانون - مؤلف کتاب هلی ریاضی اول دوازدهم تجربی دبیرکار ریاضی بازرگمانسانی

باسم سوال ۱ الف) نادرست ب) درست ج) درست د) درست

باسم سوال ۲ الف) $(-\infty, -4) \cup [1, +\infty)$ ب) $x = \frac{-a}{2}$ ج) ۳ د) $\wedge$

باسم سوال ۳ $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1, -2, -3 \right\}$, $B = \{ 4, 1, -2, -3 \}$

$$C = \emptyset \quad 1) (A \cap B) - C = \{1\} - \emptyset = \{1\}$$

$$2) A \cup B = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1, -2, -3, 4 \right\}$$

$$\begin{aligned} a_1 + 2d, a_1 + 4d, a_1 + 6d &\rightarrow (a_1 + 2d)(a_1 + 6d) = (a_1 + 4d)^2 \\ \rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 12d^2 &= a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 \rightarrow -2a_1d = 4d^2 \rightarrow -a_1 = 2d \\ a_n = 0 &\rightarrow a_1 + (n-1)d = 0 \rightarrow -2d + (n-1)d = 0 \\ \rightarrow d(-2 + n-1) &= 0 \rightarrow \begin{cases} d = 0 \text{ نادرست} \\ n = 3 \checkmark \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5, 12, 22, 35, 51, \dots &\rightarrow \begin{cases} 2a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 5 \rightarrow \frac{3}{2} + b = 5 \rightarrow b = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \\ a + b + c = d \rightarrow \frac{3}{2} + \frac{7}{2} + c = 12 \rightarrow c = 12 - 5 = 7 \end{cases} \\ \rightarrow a_n = an^2 + bn + c &= \frac{3}{2}n^2 + \frac{7}{2}n + 7 \end{aligned}$$

باسم سوال ۴ $n(U) = 31$ و $A \rightarrow n(A) = 14$, $B \rightarrow n(B) = 19$

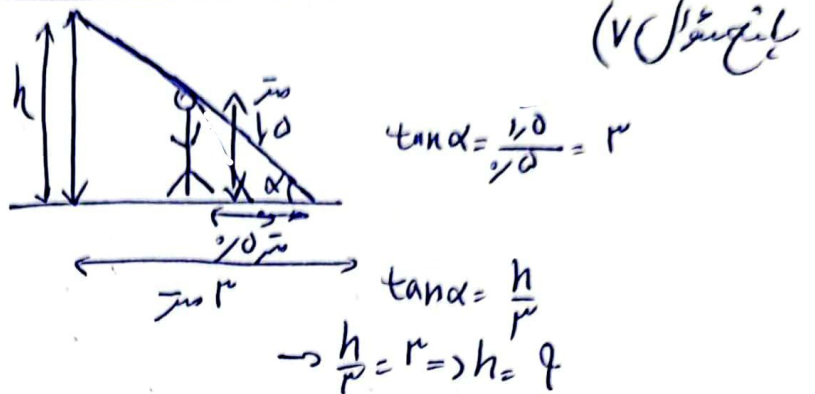
$$n(A \cap B) = 5 \rightarrow \text{الف) } n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 5 = 9$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } n(A' \cap B') &= n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] \\ &= 31 - [14 + 19 - 5] = 31 - 28 = 3 \end{aligned}$$

$$000, 100, \dots \rightarrow \begin{cases} a_1 = 000 \\ d = -100 \end{cases} \rightarrow a_n = -100n + 400$$

(4) سؤال

$$a_{17} = -100 \times 17 + 400 = 400 - 1700 = -1300$$



ان) $m = \tan \theta = \tan 45^\circ = \frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{\sqrt{r}m}{m+0} \rightarrow 4m = m+0 \rightarrow 0m = 0 \rightarrow m = 1$

