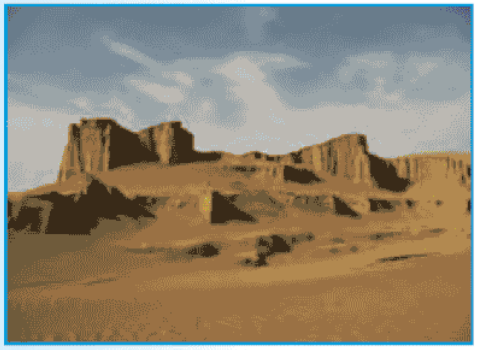
فصل ۴

مثلثات



کرمان، کلوت شهداد

ماهوارهٔ امید اولین ماهوارهٔ ساخت ایران است که در بهمن ماه ۱۳۸۷ در مدار فضا قرار گرفت. در شکل بالا این ماهواره در h کیلومتری سطح زمین قرار دارد و در مدار خودش حول خط استوا حرکت می‌کند. اگر α زاویهٔ بین مرکز زمین (نقطهٔ o) تا ماهوارهٔ s و دوردست‌ترین نقطهٔ قابل دید روی کرهٔ زمین (نقطه p) تا این ماهواره باشد و شعاع تقریبی کرهٔ زمین ۶۴۰۰ کیلومتر باشد آنگاه $\cos\alpha = \frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+h}$ و $\widehat{PA} = ۶۴۰۰ \times \hat{\alpha}$ (بر حسب رادیان)

درس اول — واحدهای اندازه‌گیری زاویه

درس دوم — روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی

درس سوم — توابع مثلثاتی

تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

همیار

hamyar.in

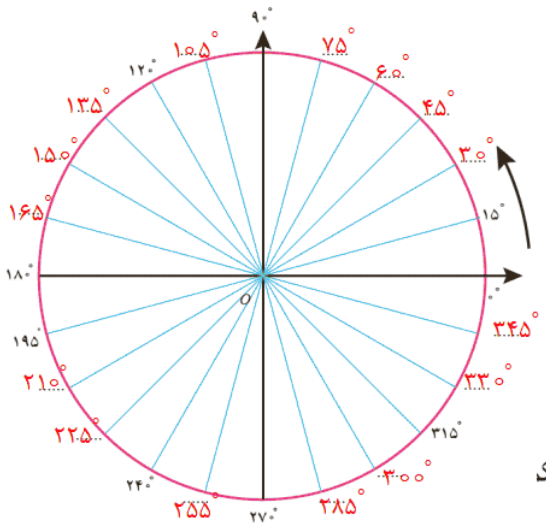
درس اوّل

واحدهای اندازه‌گیری زاویه

یادآوری

● اگر محیط دایره‌ای را به ۳۶۰ کمان مساوی تقسیم کنیم، اندازهٔ زاویهٔ مرکزی روبه‌روی هرکدام از این کمان‌ها **۱ درجه** است. اندازهٔ هر کمان با زاویهٔ مرکزی روبه‌روی آن کمان برحسب درجه برابر است.

● **دایرهٔ مثلثاتی** دایره‌ای است به شعاع واحد که جهت مثبت آن برخلاف گردش عقربه‌های ساعت است. به این جهت، **جهت مثلثاتی** می‌گوییم. معمولاً مرکز این دایره مبدأ مختصات است.



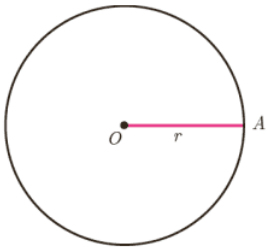
شکل مقابل یک دایرهٔ مثلثاتی را نمایش می‌دهد که به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم شده است. در جاهای خالی زاویهٔ مناسب را روی شکل مشخص کنید.

برای اندازه‌گیری زاویه، واحد دیگری وجود دارد که در ادامه با آن آشنا می‌شوید.

در فعالیت زیر رابطهٔ بین اندازهٔ زاویهٔ مرکزی روبه‌رو به یک کمان و طول ک

فعالیت

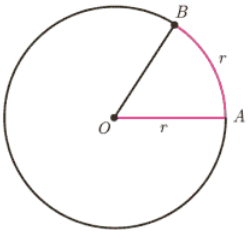
۱ یک شیء دایره‌ای شکل انتخاب کنید و نخی را دور آن بپیچید و سپس باز کنید؛ طول نخ را با خط‌کش اندازه بگیرید. طول این نخ چه کمیتی از دایره را مشخص می‌کند؟ با استفاده از این مقدار شعاع دایره را به‌دست آورید.



