

سال هاست با مسئله آلودگی هوا آشنا هستیم و این مسئله به یکی از دغدغه‌های مهم تبدیل شده است.



شاخص کیفیت هوا^۱ (AQI)، متغیری پیوسته برای بیان کیفیت روزانه هواست. شاخص کیفیت هوا، برای سش آلاینده اصلی هوا شامل مونواکسید کربن، ازن، دی‌اکسید گوگرد، دی‌اکسید نیتروژن و میزان ذرات معلق در هوا سنجیده می‌شود.

منبع انتشار	تأثیر بهداشتی	آلاینده	
این آلاینده نانو به در اثر واکنش شیمیایی ترکیبات آلی فزار و اکسیدهای نیتروژن در حضور نور خورشید تولید می‌شود.	کاهش عملکرد ریه و افزایش علائم تنفسی مانند سرفه، تنگی نفس، تشدید آسم و سایر بیماری‌های ریوی، افزایش استفاده از دارو، مراجعات و پذیرش بیمارستانی، اورژانس و مرگ و میر زودرس	ازن	
ذرات معلق در اثر انتشار مستقیم و یا واکنش‌های شیمیایی ایجاد می‌شوند. عمده‌ترین منابع انتشار این آلاینده شامل احتراق سوخت (مانند سوزاندن زغال سنگ، چوب و سوخت دیزل)، فرایندهای صنعتی، کشاورزی و انتشار از جاده، خودروها (اگزوز، لنت، لاستیک و...) می‌باشند.	مواجهه کوتاه مدت با این آلاینده می‌تواند منجر به تشدید علائم بیماری‌های قلبی ریوی و علائم تنفسی، افزایش نیاز به استفاده از دارو و پذیرش بیمارستانی گردد. مواجهه طولانی مدت عامل مرگ و میر زودرس و تشدید بیماری‌های قلبی و ریوی است.	ذرات معلق	
احتراق سوخت (از وسایل نقلیه، واحدهای تولید برق، صنایع، بویلرها و همچنین سوزاندن چوب)	تشدید بیماری‌های ریوی، افزایش مراجعات و پذیرش بیمارستانی، اورژانس و افزایش آسیب‌پذیری و استعداد ابتلا به عفونت‌های ریوی	دی‌اکسید نیتروژن	
احتراق سوخت (به خصوص در وسایل نقلیه موتوری)	کاهش اکسیژن‌رسانی به بافت‌ها و اندام‌های مختلف بدن، تشدید بیماری‌های قلبی و درد قفسه سینه، افزایش مراجعات و پذیرش بیمارستانی	مونواکسید کربن	
احتراق سوخت (به‌ویژه سوخت‌های با گوگرد بالا)، فرایندهای تولید برق و صنایع، منابع طبیعی مانند آتشفشان	تشدید آسم و افزایش علائم تنفسی، کمک به شکل‌گیری و تشدید علائم و اثرات بیماری‌های ریوی	دی‌اکسید گوگرد	

^۱ - Air Quality Index

توجه کننده:

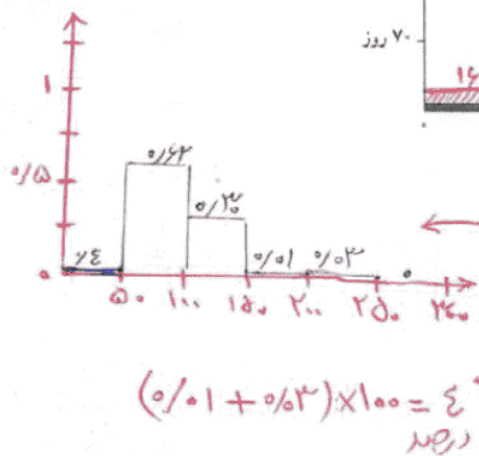
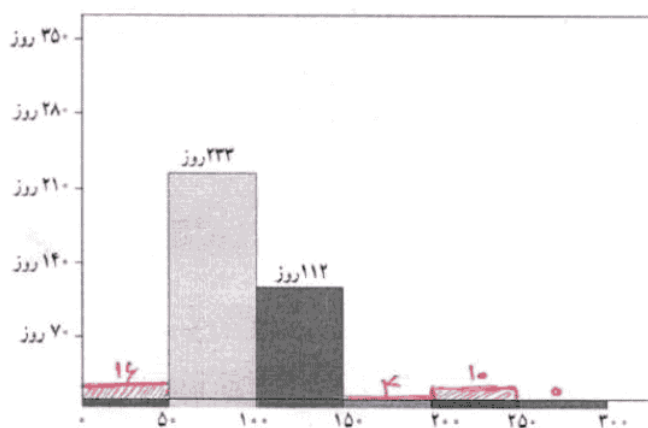
گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