(6) سؤال

$$\begin{aligned} \text{5) } \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cot^2 \alpha} &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cot^2 \alpha} \rightarrow \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cot^2 \alpha} \right) \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cot^2 \alpha} \right) \\ &= \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \tan^2 \alpha \right) \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha \right) = \underbrace{(1 + \tan^2 \alpha - \tan^2 \alpha)}_1 (1 + \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha) \end{aligned}$$

$$= r \tan^2 \alpha + 1 = \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

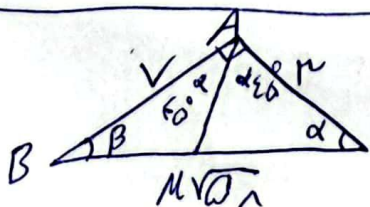
$\alpha \rightarrow 135^\circ \rightarrow \tan \alpha = -\frac{r}{r} \rightarrow \cot \alpha = -\frac{r}{r}$

(7) سؤال

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\rightarrow 1 + \left(-\frac{r}{r}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \frac{r^2}{r^2} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{r^2} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{r}{r}$$

$$1 + \left(-\frac{r}{r}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \rightarrow \frac{r^2}{r^2} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{r^2} \rightarrow \sin \alpha = \frac{r}{r}$$



$$\sin \alpha = \frac{10}{20} \Rightarrow \sin \beta = \frac{r}{20} \rightarrow \frac{AM}{\sin \alpha} = \frac{MC}{\sin 20^\circ}$$

$$\frac{AM}{\sin \beta} = \frac{BM}{\sin 20^\circ}$$

(8) سؤال

$$\frac{AM}{\frac{V}{\sqrt{a\lambda}}} = \frac{MC}{\frac{\sqrt{r}}{r}} \rightarrow AM = \frac{V}{\sqrt{a\lambda}} \times MC = \frac{12MC}{\sqrt{r} \times \sqrt{a\lambda}} \quad \text{(I) (مشتق اول)}$$

$$\frac{AM}{\frac{r}{\sqrt{a\lambda}}} = \frac{BM}{\frac{\sqrt{r}}{r}} \rightarrow AM = \frac{rBM}{\sqrt{a\lambda}} = \frac{4BM}{\sqrt{r} \times \sqrt{a\lambda}} \Rightarrow \frac{12MC}{\sqrt{r} \times \sqrt{a\lambda}} = \frac{4BM}{\sqrt{r} \times \sqrt{a\lambda}}$$

$$\Rightarrow BM + MC = \sqrt{a\lambda} \rightarrow$$

$$\rightarrow VMC = rBM$$

$$\rightarrow MC = \frac{r}{V} BM$$

$$BM + \frac{r}{V} MB = \sqrt{a\lambda} \rightarrow \frac{1}{V} BM = \sqrt{a\lambda}$$

$$\rightarrow BM = \sqrt{a\lambda} \times \frac{V}{10} = \frac{V\sqrt{a\lambda}}{10}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{4}{\sqrt{r} \times \sqrt{a\lambda}} \times BM = \frac{4}{\sqrt{r} \times \sqrt{a\lambda}} \times \frac{V\sqrt{a\lambda}}{10} = \frac{2V}{a\sqrt{r}}$$

$$\rightarrow AM = \frac{2V}{a\sqrt{r}} \quad \text{(مشتق دوم)}$$

$$1) \frac{a\sqrt{-\sqrt{r}}}{\sqrt{14\sqrt{\lambda}}} = -\sqrt{\frac{\sqrt{r}}{14\sqrt{\lambda}}} = -\sqrt{\frac{\sqrt{r}}{14 \times r\sqrt{r}}} = -\sqrt{\frac{1}{14r}} = -\frac{1}{r} \quad \text{(II) (مشتق اول)}$$

$$2) \frac{r^{\sqrt{5}} \times r^{\sqrt{5}-r}}{r^{\sqrt{5}+1}} = \frac{r^{\sqrt{5}} \times r^{r\sqrt{5}-r}}{r^{r\sqrt{5}+r}} = \frac{r^{r\sqrt{5}-r}}{r^{r\sqrt{5}+r}} = r^{-r} = \frac{1}{r^r}$$