طول نخ اندزهٔ محیط دایره را مشخص می کند.اگر فرض کنیم اندازهٔ محیط دایره عددی مانند p شده باشد ، بنا براین شعاع به صورت مقابل به دست می آید: $p = ۲\pi r \Rightarrow r = \frac{p}{۲\pi}$

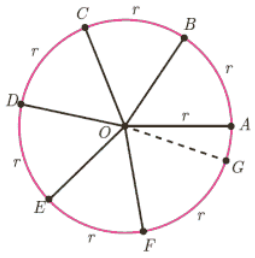
در این قسمت اگر فرض کنیم که $p = ۴۴\ cm$ برای محاسبه شعاع با فرض $\pi = ۳/۱۴$ داریم :

$$۴۴ = ۲ \times ۳/۱۴ \times r \Rightarrow r = \frac{۴۴}{۶/۲۸} \Rightarrow r \simeq ۷$$



۲ قطعه نخی را به اندازهٔ شعاع دایره برش دهید و آن را از نقطهٔ A روی محیط آن دایره قرار دهید تا نقطهٔ B حاصل شود (شکل مقابل). اندازه $\overset{\frown}{AOB}$ را با نقاله اندازه‌گیری کنید. این زاویه تقریباً چند درجه است؟

این زاویه تقریبا برابر با ۵۷° است .



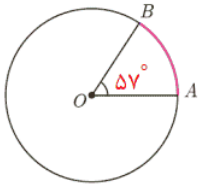
۳ دوباره این قطعه نخ را از نقطهٔ B روی محیط دایره قرار دهید تا نقطهٔ C حاصل شود و این کار را ادامه دهید تا نقاط D، E، F و G روی محیط دایره به دست آیند (شکل مقابل). در این حالت $\overset{\frown}{BOC}$، $\overset{\frown}{COD}$، $\overset{\frown}{DOE}$، $\overset{\frown}{EOF}$ و $\overset{\frown}{FOG}$ با زاویه $\overset{\frown}{AOB}$ برابر و هر یک تقریباً ...۵۷... درجه است. آیا دو نقطهٔ G و A برهم منطبق می‌شوند؟ خیر این دو نقطه بر هم منطبق نمی شوند.

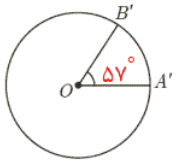
نکته : $\overset{\frown}{GOA} \simeq ۱۸^\circ$

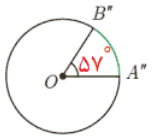
به این ترتیب ۶ زاویهٔ مرکزی حاصل می‌شود که طول کمان روبه‌روی هر یک از آنها با ...شعاع... دایره برابر است. به هر یک از این زاویه‌ها **یک رادیان** می گوییم.

> **۱ رادیان** برابر است با اندازهٔ زاویه مرکزی دایره‌ای که طول کمان روبه‌روی آن با شعاع آن دایره مساوی است.

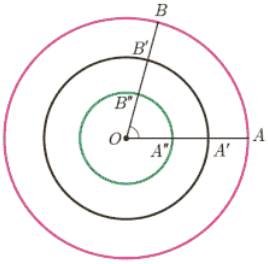
در تمام دایره‌های زیر اندازهٔ زاویهٔ مشخص شده ۱ رادیان است. در هر کدام با استفاده از نقاله اندازهٔ زاویه را بر حسب درجه مشخص کنید.





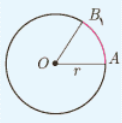
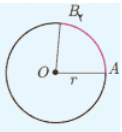
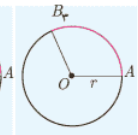
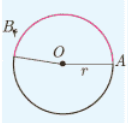
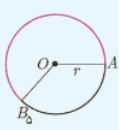
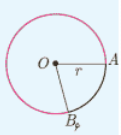
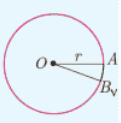


به عبارت دیگر اگر اندازهٔ $\overset{\frown}{AOB}$، ۱ رادیان باشد، در شکل مقابل داریم :



$$OA = \overset{\frown}{AB}$$
$$OA' = \overset{\frown}{A'B'}$$
$$OA'' = \overset{\frown}{A''B''}$$

۴ جدول زیر را کامل کنید.

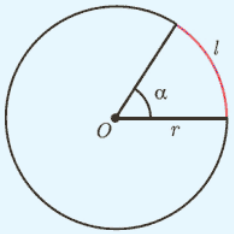
شکل							
طول کمان AB_i $۱\le i\le ۷$	r	$\frac{۳}{۲}r$	$۲r$	$۳r$	$۴r$	$۵r$	$۶r$
اندازهٔ زاویه $\angle AOB_i$ $۱\le i\le ۷$	۱ رادیان	$\frac{۳}{۲}$ رادیان	۲ رادیان	۳ رادیان	۴ رادیان	۵ رادیان	۶ رادیان

تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

همان‌طور که می‌بینید در هر ستون با تقسیم طول کمان به شعاع دایره (r)، اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مربوط به آن بر حسب رادیان به‌دست می‌آید.
با توجه به جدول صفحهٔ قبل می‌توان گفت :

$$\text{اندازهٔ یک زاویه برحسب رادیان} = \frac{\text{طول کمان روبه‌روی زاویه}}{\text{شعاع دایره}}$$

اگر l طول کمان روبه‌روی زاویه، r شعاع دایره و α اندازهٔ زاویه برحسب رادیان باشد، آنگاه رابطهٔ بالا را به صورت زیر می‌توان نوشت :



$$\alpha = \frac{l}{r}$$

در رابطهٔ بالا l و r هم واحدند.

کار در کلاس

با استفاده از رابطهٔ بالا جدول زیر را کامل کنید :

l	۵ سانتی متر	۵۰۰ سانتی متر = ۵ متر ۵۰۰ سانتی‌متر	۰/۷۵ متر ۷۵ سانتی متر	۲۰۰ سانتی متر = ۲ متر ۲۰۰ سانتی‌متر	۹۰ سانتی‌متر	۵۰ متر	۱۰ متر	۴۰۰ سانتی متر
r	۵ سانتی‌متر	۵ متر	۰/۵ متر	۱ متر	۳۰ سانتی متر	۱۰ متر	۱ متر	۲۰ سانتی‌متر
α	۱ رادیان	۱ رادیان	۱/۵ رادیان	۲ رادیان	۳ رادیان	۵ رادیان	۱۰ رادیان	۲۰ رادیان

$r = ۵\ \text{cm},\ \alpha = ۱\text{رادیان}, l = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow ۱ = \frac{l}{۵} \Rightarrow l = ۵\ \text{cm}$

$r = ۵\ \text{m},\ l = ۵۰۰\ \text{cm} \Rightarrow l = ۵\ \text{m},\ \alpha = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{۵}{۵} \Rightarrow \alpha = ۱\text{رادیان}$

$r = ۰/۵\ \text{m},\ \alpha = ۱/۵\text{رادیان}, l = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow ۱ = \frac{l}{۰/۵} \Rightarrow l = ۰/۷۵\ \text{m}$

$r = ۱\ \text{m},\ l = ۲۰۰\ \text{cm} \Rightarrow l = ۲\ \text{m},\ \alpha = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{۲}{۱} \Rightarrow \alpha = ۲\text{رادیان}$

$l = ۹۰\ \text{cm},\ \alpha = ۳\text{رادیان}, r = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow ۳ = \frac{۹۰}{r} \Rightarrow r = ۳۰\ \text{cm}$

$r = ۱۰\ \text{m},\ l = ۵۰\ \text{m},\ \alpha = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{۵۰}{۱۰} \Rightarrow \alpha = ۵\text{رادیان}$

$l = ۱۰\ \text{m},\ \alpha = ۱۰\text{رادیان}, r = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱۰}{r} \Rightarrow r = ۱\ \text{m}$

$r = ۲۰\ \text{cm},\ \alpha = ۲۰\text{رادیان}, l = ?\ ,\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow ۲۰ = \frac{l}{۲۰} \Rightarrow l = ۴۰۰\ \text{cm}$

یادآوری

می‌دانیم نسبت محیط هر دایره به قطر آن عددی ثابت است که آن را با π نمایش می‌دهند و به آن عدد پی می‌گویند. مقدار تقریبی این عدد ۳/۱۴ است. حال جدول زیر را کامل کنید :

π رادیان	۳/۱۴ رادیان	۳ رادیان	۲ رادیان	۱ رادیان	۰/۵ رادیان	**زاویه برحسب رادیان**
دقیقاً 180°	تقریباً 179°	تقریباً 171°	تقریباً 114°	تقریباً 57°	تقریباً $28/5^\circ$	**زاویه برحسب درجه**

$57^\circ \times 3/14 = 179^\circ$, $57^\circ \times 3 = 171^\circ$, $57^\circ \times 2 = 114^\circ$, $57^\circ \times 0/5 = 28/5^\circ$

بنابراین، اندازهٔ زاویهٔ مرکزی روبه‌رو به کمان نیم دایره برابر است با ...۱۸۰... درجه یا ...π... رادیان. به عبارت دیگر اندازهٔ زاویه نیم‌صفحه برابر است با ...π... رادیان. در نتیجه :

$$\frac{\pi}{180} \text{ رادیان} = \text{یک درجه}$$

به این ترتیب :

π رادیان $= 180^\circ$

- $\div 2$ → $\frac{\pi}{2}$ رادیان $= 90^\circ$
- $\div 3$ → $\frac{\pi}{3}$ رادیان $= 60^\circ$
- $\div 4$ → $\frac{\pi}{4}$ رادیان $= 45^\circ$
- $\div 6$ → $\frac{\pi}{6}$ رادیان $= 30^\circ$

کار در کلاس

۱ مطابق نمونه هریک از زاویه‌ها را از درجه به رادیان تبدیل کنید :

$36^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \frac{\pi}{5}$ رادیان

$60^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \frac{\pi}{3}$ رادیان

$180^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \pi$ رادیان

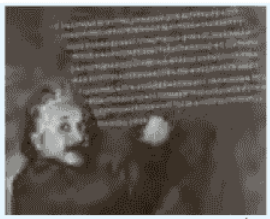
$30^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \frac{\pi}{6}$ رادیان

$45^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \frac{\pi}{4}$ رادیان

$90^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \frac{\pi}{2}$ رادیان

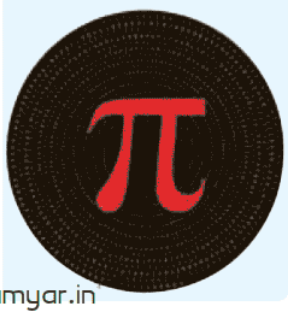
اگر D اندازهٔ زاویهٔ α برحسب درجه و R اندازهٔ زاویه α برحسب رادیان باشد، آنگاه

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi \text{ رادیان}}$$



خواندنی

روز چهاردهم مارس به عنوان روز جهانی عدد پی نام‌گذاری شده است؛ زیرا اولین سه رقم این عدد تاریخ ۱۴ مارس را به‌صورت ۳/۱۴ نشان می‌دهد. این تاریخ مصادف با سالروز تولد آلبرت انیشتین نیز است. تاکنون حدود ۱۳ تریلیون رقم بعد از ممیز عدد پی محاسبه شده است. باتوجه به اصم بودن این عدد و بی‌قاعده بودن ارقام اعشاری آن امکان یافتن هر نوع عددی از جمله تاریخ تولد، شماره حساب بانکی، شماره تلفن و نظایر آنها در بین ارقام آن وجود دارد. مثلاً تاریخ تولد مرحوم پروفسور محمود حسابی ۳ اسفند ۱۲۸۱ است که می‌توان آن را به‌صورت نمایش ۶ رقمی ۸۱۱۲۰۳ نوشت. از طریق سامانهٔ mypiday.com می‌توان این را در بین ارقام اعشاری عدد پی یافت. شکل زیر ارقام عدد پی را تا رسیدن به این نمایش نشان می‌دهد. حال شما از طریق این سامانه تاریخ تولد خودتان را در بین ارقام عدد پی بیابید.



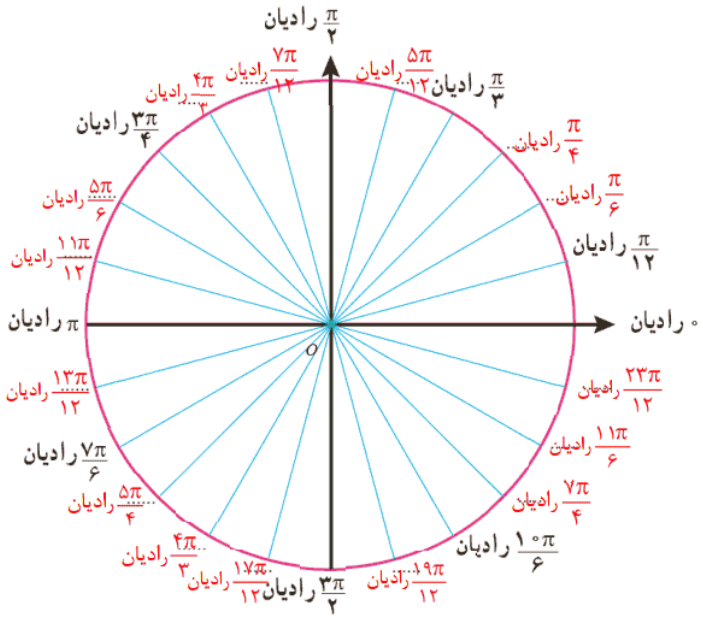
hamyar.in
همیار

۲ حال جدول زیر را با استفاده از این رابطه کامل کنید :

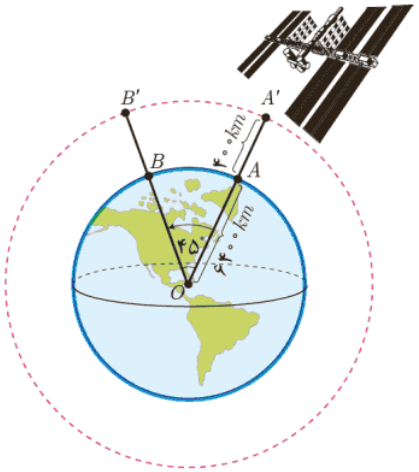
D (درجه)	5°	$25/71^\circ$	24°	72°	120°	225°
R (رادیان)	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$	$\frac{2\pi}{15}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$

$$\frac{D}{180^\circ}=\frac{R}{\pi \text{ رادیان}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{D}{180^\circ}=\frac{\frac{\pi}{7}\text{ رادیان}}{\pi\text{ رادیان}} \Rightarrow D=\frac{180^\circ}{7} \Rightarrow D\simeq 25/71^\circ \\ \frac{24^\circ}{180^\circ}=\frac{R}{\pi\text{ رادیان}} \Rightarrow R=\frac{2\pi}{15}\text{ رادیان} \\ \frac{D}{180^\circ}=\frac{\frac{2\pi}{5}\text{ رادیان}}{\pi\text{ رادیان}} \Rightarrow D=\frac{2\times 180^\circ}{5} \Rightarrow D=72^\circ \\ \frac{120^\circ}{180^\circ}=\frac{R}{\pi\text{ رادیان}} \Rightarrow R=\frac{2\pi}{3}\text{ رادیان} \\ \frac{D}{180^\circ}=\frac{\frac{5\pi}{4}\text{ رادیان}}{\pi\text{ رادیان}} \Rightarrow D=\frac{5\times 180^\circ}{4} \Rightarrow D=225^\circ \end{cases}$$

۳ در شکل زیر در هریک از جاهای خالی زاویهٔ مناسب را برحسب رادیان مشخص کنید.



فعالیت



ایستگاه فضایی بین‌المللی را مطابق شکل مقابل در نظر بگیرید که در فاصلهٔ تقریبی ۴۰۰ کیلومتری بالای سطح کره زمین قرار دارد. اگر این ایستگاه توسط ایستگاه زمینی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B که با مرکز زمین زاویه 45° می‌سازند، رصد شود، این ایستگاه چه مسافتی را در مدار خود از A' به B' پوشش می‌دهد؟ شعاع تقریبی کرهٔ زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر فرض کنید.

۱ ابتدا زاویهٔ مرکزی 45° را به رادیان تبدیل کنید.

اندازهٔ زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}B$ برحسب رادیان $= \alpha = 45^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{4}$ رادیان

۲ شعاع مدار دایره‌ای شکل که ایستگاه فضایی روی آن قرار دارد، برابر است با $r =$ ۶۸۰۰ km

$$r = 6400 + 400 = 6800 \text{ km}$$

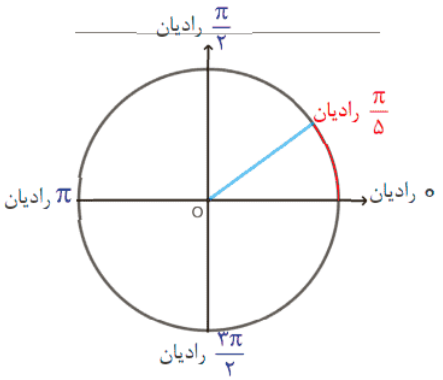
۳ طول کمان روبه‌روی $A'\hat{O}B'$ با فرض $\pi \simeq 3/14$ و با استفاده از رابطه $\alpha = \frac{l}{r}$ به طور تقریبی برابر است با :

$$\text{طول کمان } A'B' = l = \frac{\pi}{4} \times 6800 \Rightarrow l = \frac{3/14}{4} \times 6800 \simeq 5338 \; km$$

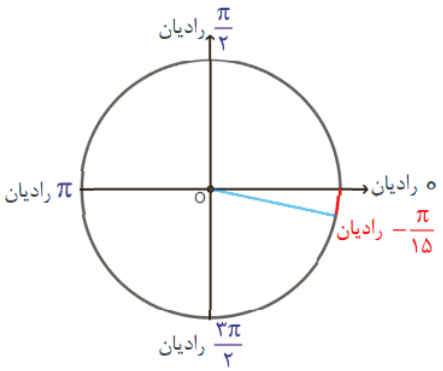
تمرین

۱ هریک از زاویه‌های -12°، 36°، 72°، -105° و 315° را به رادیان تبدیل کنید و روی دایره مثلثاتی نشان دهید.

$36^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180^\circ} \text{ رادیان}} \frac{\pi}{5}$ رادیان

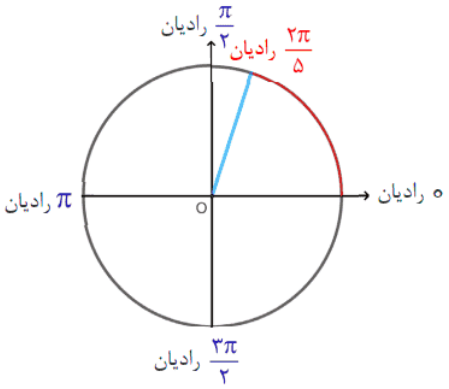


$-12^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180^\circ} \text{ رادیان}} -\frac{\pi}{15}$ رادیان

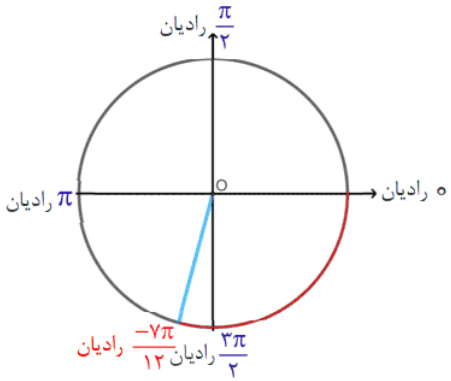


تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

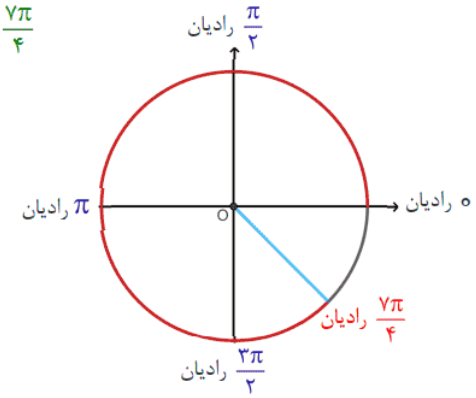
$۷۲^\circ \xrightarrow{\times \text{ رادیان } \frac{\pi}{۱۸۰^\circ}} \frac{۲\pi}{۵}$ رادیان



$-۱۰۵^\circ \xrightarrow{\times \text{ رادیان } \frac{\pi}{۱۸۰^\circ}} -\frac{۷\pi}{۱۲}$ رادیان

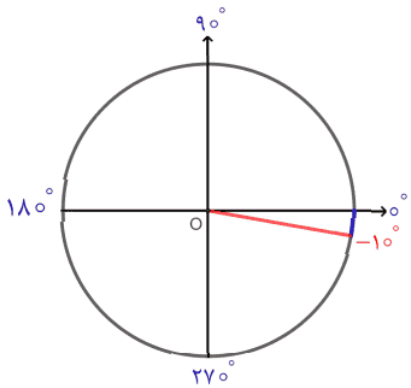


$۳۱۵^\circ \xrightarrow{\times \text{ رادیان } \frac{\pi}{۱۸۰^\circ}} \frac{۷\pi}{۴}$ رادیان

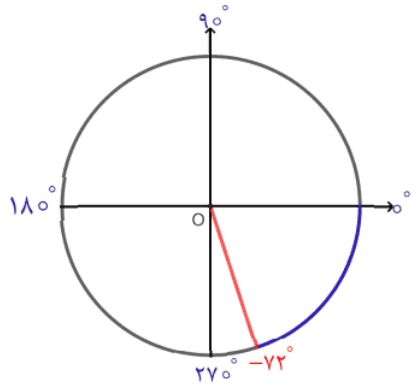


۲ هریک از زاویه‌های $\frac{-\pi}{۱۸}$ رادیان، $\frac{-۲\pi}{۵}$ رادیان، $\frac{۳\pi}{۴}$ رادیان، $\frac{۷\pi}{۸}$ رادیان، $\frac{۶\pi}{۵}$ رادیان را به درجه تبدیل کنید و به‌طور تقریبی روی دایرهٔ مثلثاتی نشان دهید.

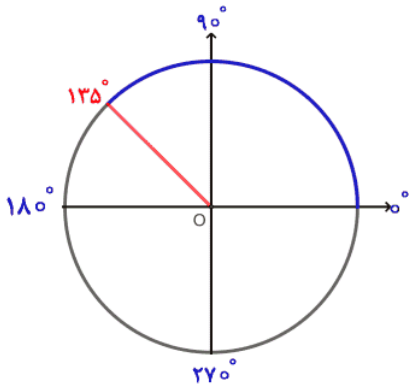
$\frac{-\pi}{۱۸}$ رادیان $\xrightarrow{\pi \text{ رادیان} = ۱۸۰^\circ} \frac{-۱۸۰^\circ}{۱۸} = -۱۰^\circ$



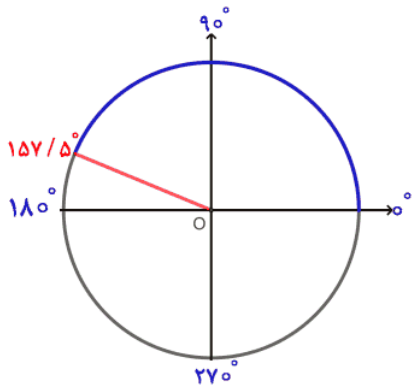
$\frac{-۲\pi}{۵}$ رادیان $\xrightarrow{\pi = ۱۸۰^\circ \text{ رادیان}} \frac{-۳۶۰^\circ}{۵} = -۷۲^\circ$



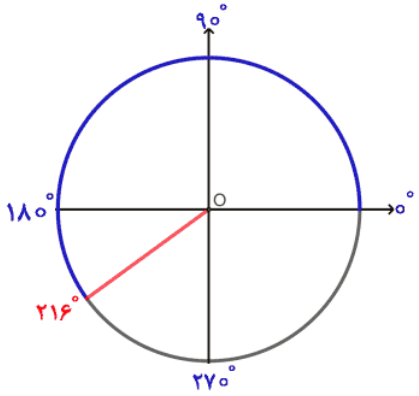
$\frac{۳\pi}{۴}$ رادیان $\xrightarrow{\pi=۱۸۰^\circ \text{ رادیان}}$ $\frac{۵۴۰^\circ}{۴} = ۱۳۵^\circ$



$\frac{۷\pi}{۸}$ رادیان $\xrightarrow{\pi=۱۸۰^\circ \text{ رادیان}}$ $\frac{۱۲۶^\circ}{۸} = ۱۵۷/۵^\circ$



$\frac{۶\pi}{۵}$ رادیان $\xrightarrow{\pi=۱۸۰^\circ \text{ رادیان}}$ $\frac{۱۰۸^\circ}{۸} = ۲۱۶^\circ$



۳ زاویهٔ D بر حسب درجه برابر با $\frac{\pi}{۲۰}$ رادیان است. اندازهٔ این زاویه چند درجه است؟

راه اول :

$\frac{\pi}{۲۰}$ رادیان $\xrightarrow{\pi=۱۸۰^\circ \text{ رادیان}}$ $\frac{۱۸۰^\circ}{۲۰} = ۹^\circ$

راه دوم :

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{\frac{\pi}{۲۰} \text{ رادیان}}{\pi \text{ رادیان}} \Rightarrow D = \frac{۱۸۰^\circ}{۲۰} \Rightarrow D = ۹^\circ$$

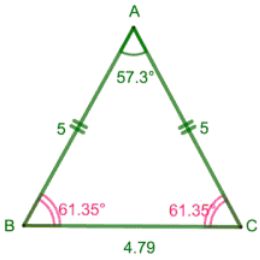
۴ دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر مفروض است. اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به کمانی به طول ۸ سانتی‌متر از این دایره چند رادیان است؟

$$\alpha = \frac{l}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow \alpha = ۰/۸ \text{ رادیان}$$

نکته : l و r هم واحد هستند و α برحسب رادیان به دست می آید.

۵ درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.

الف) اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی‌الساقینی ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعدهٔ این مثلث کوچک‌تر از اندازهٔ هر یک از ساق‌های آن است.



همانطور که قبلا دیده ایم ۱ رادیان تقریباً برابر با ۵۷/۳ درجه است. بنا براین با توجه به اینکه مثلث متساوی الساقین است ؛ بنا براین اندازهٔ هریک از دو زاویه مجاور به ساق را می توان به دست آورد: $\hat{B}=\hat{C}=\frac{۱۸۰^\circ-۵۷/۳^\circ}{۲}=۶۱/۳۵^\circ$ همچنین می دانیم در هر مثلث ضلع روبه رو به زاویه بزرگ تر ، بزرگ تر از ضلع روبه رو به زاویهٔ کوچک تر است پس طول قاعده کوچک تر از طول ساق ها خواهد بود.پس عبارت فوق درست است.

ب) در دایره‌ای به شعاع ۱ سانتی‌متر طول کمان روبه‌روی زاویه π رادیان تقریباً برابر با ۳/۱۴ سانتی‌متر است.

این عبارت درست است زیرا : $\alpha=\frac{l}{r}\Rightarrow l=r\alpha\Rightarrow l=۱\times\pi=\pi\simeq ۳/۱۴\ cm$

پ) انتهای کمان زاویه $\frac{۶\pi}{۵}$ رادیان در ربع دوم دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

این عبارت نادرس است زیرا :

راه اول : زیرا $\frac{۶\pi}{۵}=\pi+\frac{\pi}{۵}$ بنا براین انتهای کمان این زاویه در ربع سوم قرار دارد ؛ زیرا بیش تر از π رادیان است .

راه دوم : انتهای کمان زاویه ۲۱۶درجه در ربع سوم است . $\frac{۶\pi}{۵}\text{رادیان}\xrightarrow{\pi\text{ رادیان}=۱۸۰^\circ}\frac{۱۰۸۰^\circ}{۵}=۲۱۶^\circ$

ت) زاویه‌های $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان، $\frac{\pi}{۹}$ رادیان، $\frac{۷\pi}{۳۶}$ رادیان، زوایای یک مثلث را تشکیل می‌دهند.

این عبارت نادرست است زیرا :

راه اول : می دانیم که مجموع زاویه های داخلی یک مثلث ۱۸۰° است پس :

$\frac{\pi}{۹}\text{ رادیان}\xrightarrow{\pi\text{ رادیان}=۱۸۰^\circ}\frac{۱۸۰^\circ}{۹}=۲۰^\circ$ $\quad\frac{۷\pi}{۳۶}\text{رادیان}\xrightarrow{\pi\text{ رادیان}=۱۸۰^\circ}\frac{۱۲۶^\circ}{۳۶}=۳۵^\circ$ $\quad\frac{۲\pi}{۳}\text{رادیان}\xrightarrow{\pi\text{ رادیان}=۱۸۰^\circ}\frac{۳۶۰^\circ}{۳}=۱۲۰^\circ$

$۱۲۰^\circ+۲۰^\circ+۳۵^\circ=۱۷۵^\circ<۱۸۰^\circ$

راه دوم : می دانیم مجموع زاویه های داخلی یک مثلث ۱۸۰° است پس :

$\frac{۲\pi}{۳}+\frac{\pi}{۹}+\frac{۷\pi}{۳۶}=\frac{۲۴\pi+۴\pi+۷\pi}{۳۶}=\frac{۳۵\pi}{۳۶}\Rightarrow\frac{۳۵\pi}{۳۶}\text{رادیان}\xrightarrow{\pi\text{ رادیان}=۱۸۰^\circ}\frac{۶۳۰۰^\circ}{۳۶}=۱۷۵^\circ<۱۸۰^\circ$

راه سوم : می دانیم مجموع زاویه های داخلی یک مثلث ۱۸۰° یا همان π رادیان است پس :

$\frac{۲\pi}{۳}+\frac{\pi}{۹}+\frac{۷\pi}{۳۶}=\frac{۲۴\pi+۴\pi+۷\pi}{۳۶}=\frac{۳۵\pi}{۳۶}<\pi$

خواندنی

یک زاویه برحسب رادیان را با استفاده از ماشین حساب می‌توان به طور تقریبی برحسب درجه محاسبه کرد. در اغلب ماشین حساب‌ها دکمه‌ای با نماد π وجود دارد. مثلاً برای محاسبهٔ ۱ رادیان کافی است حاصل $۱\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}$ را به‌دست آوریم که تقریباً برابر با $۵۷/۳^\circ$ است.

$۰/۵\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۲۸/۶^\circ$ ، $\frac{۴}{۵}\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۴۵/۸^\circ$ ، $۲\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۱۱۴/۶^\circ$

$۳\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۱۷۱/۹^\circ$ ، $۳/۱۴\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۱۷۹/۹^\circ$ ، $\frac{\pi}{۳}\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۶۰^\circ$

$\frac{\pi}{۴}\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۴۵^\circ$ ، $\pi\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}\simeq ۱۸۰^\circ$

حال شما مقدار تقریبی زاویه‌های زیر را مشابه نمونه با ماشین حساب به دست آورید.

۰/۵ رادیان	≃	۲۸/۶°
$\frac{۴}{۵}$ رادیان	≃	۴۵/۸°
۲ رادیان	≃	۱۱۴/۶°
۳ رادیان	≃	۱۷۱/۹°
۳/۱۴ رادیان	≃	۱۷۹/۹°
$\frac{\pi}{۳}$ رادیان	≃	۶۰°
$\frac{\pi}{۴}$ رادیان	≃	۴۵°
π رادیان	≃	۱۸۰°