اطلاعات تکمیلی و داده‌های مربوط به شاخص آلودگی هوا در سایت شرکت کنترل کیفیت هوا قابل دسترسی است. میزان شاخص کیفیت هوا در شهر تهران برای تمام روزهای سال ۱۳۹۳ در جدول زیر گزارش شده است. این جدول را کامل کنید :

وضعیت هوا	شاخص کیفیت هوا	فراوانی	فراوانی نسبی
پاک	$0 \leq AQI \leq 50$	۱۶	$\frac{16}{360} = 0.04$
سالم	$50 < AQI \leq 100$	۲۳۳	۰/۶۲
ناسالم برای گروه‌های حساس	$100 < AQI \leq 150$	۱۱۲	۰/۳۰
ناسالم	$150 < AQI \leq 200$	۴	۰/۰۱
بسیار ناسالم	$200 < AQI \leq 250$	۱۰	۰/۰۳
خطرناک	$250 < AQI \leq 300$	۰	۰
تعداد کل روزهای یک سال	—	۳۶۵	۱

نمودار مربوط به فراوانی تعداد روزها براساس وضعیت آلودگی هوا را کامل کنید؟



- نمودار فراوانی نسبی تعداد روزها را براساس وضعیت آلودگی هوا رسم کنید.
- چند درصد از روزهای سال، هوا سالم بوده است؟ $0.62 \times 100 = 62$
- چند درصد روزهای سال، هوا ناسالم و بسیار ناسالم بوده است؟ $(0.01 + 0.03) \times 100 = 4$
- کدام نمودار، در پاسخ دادن به سؤالات، ما را بهتر راهنمایی می‌کند؟

نمودار فراوانی نسبی

۱- <http://air.tehran.ir>

نوبه گذشته:

درس اول: توصیف و نمایش داده‌ها

گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان

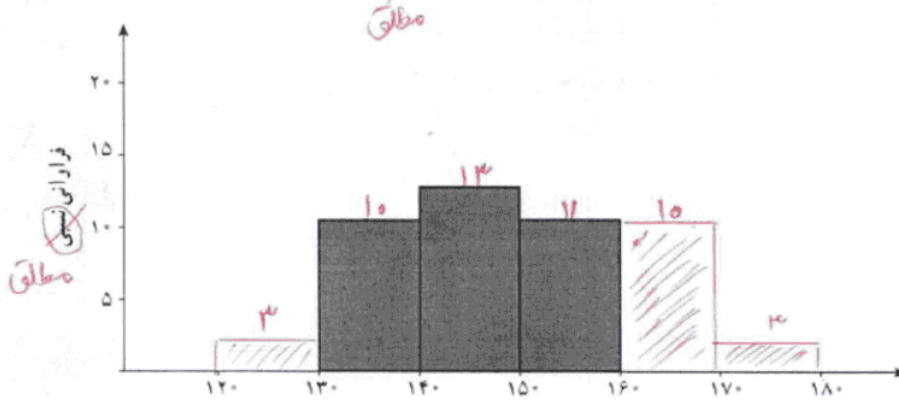
khuzmath1394@chmail.ir

جدول فراوانی زیر مربوط به قد (H) ۵۰ دانش آموز پایه یازدهم است. جاهای خالی جدول زیر را کامل کنید.



