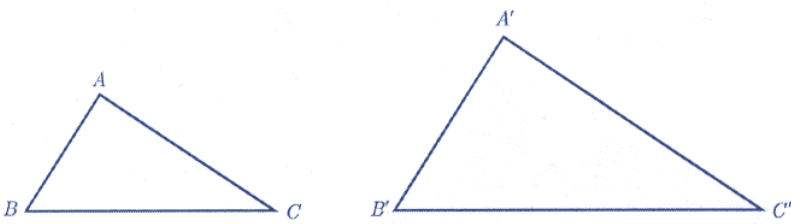
درس سوم

## تشابه مثلث‌ها

در پایهٔ نهم با مفهوم تشابه آشنا شدید. با توجه به مفهوم تشابه، دو مثلث $ABC$ و $A'B'C'$ متشابه‌اند؛ هرگاه زوایای متناظر باهم برابر باشند و نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث یکسان باشد؛ یعنی

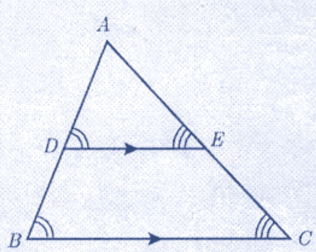
$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'} \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A}=\hat{A}' \text{ و } \hat{B}=\hat{B}' \text{ و } \hat{C}=\hat{C}' \\ \text{و} \\ \dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'} \end{cases}$$




در این‌صورت نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث را نسبت تشابه دو مثلث می‌نامیم. مثلاً اگر $\frac{AB}{A'B'}=\frac{۲}{۳}$ باشد، می‌گوییم مثلث $ABC$ با مثلث $A'B'C'$ با نسبت تشابه $\frac{۲}{۳}$، متشابه است. دراین‌صورت مثلث $A'B'C'$ با مثلث $ABC$ با نسبت تشابه $\frac{۳}{۲}$، متشابه خواهد بود.

### قضیهٔ اساسی تشابه مثلث‌ها

اگر خطی موازی یکی از اضلاع مثلث دو ضلع دیگر را قطع کند در این‌صورت مثلث کوچکی که به وجود می‌آید با مثلث بزرگ اولیه متشابه است.




$DE \parallel BC$ و مورب $AC \Rightarrow \hat{E}=\hat{C}$

$DE \parallel BC$ , $AB$ مورب $\Rightarrow \hat{B}=\hat{D}$

**اثبات :**

۱ــ داریم $\hat{D}=\hat{B}$ و $\hat{E}=\hat{C}$ (چرا؟)

بنابراین زاویه‌های دو مثلث نظیر به نظیر باهم برابرند.

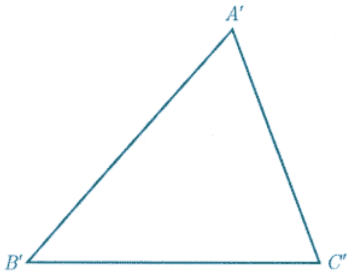
۲ــ با توجه به قضیهٔ تالس داریم :

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

۳ــ با توجه به (۱) و (۲) و تعریف تشابه داریم :

$$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC}$$

با استفاده از قضیهٔ اساسی تشابه مثلث‌ها می‌توان سه قضیهٔ بعد را که حالت‌های تشابه دو مثلث را بیان می‌کنند، اثبات کرد. از آنجا که اثبات این قضیه‌ها مدنظر نیست، در ادامه تنها صورت آنها بیان شده است.

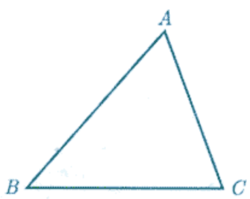



**قضیه ۱ :** هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$(\hat{A}=\hat{A}' \text{ و } \hat{B}=\hat{B}' \Rightarrow A\overset{\Delta}{B}C \sim A'\overset{\Delta}{B'}C')$$

**قضیه ۲ :** هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویهٔ بین آنها برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

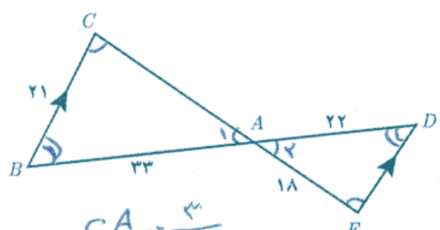
$$\left(\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}, \hat{A}=\hat{A}' \Rightarrow A\overset{\Delta}{B}C \sim A'\overset{\Delta}{B'}C'\right)$$




**قضیه ۳ :** هرگاه اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'} \Rightarrow A\overset{\Delta}{B}C \sim A'\overset{\Delta}{B'}C'$$

## کار در کلاس




۱ در شکل مقابل $BC \| DE$.

