



شماره صندلی

مهر مدرسه:

اداره کل آموزش و پرورش شهرستان‌های استان تهران
مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک شهرریدبیرستان غیردولتی دوره دوم **دانشجو**

سال تحصیلی 402-403

امتحانات نوبت اول (دی 1402)

نام و نام خانوادگی:

محل درج نمره و امضای دبیر:

نام درس: آمار و احتمال

کلاس:

نام دبیر: آقای حسین‌پور

تاریخ امتحان: 14 / 10 / 1402

زمان: 100 دقیقه

تعداد صفحات: 3

پارم

صفحه 1

1.5

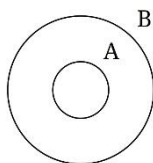
(1) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جایگذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل می‌شود، نامیده می‌شود.

(ب) مجموعه همه زیرمجموعه‌های یک مجموعه را می‌نامند.

(پ) اگر $A \times B = B \times A$ باشد، آن گاه است.

1



(2) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) ارزش گزاره $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq x$ درست است.(ب) با توجه به شکل مقابل، $(A \times B) - A^2 = \emptyset$ برقرار است.

0.5

(3) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

کدام یک از عبارات زیر یک گزاره با ارزش درست است؟

(۱) آیا درس خوانده‌ای؟

(۲) ابن سینا یک پزشک ایرانی است.

(۳) مولانا ریاضی دان است.

(۴) به به چه هوای خوبی.

1

(4) ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح باشد و n^2 مضرب ۳ باشد، آن گاه n نیز مضرب ۳ است.

1

(5) اگر $A = (-\infty, 2]$ و $B = [-1, +\infty)$ حاصل $B \times A$ را روی محورهای مختصات نمایش دهید.

1

(6) با کمک جدول ارزشی، درستی رابطه $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ را نشان دهید. (قانون دمورگان)

بارم	صفحه 2
1	(7) اگر دو مجموعه A و B برابر باشند و بدانیم $A = \{2, x + 2y, 4\}$ و $B = \{4, x - 3y, -1\}$ حاصل $2x - 4y$ را بیابید.
1.5	(8) اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن 384 واحد کم می‌شود، مجموعه A چند زیر مجموعه دارد؟
2.5	(9) مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید. $A = \{x \mid x \in Z, 2x + 1 \leq 1\}$ $B = \left\{x \in R \mid 2x^3 - x^2 - x = 0\right\}$ $C = \{x \in N \mid x - 4 < 1\}$ $D = \left\{x \in Z \mid 2x^2 - 5x - 3 = 0\right\}$
0.5	(10) نقیض گزاره (بعضی از رانندگان تاکسی تحصیل کرده هستند) را بنویسید.
1.5	(11) نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. الف) عدد x فرد یا اول است. ب) عدد صفر زوج و نامنفی است.
1	(12) طرف دوم را پس از ساده کردن به کمک جبر مجموعه‌ها بنویسید. $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = ?$

بارم	صفحه 3
1.5	13) دو تاس را به هوا پرتاب می‌کنیم. مطلوب است پیشامد آنکه: الف) اعداد روشده در هر دو تاس یکسان باشند. ب) اعداد روشده در دو تاس فرد باشند. ج) مجموع اعداد روشده ۷ باشد.
2.5	14) عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید: الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد. ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش‌پذیر باشد، ولی به ۳ بخش‌پذیر نباشد. پ) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش‌پذیر باشد و نه بر ۳.
1	15) کدام یک از موارد زیر مربوط به علم احتمال و کدام مربوط به علم آمار است؟ الف) می‌دانیم، در جعبه‌ای ۵۰ سیب فاسد و ۱۰ سیب سالم وجود دارد. چند سیب از جعبه برداریم که حداقل یک سیب سالم باشد. ب) درآمد هنرمندان سینما.
1	16) از دانش‌آموزان یک کلاس ۲۵٪ علاقه‌مند به ورزش و ۴۵٪ علاقه‌مند به موسیقی هستند و فقط ۱۲٪ به هر دو رشته علاقه دارند. اگر فردی به تصادف از این کلاس انتخاب شود با چه احتمالی به هیچ کدام علاقه ندارد؟



۱ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

پاسخ:

الف هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جایگذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل می شود، نامیده می شود.