قد دانش آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی
$120 \leq H < 130$	۳	۰/۰۶
$130 \leq H < 140$	۱۰	۰/۲۰
$140 \leq H < 150$	۱۳	۰/۲۶
$150 \leq H < 160$	۱۱	۰/۲۲
$160 \leq H < 170$	۱۰	۰/۲۰
$170 \leq H < 180$	۳	۰/۰۶
مجموع	۵۰	۱

بر اساس اعداد جدول، نمودارهای بافت نگاشت^۱ مربوط به فراوانی نسبی قد دانش آموزان را کامل کنید.



قد چند درصد از دانش آموزان بین ۱۶۰ تا ۱۷۰ سانتی متر است؟ همچنین قد چند درصد از دانش آموزان بین ۱۲۰ تا ۱۴۰ سانتی متر است؟

$$0/06 + 0/20 = 0/26$$

یعنی ۲۶ درصد

۲۰ درصد

تپه کننده:

گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن مصلحان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

۱ داده‌های زیر، مسافتی را که ۲۰ راننده از مکان‌های مختلف برای رسیدن به مقصد A طی می‌کنند نشان می‌دهد. این داده‌ها، در جدول زیر گردآوری شده است. جدول را کامل کرده و نمودار بافت نگاشت مربوطه را رسم کنید.

فرآوانی نسبی	فرآوانی	کیلومترهایی که توسط راننده طی شده است
	۱	از ۵/۵ کیلومتر تا ۱۰/۵ کیلومتر
	۲	از ۱۰/۵ کیلومتر تا ۱۵/۵ کیلومتر
	۳	از ۱۵/۵ کیلومتر تا ۲۰/۵ کیلومتر
	۵	از ۲۰/۵ کیلومتر تا ۲۵/۵ کیلومتر
	۴	از ۲۵/۵ کیلومتر تا ۳۰/۵ کیلومتر
	۳	از ۳۰/۵ کیلومتر تا ۳۵/۵ کیلومتر
	۲	از ۳۵/۵ کیلومتر تا ۴۰/۵ کیلومتر
	۲۰	مجموع

۲۰٪

۲ رنگ چشم ۱۲۸ فرد به شرح زیر است: ۶۴ نفر قهوه‌ای، ۲۳ نفر آبی، ۳۶ نفر سبز و ۵ نفر سایر رنگ‌هاست. چه نمودارهایی می‌توان برای این اعداد رسم کرد. آن نمودار را رسم کنید؟

نمودار میله‌ای نمودار دایره‌ای هر دو

۳ جملات زیر را کامل کنید:

- (الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار..... استفاده می‌شود.
 (ب) برای متغیرهای گسسته از نمودارهای..... و..... استفاده می‌شود.
 (پ) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای..... و..... استفاده می‌شود.

۴ گروه خونی ۵۰ دانش‌آموز پایه یازدهم به صورت زیر گردآوری شده‌اند:

(الف) جدول فراوانی مربوط به گروه خونی این افراد را رسم کنید. (ب) نمودار میله‌ای مربوط به فراوانی و فراوانی نسبی و همچنین نمودار دایره‌ای مربوط به این افراد را رسم کنید؟ (پ) چند درصد افراد، دارای گروه خونی O هستند؟



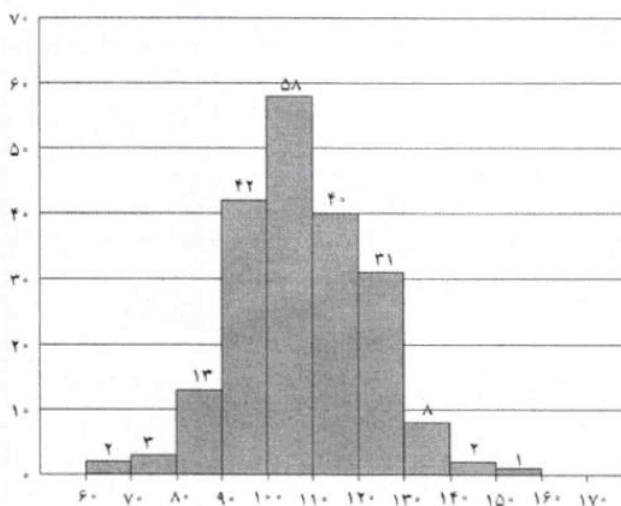
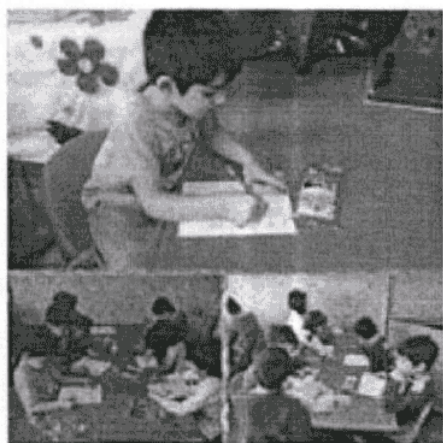
O	O	A	A	O
B	O	B	A	O
AB	B	A	B	AB
O	O	A	A	O
AB	O	A	B	A
O	A	A	O	A
O	A	O	AB	A
O	B	A	A	O
O	O	O	A	O
O	A	O	A	O