اندازهٔ پاره خط‌های $DE$ و $CA$ را به دست آورید.

$BC \| DE$ و $CE$ مورب $\Rightarrow \hat{E}=\hat{C}$ ، متقابل به رأس $\hat{A}_1=\hat{A}_2$

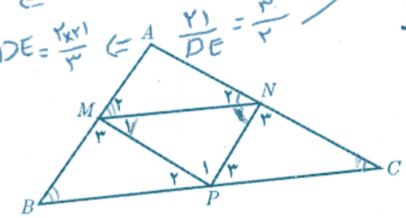
$BC \| DE$ و $BD$ مورب $\Rightarrow \hat{B}=\hat{D}$ $\Rightarrow$ دو مثلث $ABC$ و $ADE$ متشابه‌اند

$\Leftarrow \frac{BC}{DE}=\frac{CA}{AE}=\frac{AB}{AD} \Leftarrow$ $\frac{۲۱}{DE}=\frac{CA}{۱۸}=\frac{۳۳}{۲۲}=\frac{۳}{۲}$

$CA=\frac{۳\times۱۸}{۲} \Leftarrow \frac{CA}{۱۸}=\frac{۳}{۲}$

$CA=۲۷ \Leftarrow$

$DE=۱۴ \Leftarrow DE=\frac{۲\times۲۱}{۳} \Leftarrow \frac{۲۱}{DE}=\frac{۳}{۲}$




۲ اگر نقاط $P$ و $N$ و $M$ مطابق شکل وسط‌های اضلاع مثلث $ABC$ باشند، ثابت کنید مثلث‌های $ABC$ و $MNP$ متشابه‌اند.

**حل :**

الف) $MN \| BC$ و $NP \| AB$ و $MP \| AC$ چرا؟

ب) بنابراین $\hat{M}_1=\hat{P}_2=\hat{C}$ و $\hat{N}_1=\hat{P}_3=\hat{B}$ (چرا؟)

از (ب) دربارهٔ مثلث‌های مورد نظر چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟ **پ) دو مثلث $ABC$ و $MNP$ متشابه اند.**

الف) چون $M$ وسط $AB$ است پس داریم: $AM=MB$ $\Leftarrow$ $\frac{AN}{NC}=\frac{AM}{MB}=۱$ $\Leftarrow$ طبق عکس قضیه تالس $\Leftarrow$ $MN \| BC$

چون $P$ وسط $BC$ است پس داریم: $BP=PC$ $\Leftarrow$ $۱=\frac{CP}{BP}=\frac{CN}{AN}=۱$ $\Leftarrow$ طبق عکس قضیه تالس $\Leftarrow$ $NP \| AB$

چون $N$ وسط $AC$ است پس داریم: $AN=NC$ $\Leftarrow$ $\frac{BP}{PC}=\frac{BM}{AM}=۱$ $\Leftarrow$ طبق عکس قضیه تالس $\Leftarrow$ $MP \| AC$

ب) $\hat{B}=\hat{P}_3 \Leftarrow$ طبق قضیه خطوط و خط مورب $\Leftarrow$ $BC$ مورب و $AB \| NP$ ؛ $\hat{N}_1=\hat{B} \Leftarrow$ چهارضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع $\Leftarrow \begin{cases} MN \| BP \\ NP \| MB \end{cases}$

$\hat{C}=\hat{P}_2 \Leftarrow$ طبق قضیه خطوط و خط مورب $\Leftarrow$ $BC$ مورب و $MP \| AC$ ؛ $\hat{M}_1=\hat{C} \Leftarrow$ چهارضلعی $MNCP$ متوازی الاضلاع $\Leftarrow \begin{cases} MN \| PC \\ MP \| NC \end{cases}$

تهیه کننده:
گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان
khuzmath1394@chmail.ir

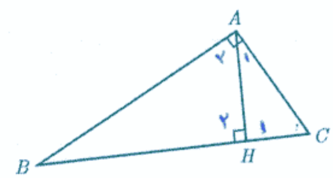
۳ اگر سه مثلث $ABC$ و $A'B'C'$ و $A''B''C''$ به گونه‌ای باشند که $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$ و $\overset{\Delta}{A'B'C'} \sim \overset{\Delta}{A''B''C''}$، دربارهٔ دو مثلث $ABC$ و $A''B''C''$ چه می‌توان گفت؟ چرا؟

با هم متشابه اند - چون هردو با یک مثلث متشابه اند.

**برخی روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه:**

**فعالیت**

فرض کنید مثلث $ABC$ مانند شکل یک مثلث قائم‌الزاویه و $AH$ ارتفاع وارد بر وتر آن باشد.



۱ نشان دهید دو زاویه از مثلث $AHC$ با دو زاویه از مثلث $ABC$ برابرند و نتیجه بگیرید:

$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AHC} \Leftarrow \hat{A} = \hat{H}_1 = 90^\circ$ ، $\hat{C} = \hat{C}$

۲ نشان دهید دو زاویهٔ مثلث $AHB$ با دو زاویه از مثلث $ABC$ برابر است و نتیجه بگیرید:

$\hat{A} = \hat{H}_2 = 90^\circ$

$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AHB} \Leftarrow \hat{B} = \hat{B}$

۳ از (۱) و(۲) دربارهٔ مثلث های $AHC$ و $AHB$ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ متشابه اند.

**نتیجه:** در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، دو مثلث قائم‌الزاویه به وجود می‌آورد که این دو مثلث با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.

۴ $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AHC} \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC} = \frac{HC}{AC} \Rightarrow AC^2 = HC \times BC$

۵ $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AHB} \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{HB}{AB} \Rightarrow AB^2 = HB \times BC$

۶ $\overset{\Delta}{AHB} \sim \overset{\Delta}{AHC} \Rightarrow \frac{AH}{HB} = \frac{AC}{AB} = \frac{HC}{AH} \Rightarrow AH^2 = HB \times HC$

۷ با جمع طرفین روابط ۴ و ۵ رابطهٔ فیثاغورس را برای مثلث $ABC$ نتیجه بگیرید.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$AB^2 + AC^2 = HB \times BC + HC \times BC$
$= BC(HB + HC) \Rightarrow$
$AB^2 + AC^2 = BC \times BC \Rightarrow$
$AB^2 + AC^2 = BC^2$

۸ مساحت مثلث $ABC$ را به دو طریق محاسبه و با توجه به آن تساوی زیر را کامل کنید.

$AB \times AC = AH \times BC$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC$

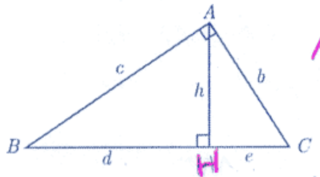
$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC$

$\Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow$

$AB \times AC = AH \times BC$

## کار در کلاس

درمثلث قائم‌الزاویهٔ مقابل در هر مورد سعی کنید با ساده‌ترین روش مقادیر خواسته شده را به دست آورید.




۱) $h=5$ $\quad d=7$ $\quad e=?$

$AH^2 = BH \times HC$

$h^2 = d \times e$ $\qquad 25 = 7e \Rightarrow e = \frac{25}{7}$

۲) $d=5$ $\quad e=3$ $\quad b=?$ $\quad c=?$

$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow h^2 = d \times e \Rightarrow h^2 = 5 \times 3 \Rightarrow h^2 = 15$

$BC = d + e$ $\qquad BC = 5 + 3 = 8$ $\qquad \underset{c}{AB}^2 = BC \times \underset{d}{BH} \Rightarrow c^2 = 8 \times 5 \Rightarrow c = \sqrt{40}$

$\underset{b}{AC}^2 = BC \times \underset{e}{CH} \Rightarrow b^2 = 8 \times 3 \Rightarrow b = \sqrt{24}$

۳) $c=8$ $\quad b=6$ $\quad h=?$

$BC^2 = c^2 + b^2 \Rightarrow BC^2 = 64 + 36$ $\qquad BC^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$

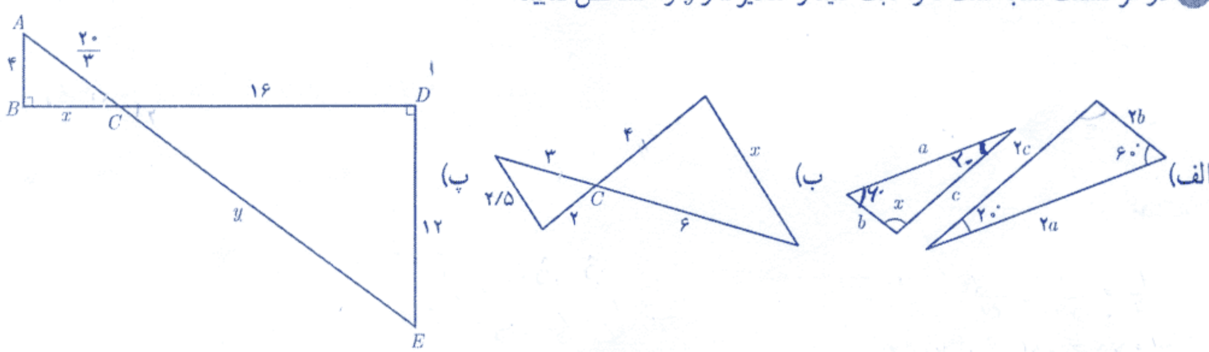
$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 8 \times 6 = h \times 10$

$h = \frac{48}{10} \Rightarrow h = 4{,}8$

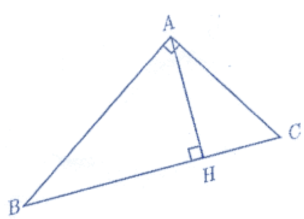
## تمرین

پاسخ تمرینات در صفحات بعدی

۱) در هر قسمت تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و مقادیر $x$ و $y$ را مشخص نمایید.




۲) در مثلث قائم‌الزاویهٔ روبه‌رو در هر حالت، اندازه پاره‌خط خواسته شده را به‌دست آورید.



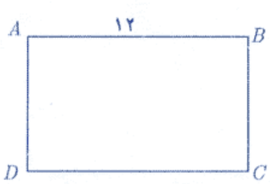

الف) $BC=10$ و $BH=9$ و $AH=?$ و $AB=?$ و $AC=?$

ب) $AC=5$ و $CH=2$ و $BC=?$ و $AH=?$ و $AB=?$

پ) $AB=8$ و $AC=6$ و $BC=?$ ، $AH=?$

ت) $AB=12$ و $AH=6$ و $BH=?$ و $BC=?$ و $AC=?$

۳) شکل مقابل مستطیلی به طول ۱۲ است. اگر از نقطهٔ $A$ عمودی بر قطر $BD$ رسم کنیم و پای این عمود را $H$ بنامیم، طول $BH$ برابر ۱۱ است. اندازهٔ عمود رسم شده، طول قطر مستطیل و اندازهٔ عرض مستطیل را محاسبه کنید.





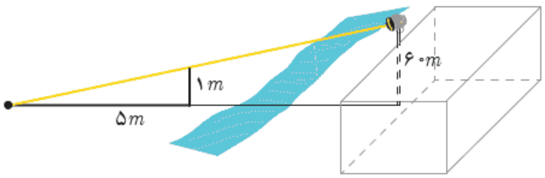

تهیه کننده:

گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی ، استان خوزستان

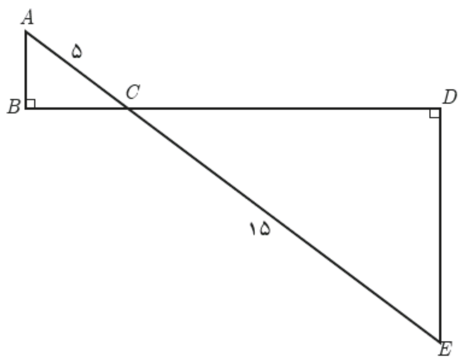
khuzmath1394@chmail.ir

# حل تمرینات در صفحات بعدی

۴ بر دیوار یک کمپ نظامی نورافکنی به ارتفاع ۶۰ متر (مانند شکل) قرار گرفته است. فردی که در طرف دیگر رودخانه است، می‌خواهد فاصلهٔ خود را تا پایهٔ نورافکن محاسبه کند. برای این کار چوبی به طول یک متر را روی زمین قرار می‌دهد و مشاهده می‌کند که طول سایهٔ چوب برابر ۵ متر است. فاصلهٔ این مرد تا پای نورافکن چقدر است؟




۵ در شکل مقابل دو مثلث قائم‌الزاویه مشاهده می‌کنید. نسبت محیط‌ها و مساحت‌های آنها را به‌دست آورید.




**تهیه کننده:**

**گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان**

khuzmath1394@chmail.ir

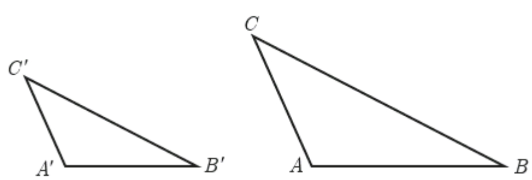
۶ دو مثلث متشابه $ABC$ و $A'B'C'$ را با نسبت تشابه $K$ در نظر بگیرید؛ به گونه‌ای که $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=K$ باشد. حال ارتفاع‌های $AH$ و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید.

الف) ثابت کنید مثلث‌های $AHB$ و $A'H'B'$ متشابه‌اند.

ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را به‌دست آورید.

پ) نسبت مساحت‌های $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}$ را محاسبه کنید.

ت) نسبت محیط‌های دو مثلث $ABC$ و $A'B'C'$ را به‌دست آورید.



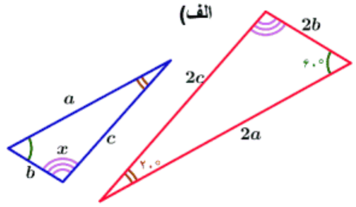

**تهیه کننده:**

**گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان**

khuzmath1394@chmail.ir

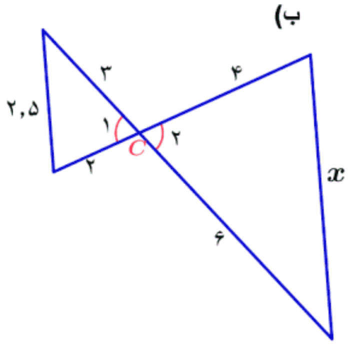
## تمرین فصل ۳ – صفحه ۴۵

**تمرین ۱ :**



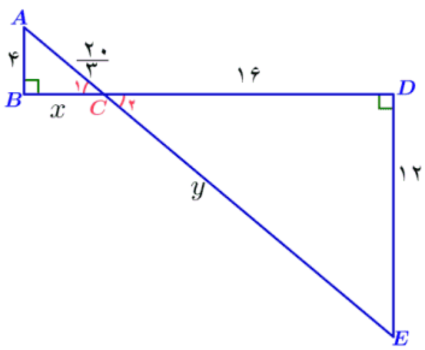

**الف)** چون $۲=\frac{۲a}{a}=\frac{۲b}{b}=\frac{۲c}{c}$ پس سه ضلع متناسب هستند در نتیجه دو مثلث متشابه اند بنابراین زاویه های متناظر آنها برابر است پس:

$$x+۶۰^\circ+۲۰^\circ=۱۸۰^\circ \Rightarrow x=۱۸۰^\circ-۶۰^\circ-۲۰^\circ \Rightarrow x=۱۰۰^\circ$$




**ب)** چون $۲=\frac{۴}{۲}=\frac{۶}{۳}$ و $\hat{C}_۱=\hat{C}_۲$ پس بنا به حالت تناسب دو ضلع و برابری زاویه بین این دو ضلع این دو مثلث متشابه اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. پس داریم:

$$۲=\frac{۶}{۳}=\frac{۴}{۲}=\frac{x}{۲/۵} \Rightarrow \frac{x}{۲/۵}=۲ \Rightarrow x=۵$$



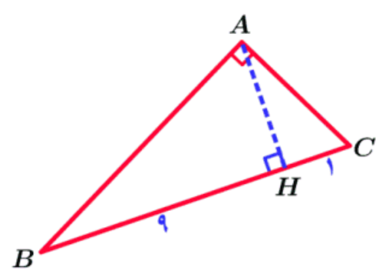

**پ)** چون $\hat{B}=\hat{D}=۹۰^\circ$ و $\hat{C}_۱=\hat{C}_۲$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این دو مثلث متشابه اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$$\frac{۱۶}{x}=\frac{۱۲}{۴}=\frac{y}{\frac{۲۰}{۳}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱۶}{x}=\frac{۱۲}{۴} \Rightarrow x=\frac{۱۶\times۴}{۱۲} \Rightarrow x=\frac{۱۶}{۳} \\ \frac{۱۲}{۴}=\frac{y}{\frac{۲۰}{۳}} \Rightarrow y=\frac{۱۲\times\frac{۲۰}{۳}}{۴} \Rightarrow y=\frac{۱۲\times۲۰}{۴\times۳} \Rightarrow y=۲۰ \end{cases}$$

---

**تمرین ۲ :**

**الف)**




$AC=?\ ,\ AB=?\ ,\ AH=?\ ,\ BH=۹\ ,\ BC=۱۰$

$BH+HC=BC \Rightarrow ۹+HC=۱۰ \Rightarrow HC=۱۰-۹ \Rightarrow HC=۱$

$(AH)^۲=BH\times HC \Rightarrow (AH)^۲=۹\times۱ \Rightarrow (AH)^۲=۹ \Rightarrow AH=۳$

$(AB)^۲=BH\times BC \Rightarrow (AB)^۲=۹\times۱۰ \Rightarrow (AB)^۲=۹۰ \Rightarrow AB=\sqrt{۹۰}$

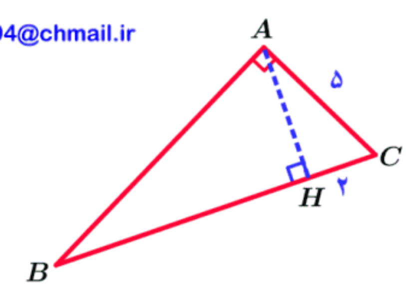
$(AC)^۲=HC\times BC \Rightarrow (AC)^۲=۱\times۱۰ \Rightarrow (AC)^۲=۱۰ \Rightarrow AC=\sqrt{۱۰}$

**ب)**


تهیه کننده:

گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی ، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir


$AB=?\ ,\ AH=?\ ,\ BC=?\ ,\ CH=۲\ ,\ AC=۵$

$(AC)^۲=HC\times BC \Rightarrow (۵)^۲=۲\times BC \Rightarrow BC=\frac{۲۵}{۲}$

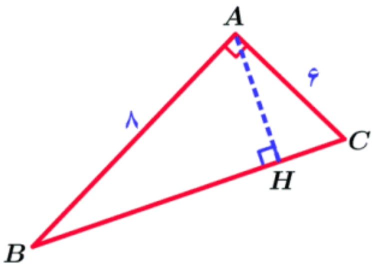
$BH+HC=BC \Rightarrow BH+۲=\frac{۲۵}{۲} \Rightarrow BH=\frac{۲۵}{۲}-۲ \Rightarrow BH=\frac{۲۱}{۲}$

$(AH)^۲=BH\times HC \Rightarrow (AH)^۲=\frac{۲۱}{۲}\times۲ \Rightarrow (AH)^۲=۲۱ \Rightarrow AH=\sqrt{۲۱}$

$(AB)^۲=BH\times BC \Rightarrow (AB)^۲=\frac{۲۱}{۲}\times\frac{۲۵}{۲} \Rightarrow (AB)^۲=\frac{۲۱\times۲۵}{۴} \Rightarrow AB=\frac{۵\sqrt{۲۱}}{۲}$

**پ)**

$AH=? \;,\; BC=? \;,\; AC=6 \;,\; AB=8$



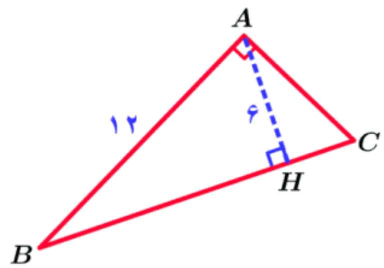

$(BC)^2=(AC)^2+(AB)^2 \Rightarrow (BC)^2=(6)^2+(8)^2=36+64=100 \Rightarrow BC=10$

$(AB)^2=BH\times BC \Rightarrow (8)^2=BH\times 10 \Rightarrow BH=\frac{64}{10}$

$AB\times AC=AH\times BC \Rightarrow 8\times 6=AH\times 10 \Rightarrow AH=\frac{48}{10}$

**ت)**

$AC=? \;,\; BC=? \;,\; BH=? \;,\; AH=6 \;,\; AB=12$




$(AB)^2=(AH)^2+(BH)^2 \Rightarrow (12)^2=(6)^2+(BH)^2 \Rightarrow (BH)^2=144-36=108$

$\Rightarrow BH=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$

$(AB)^2=BH\times BC \Rightarrow (12)^2=6\sqrt{3}\times BC \Rightarrow BC=\frac{144}{6\sqrt{3}} \Rightarrow$

$BC=\frac{24}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow BC=8\sqrt{3}$

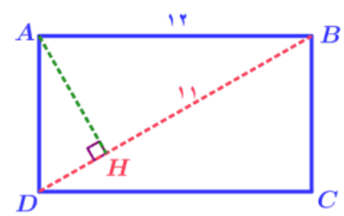
$BH+HC=BC \Rightarrow 6\sqrt{3}+HC=8\sqrt{3} \Rightarrow HC=8\sqrt{3}-6\sqrt{3} \Rightarrow HC=2\sqrt{3}$

$(AC)^2=HC\times BC \Rightarrow (AC)^2=2\sqrt{3}\times 8\sqrt{3} \Rightarrow AC=48 \Rightarrow AC=\sqrt{48} \Rightarrow AC=4\sqrt{3}$

---

**تمرین ۳:**

$AD=? \;,\; BD=? \;,\; AH=? \;,\; BH=11 \;,\; AB=12$




$(AB)^2=(AH)^2+(BH)^2 \Rightarrow (12)^2=(AH)^2+(11)^2 \Rightarrow (AH)^2=144-121=23 \Rightarrow AH=\sqrt{23}$

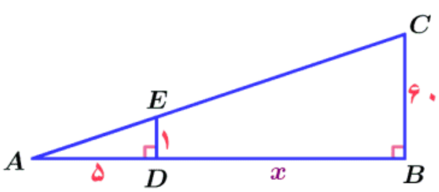
$(AH)^2=BH\times HD \Rightarrow (\sqrt{23})^2=11\times HD \Rightarrow HD=\frac{23}{11}$

$BD=BH+HD \Rightarrow BD=11+\frac{23}{11}=\frac{121+23}{11}=\frac{144}{11}$

$(AD)^2=HD\times BD \Rightarrow (AD)^2=\frac{23}{11}\times\frac{144}{11} \Rightarrow (AD)^2=\frac{23\times 144}{121} \Rightarrow AD=\frac{12}{11}\sqrt{23}$

---

**تمرین ۴:**




$AD=5 \;,\; BC=60 \;,\; DE=1 \;,\; \hat{B}=90^\circ \;,\; \hat{D}=90^\circ \;,\; BD=x \;,\; AB=?$

$AB=AD+BD \Rightarrow AB=5+x$

چون $\hat{B}=\hat{D}=90^\circ$ و زاویه $\hat{A}$ مشترک پس بنا به حالت برابری دو زاویه

این دو مثلث $ADE$ و $ABC$ متشابه اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$\frac{5}{x+5}=\frac{1}{60} \Rightarrow \frac{16}{x}=\frac{12}{4} \Rightarrow x+5=300 \Rightarrow AB=300$

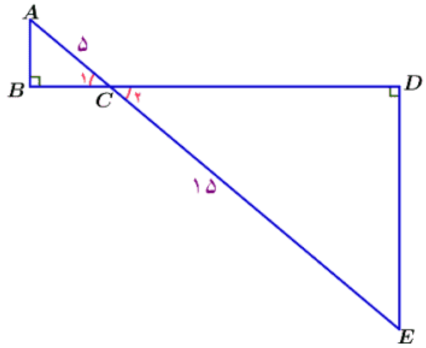
---


تهیه کننده:

گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی ، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir

**تمرین ۵:**




$$AC=۵\ ,\ CE=۱۵\ ,\ \frac{P_{ABC}}{P_{EDC}}=?\ ,\ \frac{S_{ABC}}{S_{EDC}}=?\ ,\ \hat{B}=۹۰^\circ\ ,\ \hat{D}=۹۰^\circ$$

$$AB=AD+BD \Rightarrow AB=۵+x$$

چون $\hat{B}=\hat{D}=۹۰^\circ$ و $\hat{C}_۱=\hat{C}_۲$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه

این دو مثلث $EDC$ و $ABC$ متشابه اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$$\frac{ED}{AB}=\frac{۱۵}{۵} \Rightarrow \frac{ED}{AB}=۳\ ,\quad \frac{ED}{AB}=\frac{DC}{BC}=\frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{ED}{AB}=\frac{DC}{BC}=\frac{EC}{AC}=۳ \Rightarrow \begin{cases} \frac{ED}{AB}=۳ \Rightarrow ED=۳AB \\ \frac{DC}{BC}=۳ \Rightarrow DC=۳BC \\ \frac{EC}{AC}=۳ \Rightarrow EC=۳AC \end{cases}$$

$$\frac{P_{EDC}}{P_{ABC}}=\frac{ED+DC+EC}{AB+BC+AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}}=\frac{۳AB+۳BC+۳AC}{AB+BC+AC} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}}=\frac{۳(\cancel{AB+BC+AC})}{\cancel{AB+BC+AC}} \Rightarrow \frac{P_{EDC}}{P_{ABC}}=۳$$

$$\frac{S_{EDC}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{۱}{۲}ED\times DC}{\frac{۱}{۲}AB\times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{۱}{۲}(۳AB)\times ۳(BC)}{\frac{۱}{۲}AB\times BC} \Rightarrow \frac{S_{EDC}}{S_{ABC}}=۹$$

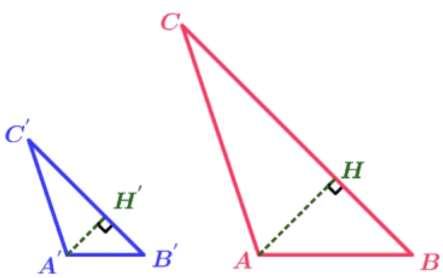

**تهیه کننده:**

گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir


---

**تمرین ۶:** چون دو مثلث $A'H'B'$ و $AHB$ متشابه اند. پس داریم:




$$\hat{C}=\hat{C}' \text{ و } \hat{B}=\hat{B}' \text{ و } \hat{A}=\hat{A}' \text{ و } \frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}=K$$

**الف)** چون $\hat{H}=\hat{H}'=۹۰^\circ$ و $\hat{B}=\hat{B}'$ پس بنا به حالت برابری دو زاویه این

دو مثلث $A'H'B'$ و $AHB$ متشابه اند.

**ب)** دو مثلث $A'H'B'$ و $AHB$ متشابه اند. در نتیجه سه ضلع متناسب هستند. لذا داریم:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AH}{A'H'}=\frac{BH}{B'H'}\ ,\quad \frac{AB}{A'B'}=K \Rightarrow \frac{AH}{A'H'}=K$$


**تهیه کننده:**

گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه و انجمن معلمان ریاضی، استان خوزستان

khuzmath1394@chmail.ir


**پ)**

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=\frac{\frac{۱}{۲}BC\times AH}{\frac{۱}{۲}B'C'\times A'H'} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=\underbrace{\frac{BC}{B'C'}}_{K}\times\underbrace{\frac{AH}{A'H'}}_{K} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}}=K^۲$$

**ت)**

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}=K \Rightarrow AB=K\,A'B'\ ,\ BC=K\,B'C'\ ,\ AC=KA'C'$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}}=\frac{AB+BC+AC}{A'B'+B'C'+A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}}=\frac{K\,A'B'+K\,B'C'+K\,A'C'}{A'B'+B'C'+A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}}=\frac{K(A'B'+B'C'+A'C')}{A'B'+B'C'+A'C'} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}}=K$$