$$3) \frac{\sqrt{r^2-4\sqrt{4-r\sqrt{r}}}}{r+\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{r^2-4\sqrt{(r-\sqrt{r})^2}}}{r+\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{r^2-4(r-\sqrt{r})}}{r+\sqrt{r}} \\ = \frac{\sqrt{r^2-4r+4\sqrt{r}}}{r+\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{11+4\sqrt{r}}}{r+\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{(r+\sqrt{r})^2}}{r+\sqrt{r}} = \frac{r+\sqrt{r}}{r+\sqrt{r}} = 1$$

$$x = \sqrt[3]{14-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{14+8\sqrt{5}} \quad (12 \text{ سؤال})$$

$$\sqrt[3]{14-8\sqrt{5}} \cdot x^3 = 14-8\sqrt{5} + 14+8\sqrt{5} + 3\sqrt[3]{(14-8\sqrt{5})^2(14+8\sqrt{5})} + 3\sqrt[3]{(14-8\sqrt{5})(14+8\sqrt{5})^2}$$

$$\rightarrow x^3 = 28 + (-24)\sqrt[3]{14-8\sqrt{5}} + (-24)\sqrt[3]{14+8\sqrt{5}} = 28 - 24\left(\sqrt[3]{14-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{14+8\sqrt{5}}\right)$$

$$\rightarrow (x^3 + 12x - 28)^{1/3} = \left(28 - 24\left(\sqrt[3]{14-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{14+8\sqrt{5}}\right) + 12x(28 - 24\left(\sqrt[3]{14-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{14+8\sqrt{5}}\right)) - 28\right)^{1/3}$$

$$= (12x - 28)^{1/3} = 1$$

$$1) \frac{1}{\sqrt[3]{x^3} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x^3} + 1}{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x^3} + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x^3} + 1}{x^3 + 1} \quad (13 \text{ سؤال})$$

$$2) \frac{1}{\sqrt[5]{x} - 1} \times \frac{\sqrt[5]{x} + 1}{\sqrt[5]{x} + 1} = \frac{\sqrt[5]{x} + 1}{\sqrt[5]{x} - 1} \times \frac{\sqrt[5]{x} + 1}{\sqrt[5]{x} + 1} = \frac{(\sqrt[5]{x} + 1)(\sqrt[5]{x} + 1)}{x - 1} = \frac{\sqrt[5]{x^2} + \sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{x^2} + 1}{x - 1}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{x^2} + \sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{x^2} + 1}{x - 1}$$

$$1) \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{x} + 1 = (x+1)(x+1) \quad (14 \text{ سؤال})$$

$$2) a^3 - 3ab + a^3b - 3b^3 = a^3(a+b) - 3b(a+b) = (a+b)(a^3 - 3b)$$

$$3) \sqrt[3]{x^3} + 0xy + \sqrt[3]{y^3}$$

$$\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^3} = \sqrt[3]{x}(x+y) + \sqrt[3]{y}(x+y) = (x+y)(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})$$

$$1) \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{0} = 0 \rightarrow \Delta = \sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{1}(-\sqrt[3]{1}) = 1 + \sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt[3]{10}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt[3]{10}}{4}$$

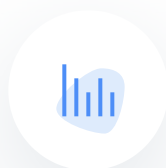
$$2) \sqrt[3]{x^3} + x - \sqrt[3]{0} = 0 \rightarrow \sqrt[3]{x^3} + \frac{x}{\sqrt[3]{1}} - 1 = 0 \rightarrow x^3 + \frac{x}{\sqrt[3]{1}} - 1 + \frac{1}{14} - \frac{1}{14} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{\sqrt[3]{1}}\right)^3 - \frac{14}{14} = 0 \rightarrow \left(x + \frac{1}{\sqrt[3]{1}}\right)^3 = \frac{14}{14} \rightarrow x + \frac{1}{\sqrt[3]{1}} = \pm \sqrt[3]{\frac{14}{14}} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{\frac{14}{14}} - \frac{1}{\sqrt[3]{1}} = \frac{\sqrt[3]{14} - 1}{\sqrt[3]{1}} \\ x = -\sqrt[3]{\frac{14}{14}} - \frac{1}{\sqrt[3]{1}} = \frac{-\sqrt[3]{14} - 1}{\sqrt[3]{1}} \end{cases}$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد