

۳ تابع

فصل



بندر سیراف، شهر باستانی استان بوشهر یکی از مکان‌های تاریخی و از نقاط دیدنی ایران است که زمانی دارای رونق چشمگیری بوده و در آن زمان با سیصد هزار نفر جمعیت، روابط تجاری زیادی با روم و یونان (در اروپا) و ماداگاسکار (در آفریقا)، هند و چین (در آسیا) داشته است. با این همه زمین لرزه شدیدی در قرن چهارم هجری قمری ویران شدن کامل این بندر را در پی داشت.

آشنایی با برخی از انواع توابع

وارون یک تابع و تابع یک به یک

اعمال جبری روی توابع

درس اول

درس دوم

درس سوم

درس اول

آشنایی با برخی از انواع توابع

در سال گذشته با مفهوم تابع آشنا شدیم. به دستور یا قانون بیانگر تابع، ضابطه آن تابع گفته می‌شود. برای مشخص کردن یک تابع، باید دامنه تابع و ضابطه آن را داشته باشیم. بنا به قرارداد، اگر ضابطه تابعی داده شده باشد، اما دامنه آن صریحاً گفته نشده باشد، بزرگ‌ترین مجموعه‌ای که آن تابع در آن قابل تعریف است، به عنوان دامنه در نظر گرفته می‌شود.

توابع گویا

فعالیت

حسین در پایه یازدهم درس می‌خواند. او در روستای کوچکی زندگی می‌کند که در چند کیلومتری یکی از جاده‌های پرتردد ایران قرار دارد. مردم این روستا تا چند سال پیش به کشاورزی و باغداری مشغول بودند، اما چند سالی است که به دلیل کم‌آبی، کشاورزی رونقی ندارد و در نتیجه مردم این روستا درآمد کافی ندارند. حسین تصمیم گرفت این وضع را تغییر دهد. برای این منظور با خود اندیشید که باید فضای روستا را زیباتر کند و با تبلیغاتی مناسب، بخشی از افرادی که قصد گردشگری دارند و معمولاً از جاده اصلی کنار روستا می‌گذرند را به روستای خود جلب کند. او با خود فکر کرد این گردشگران بابت پذیرایی محلی و تجربه خوشایند یک زندگی روستایی، هزینه خواهند پرداخت و به این ترتیب چرخه اقتصادی مردم روستا پر رونق خواهد شد.

پس از چند هفته تحقیق و پرس و جو، حسین به این نتیجه رسید که برای شروع کار به حدوداً ده میلیون تومان نیاز دارد که البته او به تنهایی این پول را نداشت. برای همین تصمیم گرفت ابتکار خود را با دیگران مطرح کند و از آنها هم برای این کار مفید یاری بخواهد. به این ترتیب افراد روستا می‌توانستند با سرمایه‌گذاری به نسبت مساوی در راه‌اندازی این کار اقتصادی سهم شونند.

الف) اگر حسین تنها شخص شرکت کننده در این طرح بود، او به تنهایی می‌بایست $\frac{1}{1}$ از ده میلیون تومان را بپردازد، اما اگر یک

داوطلب دیگر هم پیدا می‌شد، هر کدام باید $\frac{1}{2}$ از ده میلیون تومان را بپردازند. جدول زیر را کامل کنید.

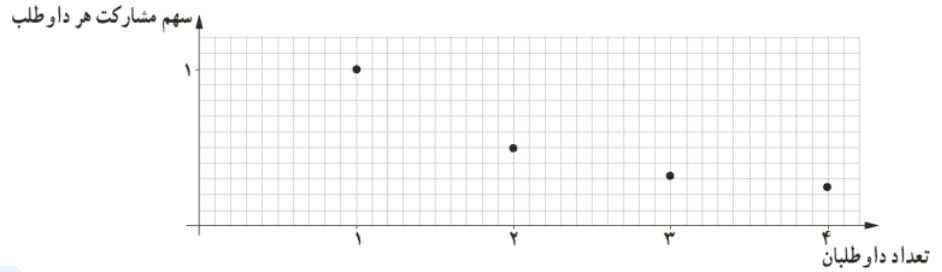
تعداد افراد داوطلب	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
سهم مشارکت هر داوطلب	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$

ب) اگر تعداد داوطلبانی که می‌خواهند در این کار اقتصادی شرکت کنند، n نفر باشد، سهم مشارکت هر نفر چقدر خواهد شد؟ $\frac{1}{n}$

پ) رابطه بین تعداد افراد داوطلب و سهم مشارکت آنها یک تابع است. ضابطه این تابع چیست؟ $f(x) = \frac{1}{x}$

۲ در شکل زیر، بخشی از نمودار تابع سهم مشارکت رسم شده است. با انتخاب گزینه مناسب در عبارت زیر، تعیین کنید که این نمودار چه چیزی را نشان می‌دهد؟
 «با افزایش تعداد داوطلبان، سهم مشارکت هر داوطلب کاهش افزایش می‌یابد.»

این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش تعداد افراد سهم مشارکت هر فرد کاهش می‌یابد.



خواندنی

هزینه پاک‌سازی x درصد از آلودگی‌های شهری و صنعتی رودخانه‌ای با تابع با ضابطه $p(x) = \frac{255x}{100-x}$ محاسبه می‌شود که در آن x درصد آلودگی و $p(x)$ هزینه پاک‌سازی بر حسب میلیون تومان است.

الف) جدول زیر را کامل کنید.

ب) با یک میلیارد تومان چه درصدی از آلودگی‌های این رودخانه پاک‌سازی خواهد شد؟

پ) چرا هیچ‌گاه ۱۰۰ درصد از آلودگی‌های این رودخانه پاک‌سازی نمی‌شود؟

x	۱۰	۳۰	۵۰	۷۰	۹۰
$p(x)$	۲۸/۳	۱۰۹/۳	۲۵۵	۵۹۵	۲۲۹۵

الف) $p(10) = \frac{255 \times 10}{100 - 10} = \frac{2550}{90} = 28/333... \approx 28/3$

$p(30) = \frac{255 \times 30}{100 - 30} = \frac{7650}{70} = 109/285714285714... = 109/3$

$p(50) = \frac{255 \times 50}{100 - 50} = \frac{255 \times 50}{50} = 255$

$p(70) = \frac{255 \times 70}{100 - 70} = \frac{255 \times 70}{30} = \frac{255 \times 7}{3} = 595$

$p(90) = \frac{255 \times 90}{100 - 90} = \frac{255 \times 90}{10} = 255 \times 9 = 2295$

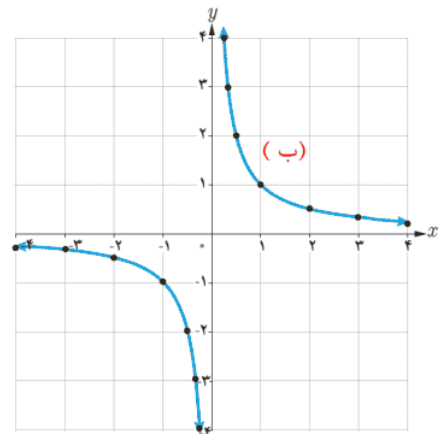
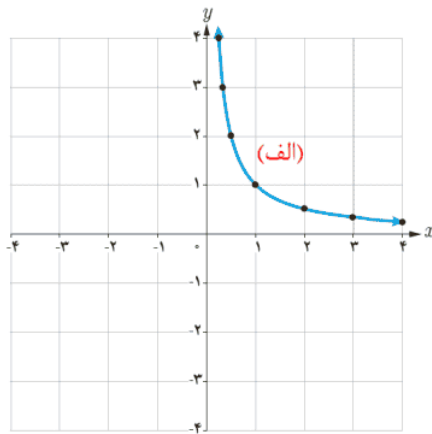
تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

فعالیت

در نمودارهای زیر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x}$ با دو دامنه متفاوت رسم شده است. مشخص کنید که هر کدام از این نمودارها مربوط به کدام دامنه است؟

الف) $D_f = (0, +\infty)$

ب) $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$



هر تابع به شکل $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ را یک تابع گویا می‌نامیم، که در آن $P(x)$ ، $Q(x)$ چند جمله‌ای هستند و چند جمله‌ای $Q(x)$ صفر نیست.

ب) $1000 = \frac{255x}{100-x} \Rightarrow 1000(100-x) = 255x \Rightarrow 100000 = 1255x$

$\Rightarrow x = \frac{100000}{1255} \approx 79/68 = 80$

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x}$ و همچنین توابع زیر نمونه‌هایی از توابع گویا هستند.

$$f(x) = \frac{x}{x+5}$$

$$f(x) = \frac{x+3}{x-10}$$

$$f(x) = \sqrt{5}x$$

$$f(x) = 2$$

کار در کلاس

یکی از معیارهای بررسی موفقیت یک بازیکن بسکتبال، بررسی «عملکرد پرتاب‌های آزاد» اوست. به این منظور، نسبت پرتاب‌های آزاد موفق هر بازیکن را به همه پرتاب‌های آزاد حساب می‌کنند. وحیده که عضو تیم بسکتبال مدرسه است، یک بازیکن موفق است، زیرا در مسابقات امسال، تا امروز، از ۱۰ پرتاب آزاد، ۷ پرتاب او موفق بوده است. بنابراین ۷۰ درصد پرتاب‌های آزاد او موفق بوده است. او دوست دارد عملکردش بهتر از این باشد.

الف) اگر تا پایان مسابقات همه پرتاب‌های آزاد وحیده موفق باشد، ضابطه تابع عملکرد پرتاب‌های آزاد او به کدام صورت زیر است؟

$$f(x) = x + 0.7 \quad f(x) = \frac{x}{0.7 + x} \quad f(x) = \frac{7 + x}{10 + x}$$

نسبت پرتاب‌های موفق وحیده به کل پرتاب‌های او $\frac{7}{10}$ است حالا اگر فرض کنیم که او x پرتاب موفق دیگر انجام دهد پس به ۷ پرتاب موفق قبلی x و به کل پرتاب‌ها هم x تا پرتاب اضافه می‌شود و نسبت پرتاب‌های موفق جدید به کل پرتاب‌های جدید به صورت $\frac{7+x}{10+x}$ خواهد بود. بنا براین ضابطه‌ی تابع پرتاب‌های موفق وحیده $f(x) = \frac{7+x}{10+x}$ است.

ب) آیا تابع عملکرد پرتاب‌های آزاد وحیده، یک تابع گویاست؟

بله زیرا صورت و مخرج کسر یک چندجمله‌ای است. و همچنین مخرج صفر نیست زیرا تعداد پرتاب‌ها که x است منفی نیست و با عدد ۱۰ هم که جمع شود صفر نمی‌شود.

پ) توضیح دهید که پس از چند پرتاب آزاد موفق پیاپی دیگر، درصد موفقیت عملکرد وحیده ۸۰ درصد خواهد شد؟

$$f(x) = \frac{80}{100} \rightarrow \frac{7+x}{10+x} = \frac{80}{100} \rightarrow 100x + 700 = 80x + 800 \rightarrow 20x = 100 \rightarrow x = 5 \dots \dots \dots$$

دامنه توابع گویا

از سال‌های گذشته می‌دانیم مخرج هیچ کسری نمی‌تواند صفر باشد؛ بنابراین عدد صفر در دامنه تابع با ضابطه $y = \frac{1}{x}$ نیست. به طور کلی اعدادی که مخرج کسر مربوط به ضابطه یک تابع گویا را صفر کنند، عضو دامنه آن تابع نیستند. به عنوان مثال، دامنه تابع گویای با ضابطه $f(x) = \frac{5}{x-2}$ برابر $\mathbb{R} - \{2\}$ است.

کار در کلاس

دامنه هر یک از توابع گویای داده شده را به دست آورید.

$$f(x) = \frac{x}{x+5}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-5\}$$

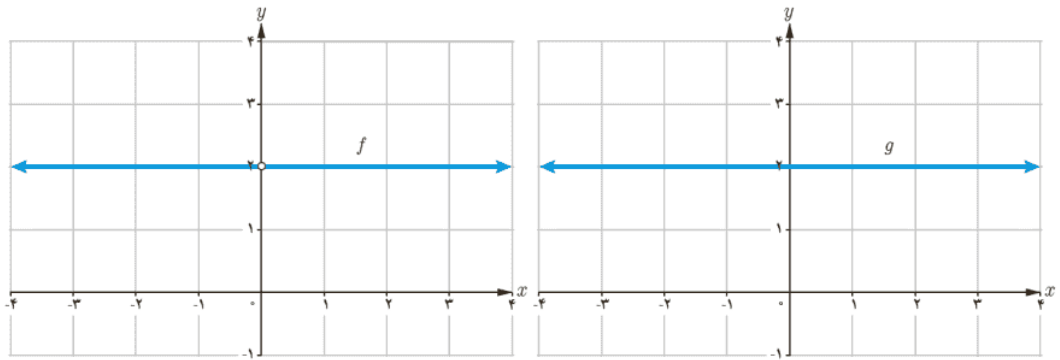
$$g(x) = \frac{3}{x-4}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{4\}$$

دو تابع f و g را برابر نامیم هرگاه :
 الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند.
 ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم : $f(x) = g(x)$

بنابراین در صورت رسم نمودارهای دو تابع مساوی در یک دستگاه مختصات، باید نمودارهای آنها دقیقاً بر هم منطبق شوند.

به نمودار دو تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x}{x}$ و $g(x) = 2$ دقت کنید.



می بینیم که نمودارهای این دو تابع کاملاً بر هم منطبق نیستند. در واقع با اینکه ضابطه دو تابع شبیه هم هستند و در صورت ساده شدن x ، ضابطه های دو تابع برابر می شوند ولی دامنه دو تابع با هم متفاوت اند، زیرا داریم :

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} \qquad D_g = \mathbb{R}$$

در نتیجه این دو تابع با هم برابر نیستند.

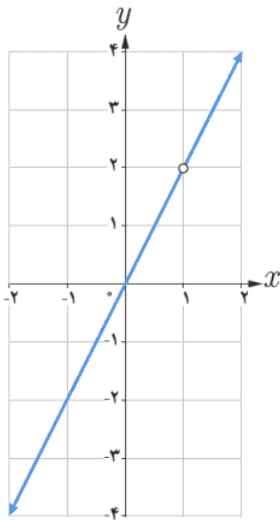
تذکر : همواره دامنه تابع را قبل از ساده کردن ضابطه آن محاسبه می کنیم.

کار در کلاس

۱ آیا دو تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2}{x}$ و $g(x) = x$ با هم برابرند؟ چرا؟

خیر زیرا وقتی تابع $f(x)$ را ساده می کنیم ، ضابطه ی دو تابع برابر می شود ولی دامنه ها باهم برابر نیستند پس این دو تابع با هم برابر نیستند.

$$f(x) = \frac{x^2}{x} = x \qquad D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad , \quad D_g = \mathbb{R}$$



۲ نمودار مقابل مربوط به کدام یک از توابع زیر است؟ مسئله چند جواب دارد؟

الف) $g(x) = 2x$ $D_g = \mathbb{R}$

ب) $g(x) = 2x$ $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

پ) $g(x) = 2x$ $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$

ت) $g(x) = \frac{2x^2 - 2x}{x - 1}$ $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$

ث) $g(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x - 2}$ $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

با توجه به شکل دامنه ی تابع عبارت است از : $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ بنا براین دامنه آن با قسمت های (پ) و (ت) یکی است اما باید ضابطه های هر کدام از این قسمت ها را هم بررسی کنیم.

$$g(x) = \frac{2x^2 - 2x}{x - 1} = \frac{2x(x - 1)}{(x - 1)} \xrightarrow{D_g = \mathbb{R} - \{1\}} g(x) = 2x$$

می دانیم نقاط $(0,0)$ و $(-1,-2)$ روی نمودار این تابع قرار دارند و در ضابطه تابع $g(x) = 2x$ صدق می کنند:

$$g(x) = 2x \Rightarrow \begin{cases} 0 = 2 \times 0 \Rightarrow 0 = 0 \\ -2 = 2 \times (-1) \Rightarrow -2 = -2 \end{cases}$$

توابع رادیکالی

کار در کلاس

بر اساس مشاهدات دانشمندان، اگر S تندی جابه جایی یک سونامی بر حسب کیلومتر بر ساعت باشد، می توان آن را از رابطه $S = 356\sqrt{d}$ محاسبه کرد که در آن d میانگین عمق دریا بر حسب کیلومتر است.

الف) جدول زیر را کامل کنید. ($\sqrt{3} \approx 1/7$, $\sqrt{2} \approx 1/4$)

d	۱	۲	۳	۴
$S = 356\sqrt{d}$	۳۵۶	۴۹۸/۴	تقریباً ۶۰۵/۲	۷۱۲

ب) عبارت زیر را کامل کنید.

چون هر عدد، تنها... یک... ریشه دوم مثبت دارد، پس رابطه سونامی یک تابع است.

پ) کدام یک از اعداد ۵- و ۵ عضو دامنه تابع سونامی است؟

عدد ۵ عضو دامنه تابع سونامی است.

خواندنی

سونامی (آبلرزه) به لرزش شدید آب دریا گفته می شود. این اتفاق ممکن است در بی زمین لرزه های زیر دریا، لغزیدن صخره، انفجار آتشفشانی و یا هر حادثه دیگری که انرژی زیادی در دریا آزاد می کند، رخ دهد. آبی که به لرزه درآمده است، به شکل موج های عظیم به کرانه ها می رسد و ویرانی به بار می آورد. سونامی زمانی شروع می شود که حجم عظیمی از آب، به سرعت مرتفع شود. تندی موج های سونامی بسته به محل رویداد، ممکن است به بیش از ۸۰۰ کیلومتر در ساعت برسد!

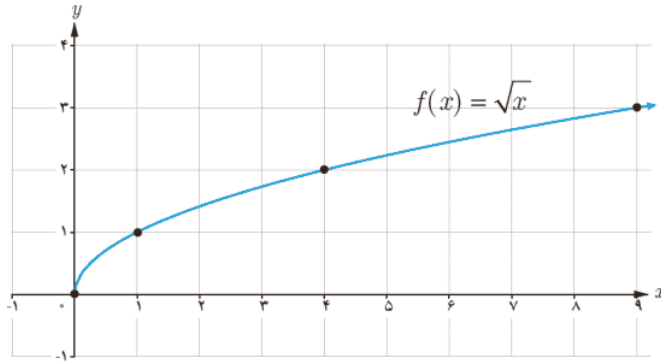
یکی از بزرگ ترین سونامی ها در سال ۱۳۸۳ در نزدیکی سوماترای اندونزی روی داد و باعث ویرانی عظیمی شد و حدود ۲۰۰ هزار نفر را به کام مرگ کشانید.



در کتاب های تاریخ ادعا شده است که قسمت بزرگی از بندر باستانی سیراف ناگهان بر اثر زمین لرزه ای به زیر آب رفته است. پاسخ دقیق این سؤال را که «آیا یک سونامی سیراف را ویران کرده و به زیر آب برده است؟» باید با کمک پژوهش های باستان شناسی و زمین شناسی یافت. با **هیدروگراف** این که میانگین عمق خلیج فارس حدود ۵ متر است، نظر شما چیست؟

مطالعه توابع رادیکالی مانند $S = 356\sqrt{d}$ به دلیل نقش کاربردی آنهاست. در این کتاب با برخی از توابع رادیکالی آشنا می‌شویم. همان‌طور که هنگام کار با تابع رادیکالی سونامی دیدید، دامنه این نوع توابع ممکن است همه اعداد حقیقی نباشد.

ساده‌ترین تابع رادیکالی تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ است. دامنه این تابع مجموعه همه اعداد حقیقی نامنفی و نمودار آن به صورت زیر است.

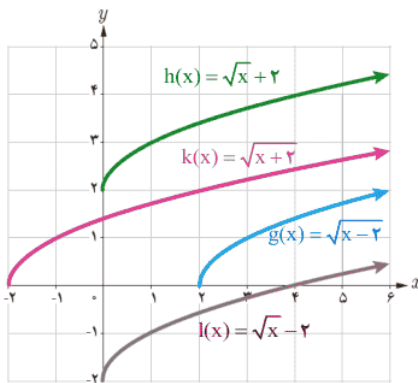


فعالیت

۱ در شکل مقابل با کمک انتقال نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ ، نمودار مربوط به هر یک از توابع زیر رسم شده است. مشخص کنید که هر نمودار، مربوط به کدام تابع است. سپس دامنه آنها را تعیین کنید.

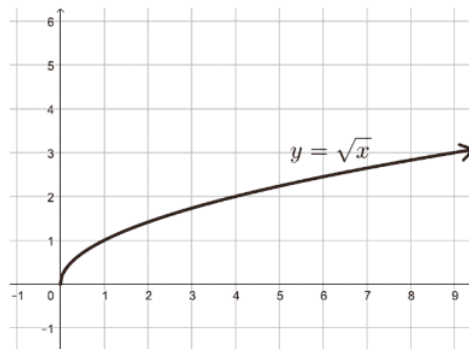
الف) $g(x) = \sqrt{x-2}$ $D_g = [2, +\infty)$ ب) $h(x) = \sqrt{x+2}$ $D_h = [0, +\infty)$.

پ) $k(x) = \sqrt{x+2}$ $D_k = [-2, +\infty)$ ت) $l(x) = \sqrt{x-2}$ $D_l = [0, +\infty)$.

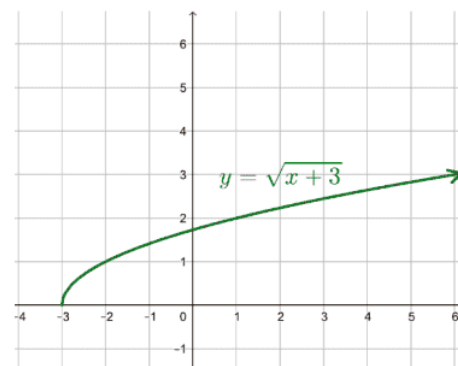


۲ می‌خواهیم نمودار تابع با ضابطه $y = -2 + \sqrt{x+3}$ را رسم کنیم.

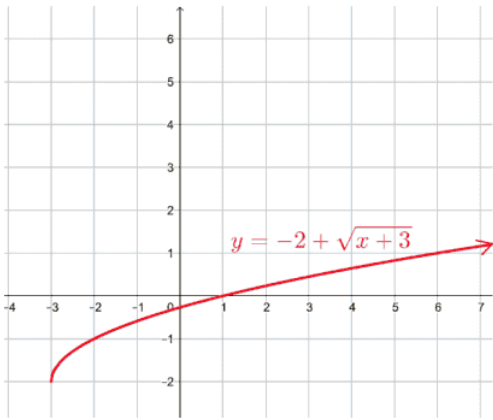
الف) (مرحله اول) نمودار تابع با ضابطه $y = \sqrt{x}$ در صفحه قبل را در نظر بگیرید.
ب) (مرحله دوم) حال، نمودار تابع با ضابطه $y = \sqrt{x+3}$ را رسم کنید.



(الف) مرحله اول

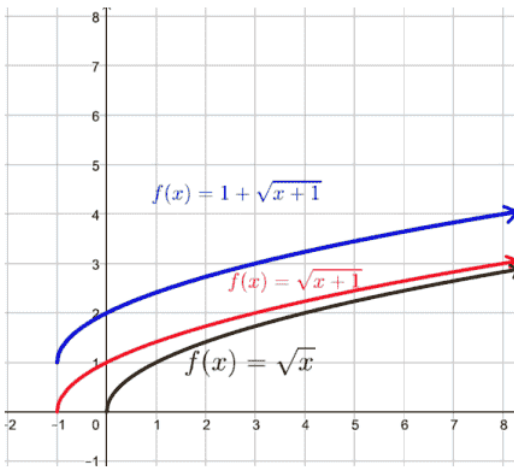


(ب) مرحله دوم



ب) (مرحله سوم) در پایان، نمودار تابع با ضابطه $y = -2 + \sqrt{x+3}$ را رسم کنید. با توجه به شکل می بینید که دامنه این تابع $[-3, +\infty)$ است.

۳ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$ را رسم کنید؛ سپس دامنه آن را بیابید.



$D_f = [-1, +\infty)$

توابع پله‌ای و تابع جزء صحیح

فعالیت

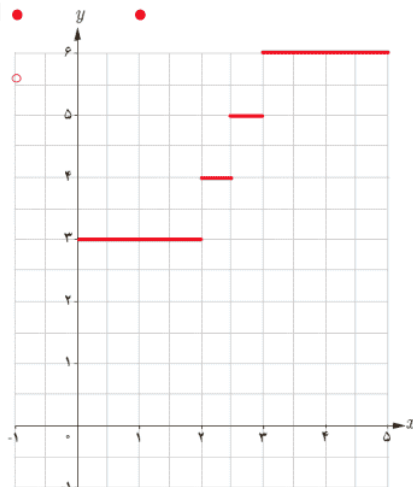
هزینه پارکینگ خودرو

در یک پارکینگ، هزینه پارک خودرو به این صورت محاسبه می شود: الف) ضابطه تابع هزینه پارکینگ خودرو چیست؟

هزینه (هزار تومان)	زمان	
۳	تا کمتر از ۲ ساعت	از هنگام ورود
۴	تا ۲/۵ ساعت	از ۲ ساعت
۵	تا کمتر از ۳ ساعت	از بیشتر از ۲/۵ ساعت
۶	تا ۵ ساعت	از ۳ ساعت

$$f(x) = \begin{cases} 3 & 0 \leq x < 2 \\ 4 & 2 \leq x \leq 2.5 \\ 5 & 2.5 < x < 3 \\ 6 & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

ب) نمودار این تابع را رسم کنید.



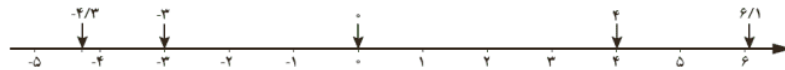
تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

به توابعی مانند تابع هزینه پارکینگ، توابع پله‌ای می‌گویند. توابع پله‌ای در تجارت یا خرید و فروش نقش تعیین‌کننده‌ای دارند. مشهورترین تابع پله‌ای، تابع جزء صحیح است.

تابع جزء صحیح به هر عدد صحیح، خود همان عدد صحیح را نسبت می‌دهد و به هر عدد غیر صحیح، بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از آن عدد را نسبت می‌دهد. ضابطه این تابع به صورت $f(x) = [x]$ نشان داده می‌شود.

برای مثال داریم:

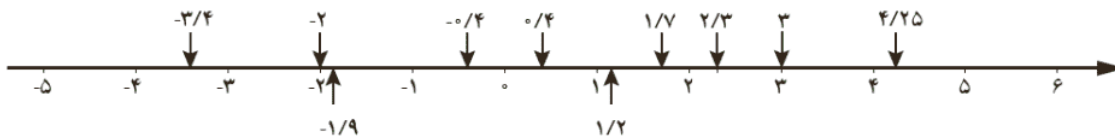
$$[-3] = -3 \quad [-4/3] = -5 \quad [0] = 0 \quad [6/1] = 6 \quad [4] = 4$$



همان‌طور که در مثال دیدیم، جزء صحیح هر عدد غیر صحیح، برابر است با اولین عدد صحیح سمت چپ آن روی محور اعداد.

کار در کلاس

۱ با کمک گرفتن از محور اعداد، جزء صحیح اعداد خواسته شده را به دست آورید.



$$[-3/4] = -4 \quad [-2] = -2 \quad [-1/9] = -1 \quad [0/4] = 0 \quad [-0/4] = -1$$

$$[4/25] = 4 \quad [3] = 3 \quad [2/3] = 2 \quad [1/7] = 1 \quad [1/2] = 1$$

۲ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left[\frac{41}{37} \right] = [1/108] = 1$$

$$\left[-\frac{13}{51} \right] = [-0/254] = -1$$

فعالیت

۱ اگر $[x] = 2$ ، آنگاه x برابر چه اعدادی می‌تواند باشد؟ مجموعه جواب را به صورت

$$[x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3 \Rightarrow x \in [2, 3)$$

بازه بنویسید.

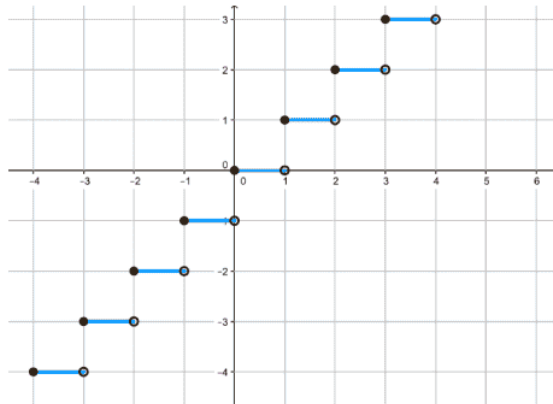
خواندنی

برای قیمت‌گذاری یک محصول تولیدی خاص، قیمت مواد اولیه تعیین‌کننده است؛ اما بالا و پایین رفتن‌های جزئی قیمت مواد اولیه، قیمت یک محصول را تغییر نمی‌دهد. بنابراین به اعداد بازه‌ای از قیمت‌های مواد اولیه، تنها یک قیمت نهایی محصول را نسبت می‌دهند. به این ترتیب، تابع مورد نظر یک تابع پله‌ای است.

خواندنی

با مراجعه به وب‌گاه رسمی سامانه محاسبه نرخ مرسولات پستی شرکت ملی پست (<http://parcelprice.post.ir>) می‌توانید دو شهر را انتخاب کنید. سپس تابع پله‌ای هزینه ارسال یک بسته را برحسب وزن - قیمت مشاهده کنید.

۲ برای رسم نمودار یک تابع صحیح باید توجه کنیم که اعداد هر بازه‌ای از دامنه، به چه عددی نسبت داده می‌شود. برای مثال اگر $0 \leq x < 1$ ، آنگاه $[x] = 0$ ؛ پس مقدار تابع $f(x) = [x]$ برای همه اعداد عضو بازه $(0, 1)$ برابر صفر می‌شود. در شکل مقابل بخشی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = [x]$ رسم شده است. نمودار این تابع را در بازه $[-4, 4]$ تکمیل کنید.



۳ الف) به دلخواه نقطه‌ای مانند a را روی محور اعداد داده شده مشخص کنید.
ب) نقطه $a + 3$ را روی این محور مشخص کنید.
پ) نقاط $[a]$ و $[a + 3]$ را روی محور مشخص کنید.



$$[a + 3] = [a] + 3.$$

ت) چه رابطه‌ای بین $[a]$ و $[a + 3]$ برقرار است؟

ث) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

«اگر a عددی حقیقی و n عددی صحیح باشد، آنگاه $[a + n] = [a] + n$ »

تمرین

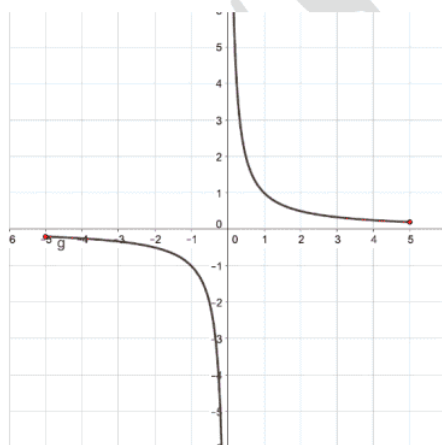
۱ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x}$ و با دامنه $D_f = [-5, 5] - \{0\}$ را رسم کنید.

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad D_f = [-5, 5] - \{0\}$$

۲ دامنه تابع گویای با ضابطه $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ را به دست آورید.

کافی است عددی را که مخرج را صفر می‌کند از مجموعه‌ی اعداد حقیقی

حذف کنیم. بنابراین داریم: $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$



تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

۳ در هر مورد آیا دو تابع داده شده با هم برابرند؟

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{|x|}{x}$$

الف) دامنه این دو تابع با هم برابر است. $D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0\}$.

پس از ساده کردن تابع g مشاهده می‌کنیم که ضابطه این دو تابع نیز با هم برابر است:

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow g(x) = \frac{x}{x} = 1 \\ x < 0 \Rightarrow g(x) = \frac{-x}{x} = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{ب) } f(x) = x - 2, \quad g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

$$D_f = \mathbb{R}, \quad D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$$

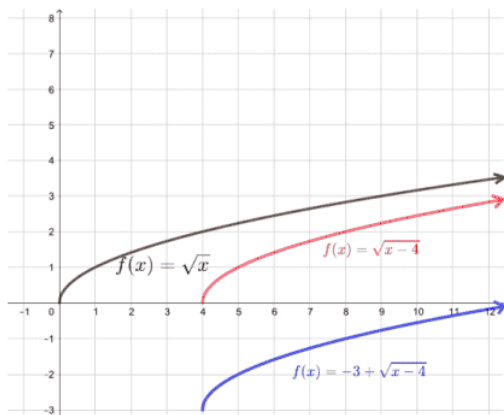
ب) می‌دانیم دامنه‌ی این دو تابع عبارت است از:

با وجود این که اگر $g(x)$ را ساده کنیم ضابطه‌ی آن با ضابطه‌ی $f(x)$ برابر می‌شود اما چون دامنه‌ها برابر نیستند نمی‌توانیم بگوییم که دو تابع برابر هستند.

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)} = x - 2$$

۴ تابعی گویا بنویسید که دامنه‌اش برابر $\mathbb{R} - \{-1\}$ شود. پاسخ خود را با جواب دوستانان مقایسه کنید.

$$f(x) = \frac{x + 3}{x + 1}, \quad g(x) = \frac{x}{x^2 + x}$$



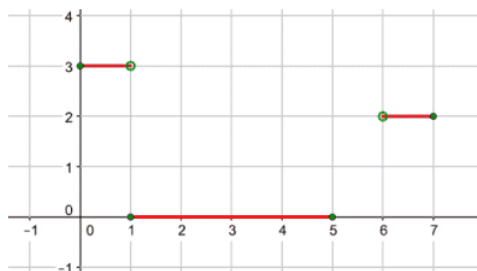
۵ نمودار تابع با ضابطه $g(x) = -3 + \sqrt{x - 4}$ را رسم کنید.