پاسخ: گزاره نما

ب مجموعه همه زیرمجموعه های یک مجموعه را می نامند.

پاسخ: مجموعه توانی

پ اگر $A \times B = B \times A$ باشد، آن گاه است.

پاسخ: $A = B$

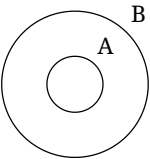
۲ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

پاسخ:

الف ارزش گزاره $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq x$ درست است.

پاسخ: نادرست.

ب با توجه به شکل مقابل، $(A \times B) - A^2 = \emptyset$ برقرار است.



پاسخ: نادرست

۳ در هریک از موارد زیر گزینه صحیح را انتخاب کنید:

پاسخ:

الف کدامیک از عبارات زیر یک گزاره با ارزش درست است؟

(۱) آیا درس خوانده ای؟ (۲) ابن سینا یک پزشک ایرانی است.

(۳) مولانا ریاضی دان است. (۴) به به چه هوای خوبی.

پاسخ: گزینه ۲،

۴ ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح باشد و n^2 مضرب ۳ باشد. آن گاه n نیز مضرب ۳ است.

پاسخ: اگر n مضرب ۳ نباشد پس باقی مانده اش به ۳ یا برابر ۱ است یا ۲.

$$\rightarrow n = 3k + 1 \rightarrow n^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(\underbrace{3k^2 + 2k}_M) + 1$$

پس در این صورت باقی مانده n^2 هم بر ۳ برابر با ۱ می شود که تناقض است.



اگر باقی‌مانده n بر ۳، ۲ باشد.

$$n = (3k + 2) \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 9k^2 + 12k + 3 + 1 = \underbrace{3(3k^2 + 4k + 1)}_M + 1$$

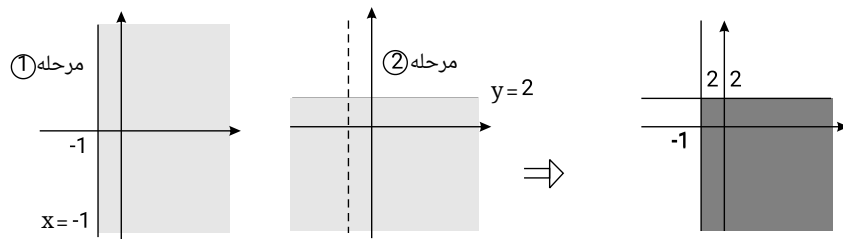
که باز هم باقی‌مانده n^2 بر ۳، ۱ می‌شود که تناقض است.

پس باید باقی‌مانده n بر ۳ صفر باشد یعنی بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

۵ اگر $A = (-\infty, 2]$ و $B = [-1, +\infty)$ حاصل $B \times A$ را روی محورهای مختصات نمایش دهید.

پاسخ:

$$B \times A = \{(x, y) | -1 \leq x, y \leq 2\}$$



۶ با کمک جدول ارزشی، درستی رابطه $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ را نشان دهید. (قانون دمورگان)

پاسخ:

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	F	T	F	F	T	F
T	T	T	F	F	F	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

↑ مقایسه میشود برابر هستند ↑

۷ اگر دو مجموعه A و B برابر باشند و بدانیم $A = \{2, x + 2y, 4\}$ و $B = \{4, x - 3y, -1\}$ حاصل $2x - 4y$ را بیابید.