۵ اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی O، $\frac{1}{4}$ باشد و مجموع فراوانی‌های همه گروه‌های خونی برابر 2° در نظر گرفته شود. فراوانی گروه خونی O چه عددی است؟

۶ نمودار بافت نگاشت نمرات IQ کودکان یک مهدکودک به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این نمودار، به سؤالات زیر پاسخ دهید؟

- الف) تعداد کل کودکان که نمره IQ آنها، مورد بررسی قرار گرفته است، چند نفر است؟
 ب) نمره IQ در کدام رده بیشترین و در کدام رده کمترین فراوانی را دارد؟
 پ) چند درصد کودکان دارای نمره IQ بین 140° تا 160° هستند؟
 ت) جدول فراوانی آن را رسم کنید؟

۵۰٪



۷ جدول فراوانی و نمودارهای مناسب مربوط به تعداد حروف بیت شعر زیر را به دست آورید؟

کیست این بنحان مرا در جان و تن کز زبان من همی گوید سخن

نهیہ کنندہ :

گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن مصلحان ریاضی ، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

۱- این بیت شعر از کتاب گنجینه الاسرار عمان سامانی است.

حل تمرین های صفحه ی ۸۱ (آمار و احتمال)

تمرین ۱ :

فرآوانی نسبی	فرآوانی	کیلومترهایی که توسط راننده طی شده است
۰/۰۵	۱	از ۵/۵ کیلومتر تا ۱۰/۵ کیلومتر
۰/۱۰	۲	از ۱۰/۵ کیلومتر تا ۱۵/۵ کیلومتر
۰/۱۵	۳	از ۱۵/۵ کیلومتر تا ۲۰/۵ کیلومتر
۰/۲۵	۵	از ۲۰/۵ کیلومتر تا ۲۵/۵ کیلومتر
۰/۲۰	۴	از ۲۵/۵ کیلومتر تا ۳۰/۵ کیلومتر
۰/۱۵	۳	از ۳۰/۵ کیلومتر تا ۳۵/۵ کیلومتر
۰/۱۰	۲	از ۳۵/۵ کیلومتر تا ۴۰/۵ کیلومتر
۱	۲۰	مجموع

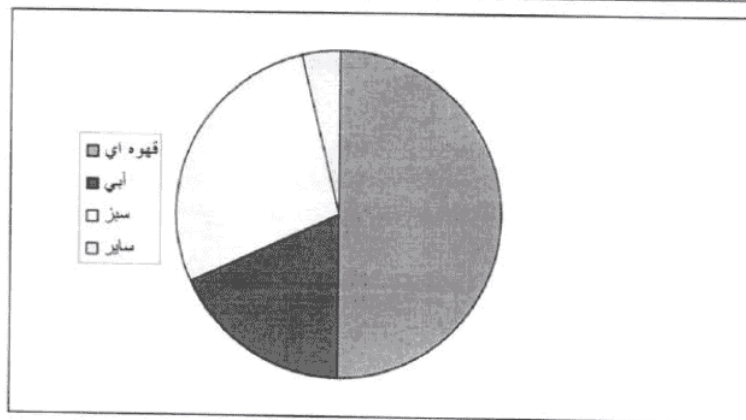
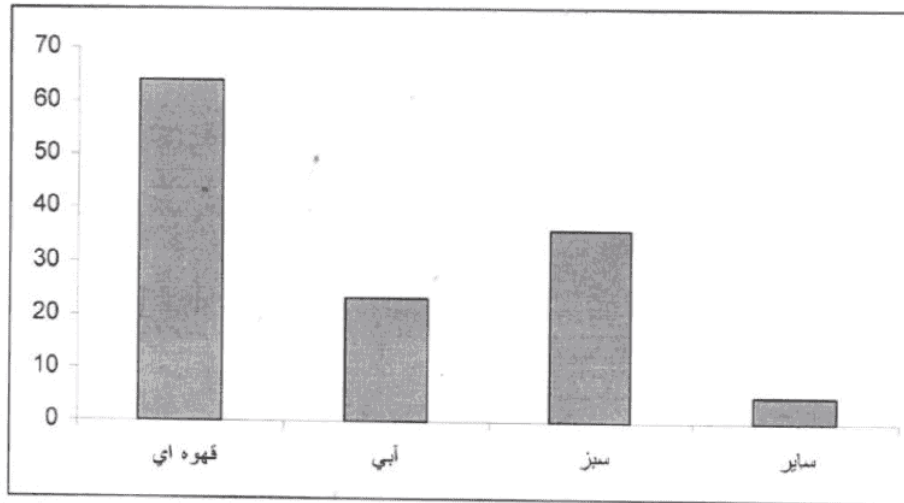


تمرین ۲ : از هر دو نمودار می توان استفاده کرد. البته بهتر است که فرآوانی نسبی را در 360° درجه ضرب

نمود، که واحدها تبدیل به درجه شوند و به کمک نقاله نمودار دایره ای دقیق تری رسم نمود.

زاویه (بر حسب درجه)	فرآوانی	رنگ
$A = \frac{64}{128} \times 360 = 180$	۶۴	قهوای ای
$B = \frac{23}{128} \times 360 = 64/7$	۲۳	آبی
$C = \frac{36}{128} \times 360 = 101/2$	۳۶	سبز
$D = \frac{5}{128} \times 360 = 14/1$	۵	سایر
۳۶۰	۱۲۸	جمع

۸۲,۱



تمرین ۳: الف) بافت نگار (ب) دایره ای و میله ای (پ) دایره ای و میله ای
تمرین ۴:

گروه خونی	فراوانی	فراوانی نسبی
A	۱۸	۰/۳۶
B	۶	۰/۱۲
O	۲۲	۰/۴۴
AB	۴	۰/۰۸
جمع	۵۰	۱

رسم نمودارها ی فراوانی و فراوانی نسبی ساده است . برای نمودار دایره ای اگر زاویه ی را بر حسب درجه محاسبه کنیم، نمودار دقیق تری می توان رسم نمود.

$$f_O = 0.4 \rightarrow \frac{FO}{20} = 0.4 \rightarrow FO = 8 \quad \text{تمرین ۵:}$$

تمرین ۶: الف)

$$2 + 3 + 13 + 42 + 58 + 40 + 31 + 8 + 2 + 1 = 200$$

(ب) بیشترین نمره ی IQ بین ۱۰۰ تا ۱۱۰ و کمترین نمره ی IQ بین ۱۵۰ تا ۱۶۰ می باشد.

$$\text{پ) درصد } = \frac{2+1}{200} \times 100 = 1/5$$

۸۲,۲

ت) جدول فراوانی

فراوانی	حدود نمره‌ی IQ
۲	۶۰ - ۷۰
۳	۷۰ - ۸۰
۱۳	۸۰ - ۹۰
۴۲	۹۰ - ۱۰۰
۵۸	۱۰۰ - ۱۱۰
۴۰	۱۱۰ - ۱۲۰
۳۱	۱۲۰ - ۱۳۰
۸	۱۳۰ - ۱۴۰
۲	۱۴۰ - ۱۵۰
۱	۱۵۰ - ۱۶۰
۲۰۰	جمع

تمرین ۷:

فراوانی نسبی	فراوانی	حرف
۰/۰۵	۲	ک
۰/۱۰	۴	ی
۰/۰۵	۲	س
۰/۰۵	۲	ت
۰/۱۲	۵	آ
۰/۲۰	۸	ن
۰/۰۲	۱	پ
۰/۰۵	۲	هـ
۰/۰۷	۳	م
۰/۰۵	۲	ر
۰/۰۵	۲	د
۰/۰۲	۱	ج
۰/۰۵	۲	و
۰/۰۵	۲	ز
۰/۰۲	۱	ب
۰/۰۲	۱	گ
۰/۰۲	۱	خ
۱	۴۱	جمع

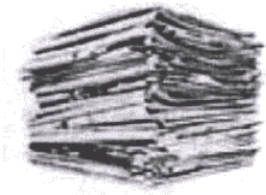
نمودار میله ای و دایره ای می توانند، نمودارهای مناسبی باشند.

۸۲, ۳

توجه کننده:

گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir



بعد از گردآوری داده‌ها، به تنظیم، رده‌بندی و خلاصه کردن آنها می‌پردازیم. به این منظور می‌توان از روش‌های زیر استفاده نمود:

الف) تنظیم و طبقه‌بندی داده‌ها در یک جدول به نام جدول فراوانی

ب) رسم کردن نمودارهای مختلف براساس مقادیر جدول فراوانی

فعالیت



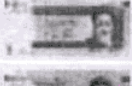
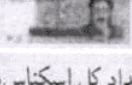


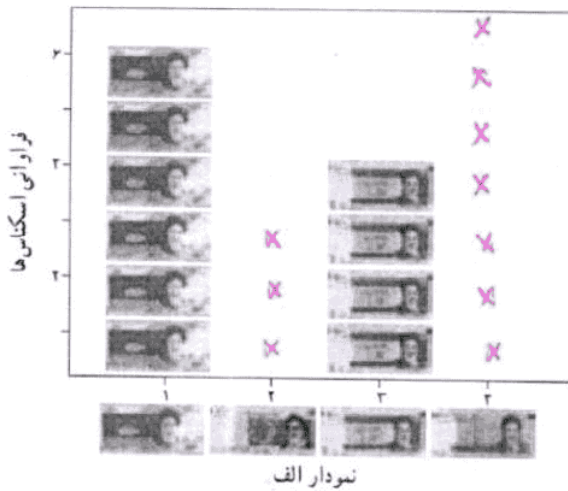
یک راننده تاکسی در یک روز، اسکناس‌های زیر را از مسافران دریافت می‌کند. او تصمیم دارد این اسکناس‌ها را در کیف خود دسته‌بندی کند. برای انجام این دسته‌بندی، می‌خواهد مراحل زیر را انجام دهد. شما او را کمک کنید تا این کار را انجام دهد.



- ۱ ابتدا به هر نوع اسکناس عدد ۱ تا ۴ را بدهید و در ستون شماره وارد کنید.
- ۲ سپس به شمارش اسکناس‌ها بپردازید و تعداد تکرار هر اسکناس را در ستون سوم وارد کنید.
- ۳ در ادامه تعداد هر اسکناس را بر تعداد کل اسکناس‌ها تقسیم کنید و آن را در ستون چهارم قرار دهید.

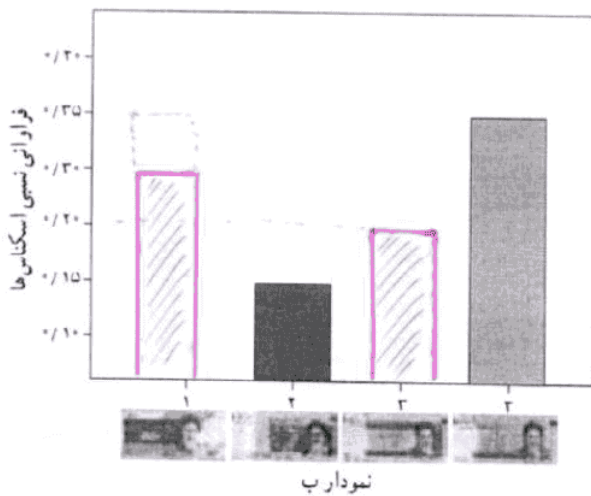
۴ با توجه به اعداد موجود در جدول زیر، چند درصد اسکناس‌ها ۱۰ هزار تومانی، چند درصد ۱۰۰۰ تومانی، چند درصد ۵ هزار تومانی و چند درصد از اسکناس‌ها ۱۰ هزار تومانی است؟

انواع اسکناس‌ها	شماره	فراوانی یا تعداد تکرار هر اسکناس	فراوانی یا تعداد تکرار هر اسکناس تعداد کل اسکناس‌ها
	۱	۶	$\frac{6}{20} = 0/30$
	۲	۳	۰/۱۵
	۳	۲	۰/۲۰
	۴	۷	۰/۳۵
تعداد کل اسکناس‌ها		۲۰	۱



حال می‌خواهیم جدول بالا را به صورت سه نمودار الف، ب و پ نشان دهیم.

۱ در نمودار الف، ابتدا دو محور مختصات رسم می‌کنیم که محور عمودی نشان‌دهنده تعداد تکرار اسکناس‌ها، یا فراوانی اسکناس‌ها و محور افقی نشان‌دهنده نوع اسکناس‌ها باشد. در این نمودار، اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۵ هزار تومانی روی هم قرار گرفته‌اند. شما هم اسکناس‌های ۲ هزار تومانی را به صورت ۲ و اسکناس‌های ۱۰ هزار تومانی را به صورت ۱۰ در نمودار قرار داده و آن را کامل کنید.



۲ در نمودار ب، نیز دو محور مختصات رسم می‌کنیم که محور عمودی نشان‌دهنده نسبت تکرار هر اسکناس به تعداد کل اسکناس‌ها یا فراوانی نسبی اسکناس‌ها و محور افقی نشان‌دهنده نوع اسکناس‌ها است. با رسم مستطیل‌هایی برای فراوانی نسبی اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۵ هزار تومانی نمودار شکل ب را کامل کنید.

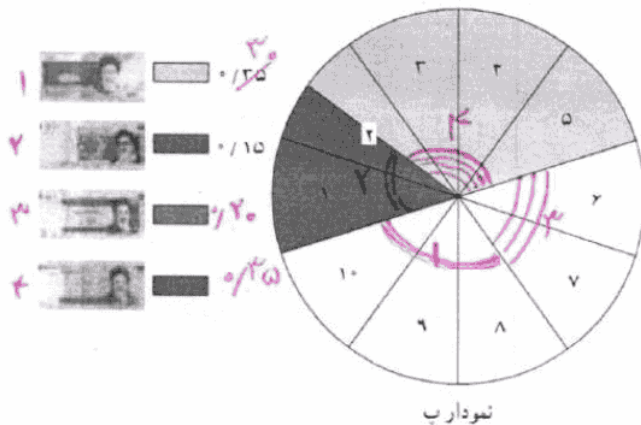
نوبه‌کننده:

گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن مطلقان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

۱۶ اگر راننده تاکسی بخواهد وضعیت تعداد اسکناس‌های خود را در یک هفته پیش‌بینی کند، کدام نمودار الف یا ب می‌تواند به او کمک کند؟ **هر دو می‌توانند کمک کنند، اما نمودار ب مناسب‌تر است.**

۱۷ برای رسم نمودار دایره‌ای ابتدا دایره را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که هر قسمت نشان دهنده ۱۰ درصد کل دایره است. سپس با استفاده از عدد مربوط به نسبت تکرار هر اسکناس به تعداد کل اسکناس‌ها یا فراوانی نسبی مربوط به اسکناس ۱۰ هزار تومانی در ستون چهارم، قسمت اول دایره و نصف قسمت دوم دایره رنگ قرمز شده است که معادل ۱۵ درصد کل دایره است و به طور مشابه برای اسکناس ۲ هزار تومانی سه قسمت دایره به علاوه نصف قسمت دوم رنگ زرد می‌شود که معادل ۳۵ درصد کل دایره است. برای اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۵ هزار تومانی دایره را رنگ آبی و سبز کنید.



داده‌ها: واقعیت‌هایی درباره یک شیء یا فردند که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌روند.
 متغیر: هر ویژگی از اشیا یا اشخاص، که در اعضای جامعه یکسان نیست و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند را متغیر می‌گویند و عددی که به آن ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود را مقدار متغیر، یا مشاهده می‌گویند.
 فراوانی یک داده: تعداد دفعاتی که هر داده مشاهده می‌شود را فراوانی آن داده می‌گویند.
 فراوانی نسبی یک داده: با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید.
 اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، آن‌گاه درصد داده‌ها به دست می‌آید.

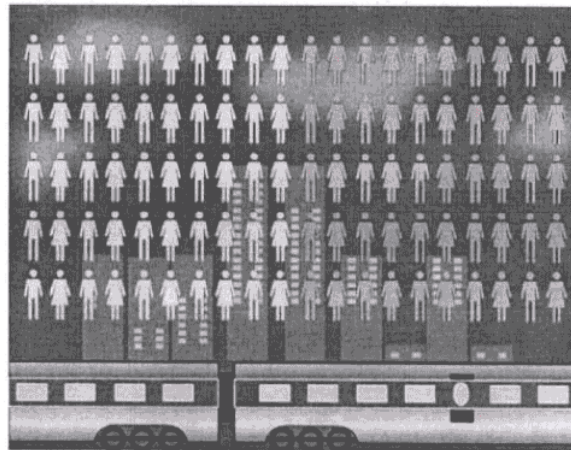
کار در کلاس

در مورد اینکه مسافران یک قطار در طول سفر چگونه از وقت خود استفاده می‌کنند، تحقیقی صورت گرفته است و نتایج زیر به دست آمده است.

در شکل ت، تعداد مسافران یک قطار به عنوان متغیر گسسته را ملاحظه می‌کنید.

- افرادی که با رنگ زرد مشخص شده‌اند، مسافرانی‌اند که در قطار استراحت می‌کنند. **۵ نفر**
- افرادی که با رنگ نارنجی مشخص شده‌اند، مسافرانی‌اند که در قطار با تلفن همراه خود بازی می‌کنند. **۲۵ نفر**
- افرادی که با رنگ سبز مشخص شده‌اند، مسافرانی‌اند که در قطار مطالعه می‌کنند. **۱۵ نفر**

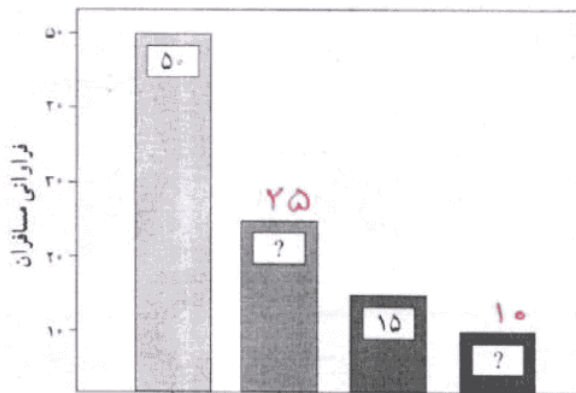
■ افرادی که با رنگ آبی مشخص شده‌اند، مسافرانی‌اند که در قطار غذا می‌خورند. **۱۰ نفر**



شکل ۱

جدول فراوانی مربوط به فراوانی تعداد مسافران را کامل کنید.

مسافران قطار	شماره مسافران	فراوانی مسافران	فراوانی نسبی مسافران
مسافرانی که استراحت می‌کنند	۱	۵۰	$\frac{۵۰}{۱۰۰} = ۰/۵۰$
مسافرانی که با تلفن همراه خود بازی می‌کنند	۲	۲۵	۰/۲۵
مسافرانی که مطالعه می‌کنند	۳	۱۵	۰/۱۵
مسافرانی که غذا می‌خورند	۴	۱۰	۰/۱۰
تعداد کل مسافران	—	۱۰۰	۱



همچنین نمودار میله‌ای مربوط به فراوانی تعداد مسافران را کامل کنید.

فراوانی نسبی تعداد مسافران را براساس جدول کامل شده رسم کنید. نمودار دایره‌ای مربوط به فراوانی نسبی تعداد مسافران را رسم کنید.