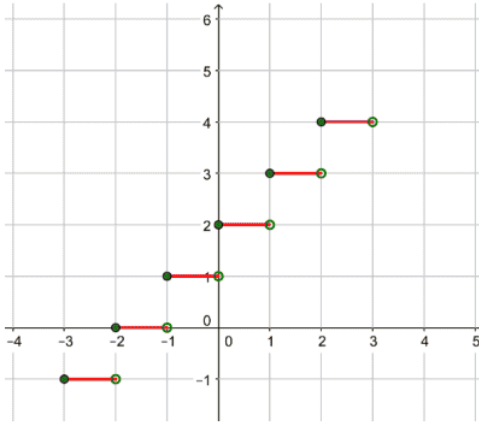
۶ حاصل عبارت‌های مقابل را حساب کنید.

$$[300/4002] = 300 \quad [-103/003] = -104 \quad [-2309/54] = -2310$$

۷ تابع پله‌ای روبه‌رو را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x \in [0, 1) \\ 0 & x \in [1, 5) \\ 2 & x \in [6, 7) \end{cases}$$





۸ تابع با ضابطه $f(x) = [x] + 2$ و دامنه $D_f = [-3, 3)$ را رسم کنید.

$$f(x) = -3 + 2 = -1 \quad -3 \leq x < -2$$

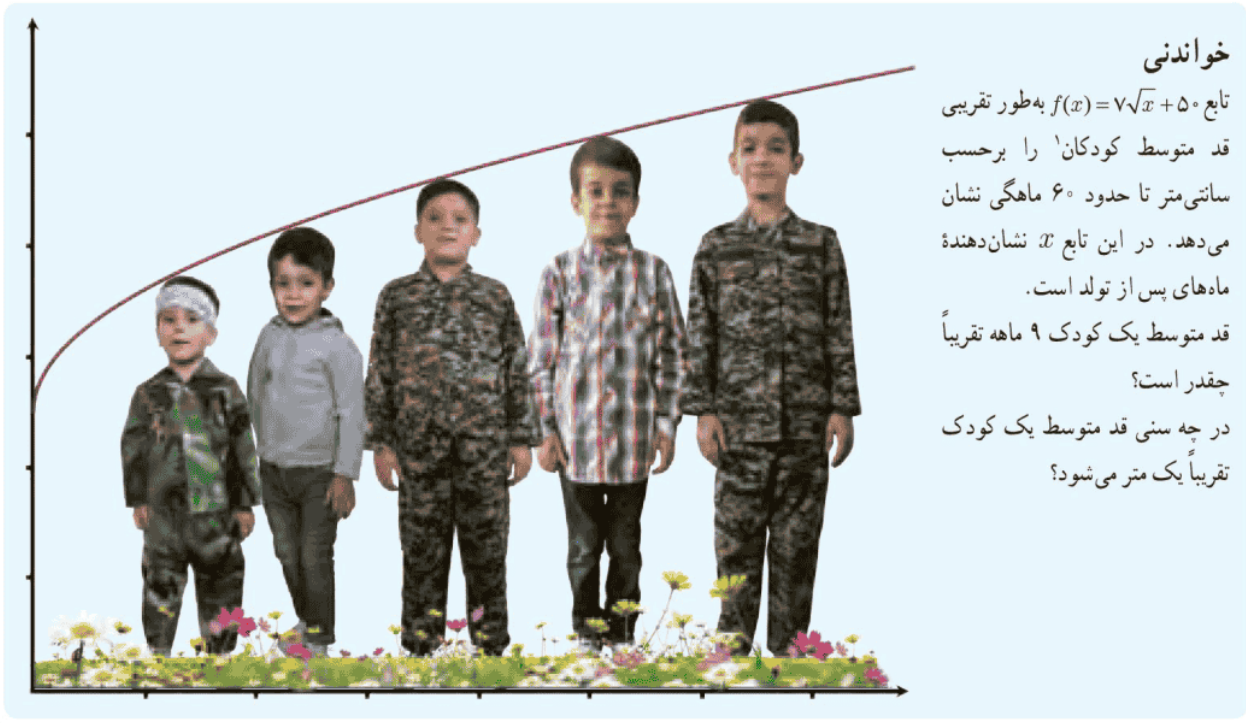
$$f(x) = -2 + 2 = 0 \quad -2 \leq x < -1$$

$$f(x) = -1 + 2 = 1 \quad -1 \leq x < 0$$

$$f(x) = 0 + 2 = 2 \quad 0 \leq x < 1$$

$$f(x) = 1 + 2 = 3 \quad 1 \leq x < 2$$

$$f(x) = 2 + 2 = 4 \quad 2 \leq x < 3$$



خواندنی

تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ به طور تقریبی قد متوسط کودکان^۱ را برحسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد. در این تابع x نشان‌دهنده ماه‌های پس از تولد است.

قد متوسط یک کودک ۹ ماهه تقریباً چقدر است؟

در چه سنی قد متوسط یک کودک تقریباً یک متر می‌شود؟

۱- کودکان حاضر در تصویر، فرزندان شهدای مدافع حرم هستند.

$$f(x) = 7\sqrt{x} + 50$$

$$f(9) = 7\sqrt{9} + 50 = 21 + 50 = 71 \text{ cm}$$

$$100 = 7\sqrt{x} + 50 \Rightarrow 50 = 7\sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{50}{7} \Rightarrow x = \frac{2500}{49} \approx 51$$

قد متوسط یک کودک ۹ ماهه تقریباً ۷۱ سانتی متر است.

در سن تقریباً ۵۱ ماهگی کودک تقریباً یک متر می‌شود.