پاسخ:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + 2\left(\frac{-3}{5}\right) = -1 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \\ & x = -1 + \frac{6}{5} = \frac{1}{5} \\ & -5y = 3 \\ & y = -\frac{3}{5} \\ & 2x - 4y = 2\left(\frac{1}{5}\right) - 4\left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{14}{5} \end{aligned}$$

۸ اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود، مجموعه A چند زیرمجموعه دارد؟

پاسخ: تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه n عضوی 2^n است.

$$\begin{aligned} 2^n - 2^{n-2} &= 384 \Rightarrow 2^{n-2}(4 - 1) = 384 \\ 2^{n-2} &= 128 = 2^7 \rightarrow n - 2 = 7 \rightarrow n = 9 \end{aligned}$$



$$2^9 = 512 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A$$

۹ مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |2x + 1| \leq 1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 4 < 1\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - x^2 - x = 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x - 3 = 0\}$$

پاسخ:

$$A = \{-1, 0\}$$

$$-1 \leq 2x + 1 \leq 1 \rightarrow -2 \leq 2x \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 0$$

$$B = \left\{0, 1, -\frac{1}{2}\right\}$$

$$x(2x^2 - x - 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ \Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9 \quad x = \frac{1 \pm 3}{4} \end{cases} \begin{cases} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$x < 5$$

$$D = \left\{3, -\frac{1}{2}\right\}$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad \Delta = 25 - 4(2)(-3) = 49 \rightarrow x = \frac{5 \pm 7}{4} \begin{cases} 3 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۱۰ نقیض گزاره (بعضی از رانندگان تاکسی تحصیل کرده هستند) را بنویسید.

پاسخ: هیچ راننده تاکسی تحصیل کرده نیست.

۱۱ نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

(الف) عدد x فرد یا اول است.

(ب) عدد صفر زوج و نامنفی است.

پاسخ: (الف) عدد x فرد نیست و اول نیست.

(ب) عدد صفر زوج نیست یا منفی است.

۱۲ طرف دوم را پس از ساده کردن به کمک جبر مجموعه‌ها بنویسید.

$$(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = ?$$

پاسخ:

$$(A \cap B')' \cap (A \cup B) \cap A'$$

$$(A' \cup B) \cap (A \cup B) \cap A'$$

$$B \cup \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cap A' = B \cap A' = B - A \quad \checkmark$$

$$\underbrace{\quad}_B$$



۱۳ دو تاس را به هوا پرتاب می‌کنیم. مطلوب است پیشامد آنکه:

الف) اعداد روشده در هر دو تاس یکسان باشند.

ب) اعداد روشده در دو تاس فرد باشند.

ج) مجموع اعداد روشده ۷ باشد.

پاسخ:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

الف) $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

ب) $B = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$

ج) $C = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$

۱۴ عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد.

ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد، ولی به ۳ بخش پذیر نباشد.

پ) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳.

پاسخ: الف)

پیشامد بخش پذیری بر ۲ $A = 2$

پیشامد بخش پذیری بر ۳ $B = 3$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left[\frac{100}{3}\right]}{100} + \frac{\left[\frac{100}{2}\right]}{100} - \frac{\left[\frac{100}{6}\right]}{100} = \frac{33 + 50 - 16}{100} = \frac{67}{100}$$

ب)

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{100}{3}\right]}{100} - \frac{\left[\frac{100}{6}\right]}{100} = \frac{50 - 16}{100} = \frac{34}{100}$$

پ)

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - \underbrace{P(A \cup B)}_{\text{طبق الف}} = 1 - \frac{67}{100} = \frac{33}{100}$$

۱۵ کدام یک از موارد زیر مربوط به علم احتمال و کدام مربوط به علم آمار است؟

الف) می‌دانیم، در جعبه‌ای ۵۰ سیب فاسد و ۱۰ سیب سالم وجود دارد. چند سیب از جعبه برداریم که حداقل یک سیب سالم باشد.

ب) درآمد هنرمندان سینما.

پاسخ: الف) علم احتمال

ب) علم آمار



۱۶ از دانش‌آموزان یک کلاس ۲۵٪ علاقه‌مند به ورزش و ۴۵٪ علاقه‌مند به موسیقی هستند و فقط ۱۲٪ به هر دو رشته علاقه دارند. اگر فردی به تصادف از این کلاس انتخاب شود با چه احتمالی به هیچ‌کدام علاقه ندارد؟ پاسخ:

A = پیشامد علاقه‌مند بودن به ورزش

B = پیشامد علاقه‌مند بودن به موسیقی

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{25}{100} + \frac{45}{100} - \frac{12}{100} = \frac{58}{100}$$

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{58}{100} = \frac{42}{100}$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد