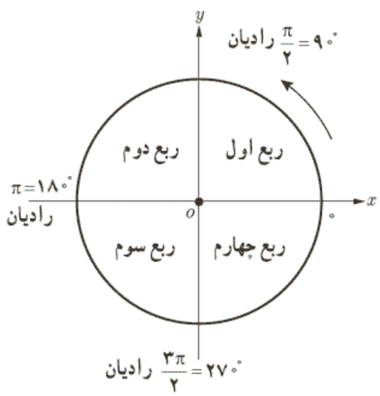
درس دوم | روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی

درس دوم

روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی

در شکل مقابل، یک دایرهٔ مثلثاتی با چهار ربع آن مشخص شده است. جدول زیر علامت چهار نسبت مثلثاتی در هر ربع را نشان می‌دهد.

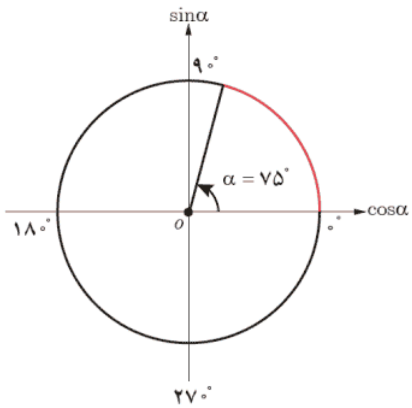


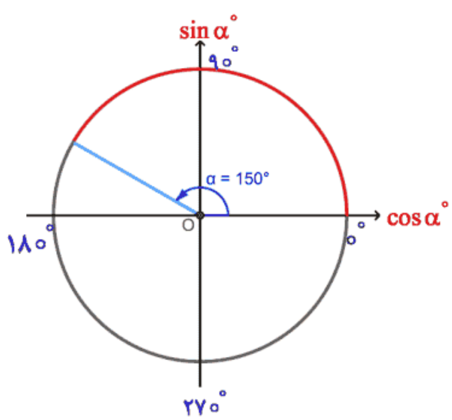
ربع / نسبت مثلثاتی	اول $۰<\alpha<\frac{\pi}{۲}$	دوم $\frac{\pi}{۲}<\alpha<\pi$	سوم $\pi<\alpha<\frac{۳\pi}{۲}$	چهارم $\frac{۳\pi}{۲}<\alpha<۲\pi$
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\tan\alpha$	+	−	+	−
$\cot\alpha$	+	−	+	−

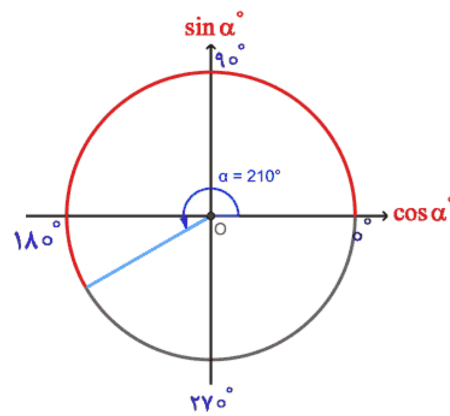
فعالیت

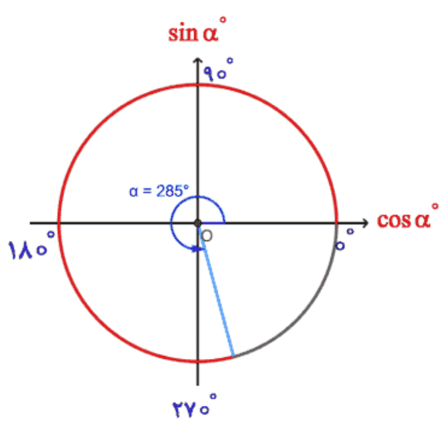
۱ جداول زیر را مطابق نمونه کامل کنید.

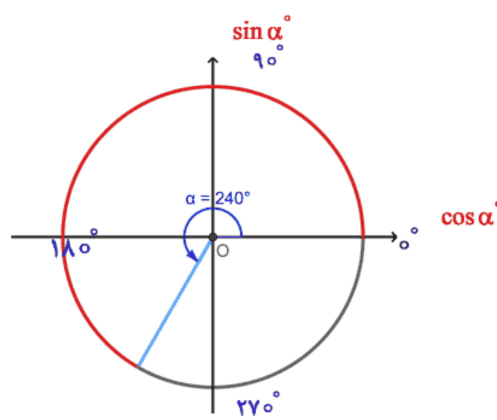
علامت نسبت مثلثاتی	انتهای کمان روبه‌روی α	زاویه α
$\tan\alpha > ۰$	ربع اول	۷۵°
$\sin\alpha > ۰$	ربع دوم	۱۵۰°
$\cos\alpha < ۰$	ربع سوم	۲۱۰°
$\cot\alpha > ۰$	ربع سوم	۲۴۰°
$\tan\alpha < ۰$	ربع چهارم	۲۸۵°

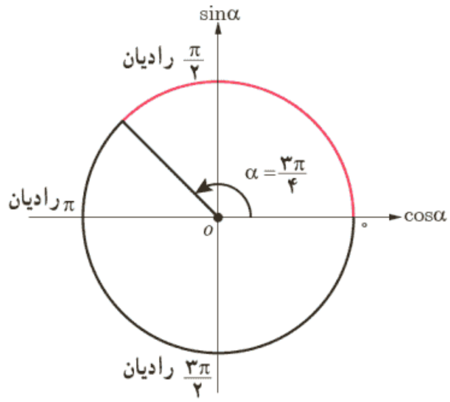












علامت نسبت مثلثاتی	انتهای کمان روبه‌روی α	زاویه α
$\cos\alpha<۰$	ربع دوم	$\frac{۳\pi}{۴}$ رادیان
$\sin\alpha>۰$	ربع دوم	$\frac{۴\pi}{۵}$ رادیان
$\tan\alpha<۰$	ربع چهارم	$\frac{۵\pi}{۳}$ رادیان
$\cos\alpha>۰$	ربع اول	$\frac{۵\pi}{۱۲}$ رادیان
$\cot\alpha>۰$	ربع سوم	$\frac{۵\pi}{۴}$ رادیان

$\frac{۳\pi}{۴}=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ بنا براین $\frac{۳\pi}{۴}$ رادیان به اندازه $\frac{\pi}{۴}$ رادیان از $\frac{\pi}{۲}$رادیان بیش تر است پس در ربع دوم قرار دارد.

$\frac{۴\pi}{۵}=\pi-\frac{\pi}{۵}$ بنا براین $\frac{۴\pi}{۵}$ رادیان به اندازه $\frac{\pi}{۵}$ رادیان از πرادیان کم تر است پس در ربع دوم قرار دارد.

$\frac{۵\pi}{۳}=۲\pi-\frac{\pi}{۳}$ بنا براین $\frac{۵\pi}{۳}$ رادیان به اندازه $\frac{\pi}{۳}$ رادیان از ۲πرادیان کم تر است پس در ربع چهارم قرار دارد.

$\frac{۵\pi}{۱۲}=\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۱۲}$ بنا براین $\frac{۵\pi}{۱۲}$ رادیان به اندازه $\frac{\pi}{۱۲}$ رادیان از $\frac{\pi}{۲}$رادیان کم تر است پس در ربع اول قرار دارد.

$\frac{۵\pi}{۴}=\pi+\frac{\pi}{۴}$ بنا براین $\frac{۴\pi}{۵}$ رادیان به اندازه $\frac{\pi}{۴}$ رادیان از πرادیان بیش تر است پس در ربع سوم قرار دارد.

۲ اگر $\sin\alpha=\frac{-۱}{۳}$ و انتهای کمان روبه‌رو به زاویهٔ α در ربع سوم باشد، محاسبات زیر را کامل کنید :

$$\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha=۱-\frac{۱}{۹}=\frac{۸}{۹}\xrightarrow{\cos\alpha<۰}\cos\alpha=-\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{-۱}{۳}}{\frac{-۲\sqrt{۲}}{۳}}\longrightarrow\tan\alpha=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$$

$$\cot\alpha=\frac{۱}{\tan\alpha}=\frac{\frac{-۲\sqrt{۲}}{۳}}{\frac{-۱}{۳}}\longrightarrow\cot\alpha=۲\sqrt{۲}$$

۳ اگر $\cot\alpha = -2$ و $\cos\alpha > 0$ سایر نسبت‌های مثلثاتی α را بیابید.

حل: چون $\cos\alpha > 0$ و $\cot\alpha < 0$ لذا انتهای کمان α در ربع چهارم واقع است. بنابراین:

$$\frac{1}{\sin^2\alpha} = 1+\cot^2\alpha = 5 \longrightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{5} \longrightarrow \sin\alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha = \frac{4}{5} \longrightarrow \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha} \longrightarrow \tan\alpha = \frac{-1}{2}$$

کار در کلاس

۱ اگر $\cos x = \frac{-4}{5}$ و $\sin x > 0$، نسبت‌های مثلثاتی دیگر زاویهٔ x را بیابید.

حل: چون $\cos x < 0$ و $\sin x > 0$ لذا انتهای کمان x در ربع دوم واقع است. بنا بر این:

$$\sin^2 x = 1-\cos^2 x \longrightarrow \sin^2 x = 1-\frac{16}{25} \longrightarrow \sin^2 x = \frac{9}{25} \longrightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \longrightarrow \tan x = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{-4}{5}} \longrightarrow \tan x = \frac{-3}{4}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} \longrightarrow \cot x = \frac{-4}{3}$$

۲ جدول زیر را کامل کنید.

زاویه α / نسبت	0 رادیان $= 0^\circ$	$\frac{\pi}{6}$ رادیان $= 30^\circ$	$\frac{\pi}{4}$ رادیان $= 45^\circ$	$\frac{\pi}{3}$ رادیان $= 60^\circ$	$\frac{\pi}{2}$ رادیان $= 90^\circ$	π رادیان $= 180^\circ$	$\frac{3\pi}{2}$ رادیان $= 270^\circ$	2π رادیان $= 360^\circ$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0
$\cot\alpha$	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده

۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\cot\frac{\pi}{6}-\tan\frac{\pi}{3}\times\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}$

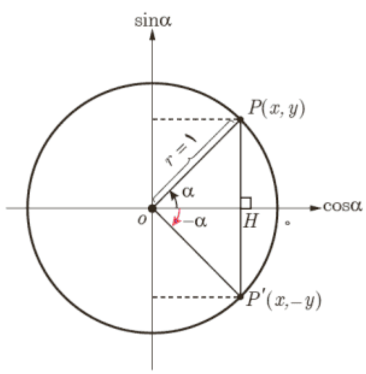
ب) $\frac{\tan^2(\frac{\pi}{6})+\sin^2(\frac{\pi}{4})}{\cot^2(\frac{\pi}{4})-\cos^2(\frac{\pi}{3})}+\underbrace{\cos^2 75^\circ+\sin^2 75^\circ}_{1}=\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}+1=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{4}}+1=\frac{10}{9}+1=\frac{19}{9}$

در ادامه می‌خواهیم ببینیم نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های قرینه، متمم و مکمل با هم چه ارتباطی دارند.

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های قرینه

فعالیت

دو زاویهٔ α و $-\alpha$ را قرینه یکدیگر می‌گویند. اگر در شکل مقابل، $\alpha=30^\circ$، نسبت‌های مثلثاتی زاویه -30° در $O\overset{\Delta}{P'}H$ عبارت‌اند از:



قرینهٔ یک نقطه به مختصات (x,y) نسبت به محور افقی نقطه‌ای به مختصات $(x,-y)$ است.

$$\sin(-30^\circ)=\frac{-y}{r}=-\sin 30^\circ=\frac{-1}{2}$$

$$\cos(-30^\circ)=\frac{x}{r}=\cos(30^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(-30^\circ)=\frac{-y}{x}=-\tan(30^\circ)=\frac{-\sqrt{3}}{3}$$

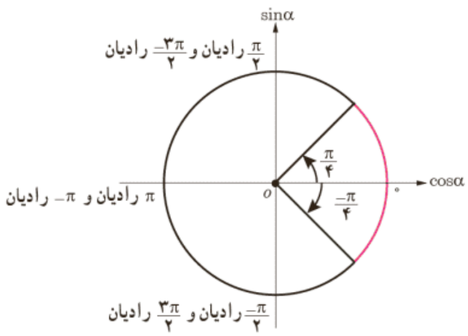
$$\cot(-30^\circ)=\frac{x}{-y}=-\cot(30^\circ)=-\sqrt{3}$$

در حالت کلی:

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$$
$$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$$

کار در کلاس

۱ سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $-\frac{\pi}{۴}$ رادیان را مطابق نمونه به دست آورید.



$$\sin(-\frac{\pi}{۴}) = -\sin\frac{\pi}{۴} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos(-\frac{\pi}{۴}) = \cos(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan(-\frac{\pi}{۴}) = -\tan(\frac{\pi}{۴}) = -۱$$

$$\cot(-\frac{\pi}{۴}) = -\cot(\frac{\pi}{۴}) = -۱$$

۲ حاصل هریک از عبارت‌های زیر را مطابق نمونه به دست آورید.

$$\cot(\frac{-\pi}{۳})\times\cos(\frac{-\pi}{۶}) + \tan(\frac{-\pi}{۴}) = -\cot\frac{\pi}{۳}\times\cos\frac{\pi}{۶} - \tan\frac{\pi}{۴} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} - ۱ = \frac{-۳}{۲}$$

الف) $\frac{\cos(-۹۰^\circ)+\sin(-۲۷۰^\circ)}{\sin(-۱۸۰^\circ)-\cos(-۳۶۰^\circ)} = \frac{\cos ۹۰^\circ - \sin ۲۷۰^\circ}{-\sin ۱۸۰^\circ - \cos ۳۶۰^\circ} = \frac{۰-(-۱)}{۰-۱} = \frac{۱}{-۱} = -۱$

ب) $\cot(\frac{-\pi}{۶}) + \tan(\frac{-\pi}{۳}) = -\cot(\frac{\pi}{۶}) - \tan(\frac{\pi}{۳}) = -\sqrt{۳} - \sqrt{۳} = -۲\sqrt{۳}$

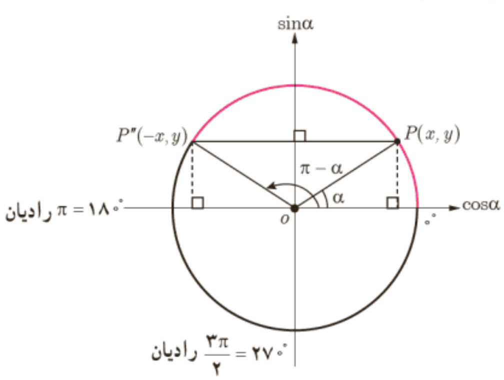
پ) $\cos(-۴۵^\circ)\times\cos(-۶۰^\circ) + \sin(-۴۵^\circ)\times\sin(-۶۰^\circ) = \cos(۴۵^\circ)\times\cos(۶۰^\circ) + (-\sin(۴۵^\circ))\times(-\sin(۶۰^\circ))$

$$= \frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۴} + \frac{\sqrt{۶}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۶}}{۴}$$

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های مکمل

فعالیت

دو زاویهٔ α و β را مکمل گوییم؛ هرگاه مجموع آنها ۱۸۰° یا π رادیان شود. مثلاً دو زاویهٔ ۳۰° و ۱۵۰° مکمل یکدیگرند. همچنین دو زاویهٔ $\frac{\pi}{۳}$ رادیان و $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان مکمل یکدیگرند (چرا؟). در دایرهٔ مثلثاتی زیر اگر $\alpha = ۳۰^\circ$ آنگاه با توجه به مختصات نقطهٔ P'' و انتهای کمان زاویهٔ ۱۵۰° که در ربع دوم واقع است، نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۱۵۰° عبارت‌اند از :



$$\sin ۱۵۰^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ) = y = \sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}$$

$$\cos ۱۵۰^\circ = \cos(۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ) = -x = -\cos ۳۰^\circ = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan ۱۵۰^\circ = \frac{\sin ۱۵۰^\circ}{\cos ۱۵۰^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = -\frac{۱}{\sqrt{۳}} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳} = -\tan ۳۰^\circ$$

$$\cot ۱۵۰^\circ = \frac{\cos ۱۵۰^\circ}{\sin ۱۵۰^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = -\sqrt{۳} = -\cot ۳۰^\circ$$

قرینهٔ یک نقطه به مختصات (x,y) نسبت به محور عمودی نقطه‌ای به مختصات $(-x,y)$ است.

در حالت کلی :

$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$$
$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$
$$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$$
$$\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$$

کار در کلاس

۱ مکمل هریک از زاویه‌های زیر را مشخص کنید :

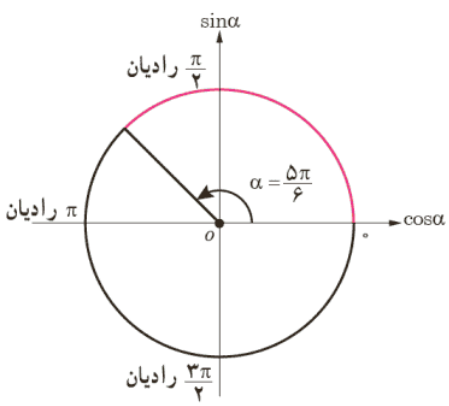
الف) ۷۵° — $۱۸۰^\circ-۷۵^\circ=۱۰۵^\circ$ — مکمل زاویه ۷۵° ، زاویهٔ ۱۰۵° است.

ب) -۲۵° — $۱۸۰^\circ-(-۲۵^\circ)=۲۰۵^\circ$ — مکمل زاویه -۲۵° ، زاویهٔ ۲۰۵° است.

پ) $\frac{\pi}{۱۲}$ رادیان — $\pi-\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۱۱\pi}{۱۲}$ — مکمل زاویه $\frac{\pi}{۱۲}$ رادیان، زاویهٔ $\frac{۱۱\pi}{۱۲}$ رادیان است.

ت) $\frac{-\pi}{۴}$ رادیان — $\pi-(\frac{-\pi}{۴})=\frac{۵\pi}{۴}$ — مکمل زاویه $\frac{-\pi}{۴}$ رادیان، زاویهٔ $\frac{۵\pi}{۴}$ رادیان است.

۲ نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $\frac{۵\pi}{۶}$ رادیان را مطابق نمونه به‌دست آورید.



$$\sin\frac{۵\pi}{۶}=\sin(\pi-\frac{\pi}{۶})=\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

$$\cos\frac{۵\pi}{۶}=\cos(\pi-\frac{\pi}{۶})=-\cos\frac{\pi}{۶}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan\frac{۵\pi}{۶}=\tan(\pi-\frac{\pi}{۶})=-\tan\frac{\pi}{۶}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\cot\frac{۵\pi}{۶}=\cot(\pi-\frac{\pi}{۶})=-\cot\frac{\pi}{۶}=-\sqrt{۳}$$

فعالیت

حاصل هریک از نسبت‌های مثلثاتی زیر را مطابق نمونه به دست آورید.

$$\tan\frac{2\pi}{3}=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\tan\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$$

$$\cos\frac{3\pi}{4}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 120^\circ=\sin(180^\circ-60^\circ)=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot(-120^\circ)=-\cot(120^\circ)=-\cot(180^\circ-60^\circ)=-(-\cot 60^\circ)=\sqrt{3}$$

$$\cos(135^\circ)=\cos(180^\circ-45^\circ)=-\cos 45^\circ=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

نسبت‌های مثلثاتی دو زاویه با اختلاف π رادیان

فعالیت

نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ 210° را به دست آورید.

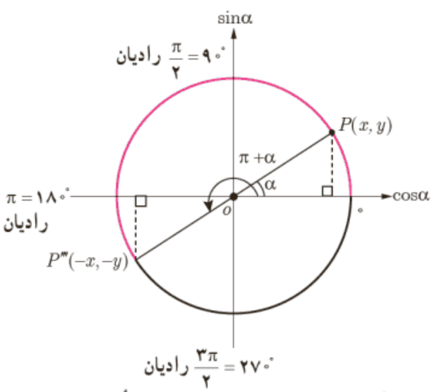
انتهای کمان زاویه 210° در ربع سوم واقع است. در ضمن $210^\circ=180^\circ+30^\circ$، یعنی اختلاف دو زاویهٔ 210° و 30° برابر با π رادیان است. در دایره مثلثاتی مقابل، اگر $\alpha=30^\circ$ آنگاه با توجه به مختصات نقطه P'''، نسبت‌های مثلثاتی زاویه 210° عبارت‌اند از :

$$\sin 210^\circ=\sin(180^\circ+30^\circ)=-y=-\sin 30^\circ=\frac{-1}{2}$$

$$\cos 210^\circ=\cos(180^\circ+30^\circ)=-x=-\cos 30^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 210^\circ=\frac{\sin 210^\circ}{\cos 210^\circ}=\frac{\frac{-1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan 30^\circ$$

$$\cot 210^\circ=\frac{1}{\tan 210^\circ}=\sqrt{3}=\cot 30^\circ$$



قرینهٔ یک نقطه به مختصات (x,y) نسبت به مبدأ مختصات نقطه‌ای به مختصات $(-x,-y)$ است.

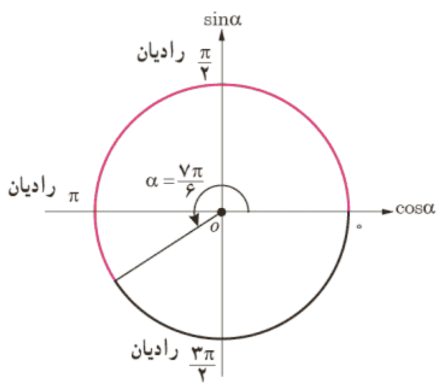
تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

در حالت کلی :

$$\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$$
$$\tan(\pi+\alpha) = \tan\alpha$$
$$\cot(\pi+\alpha) = \cot\alpha$$

کار در کلاس

سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $\frac{۷\pi}{۶}$ رادیان را مطابق نمونه مشخص کنید.



$$\sin\frac{۷\pi}{۶} = \sin(\pi+\frac{\pi}{۶}) = -\sin\frac{\pi}{۶} = -\frac{۱}{۲}$$

$$\cos\frac{۷\pi}{۶} = \cos(\pi+\frac{\pi}{۶}) = -\cos\frac{\pi}{۶} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan\frac{۷\pi}{۶} = \tan(\pi+\frac{\pi}{۶}) = \tan\frac{\pi}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\cot\frac{۷\pi}{۶} = \cot(\pi+\frac{\pi}{۶}) = \cot\frac{\pi}{۶} = \sqrt{۳}$$

فعالیت

حاصل هریک از نسبت‌های مثلثاتی زیر را مطابق نمونه بیابید.

$$\sin ۲۲۵^\circ = \sin(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\sin ۴۵^\circ = \frac{-\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan ۲۲۵^\circ = \tan(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ) = \tan ۴۵^\circ = ۱$$

$$\cos(\frac{-۴\pi}{۳}) = \cos(\frac{۴\pi}{۳}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{۳}) = -\cos\frac{\pi}{۳} = -\frac{۱}{۲}$$

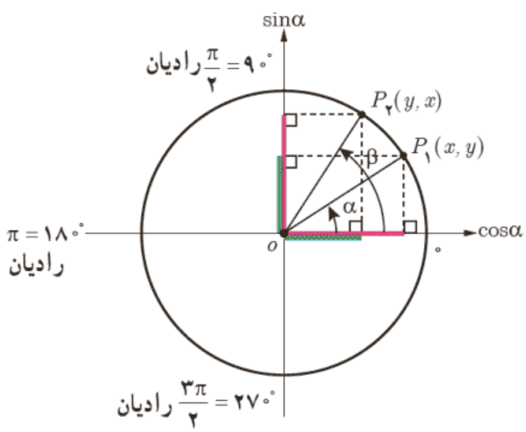
$$\sin(\frac{-۷\pi}{۶}) = -\sin(\frac{۷\pi}{۶}) = -\sin(\pi+\frac{\pi}{۶}) = -(-\sin(\frac{\pi}{۶})) = \frac{۱}{۲}$$

$$\cot(\frac{۵\pi}{۴}) = \cot(\pi+\frac{\pi}{۴}) = \cot(\frac{\pi}{۴}) = ۱$$

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های متمم

فعالیت

دو زاویهٔ α و β را متمم گوییم؛ هرگاه مجموع آنها ۹۰° یا $\frac{\pi}{۲}$ رادیان شود. مثلاً دو زاویهٔ $\alpha=۳۰^\circ$ و $\beta=۶۰^\circ$ در دایره مثلثاتی مقابل متمم یکدیگرند. در این حالت :



$$\sin ۳۰^\circ=\cos ۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}$$

$$\cos ۳۰^\circ=\sin ۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan ۳۰^\circ=\cot ۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\cot ۳۰^\circ=\tan ۶۰^\circ=\sqrt{۳}$$

زاویه‌ای معرفی کنید که با متمم خودش برابر باشد. برای چنین زاویه‌ای داریم :

$$\sin \frac{\pi}{۴}=\cos\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \qquad \sin ۴۵^\circ=\cos ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan \frac{\pi}{۴}=\cot\frac{\pi}{۴}=۱ \qquad \tan ۴۵^\circ=\cot ۴۵^\circ=۱$$

همچنین زاویه ....۰. و $\frac{\pi}{۲}$ رادیان متمم یکدیگرند؛ بنابراین :

$$\sin\frac{\pi}{۲}=\cos ۰=۱$$

$\tan\frac{\pi}{۲}=\cot ۰=$ تعریف نشده

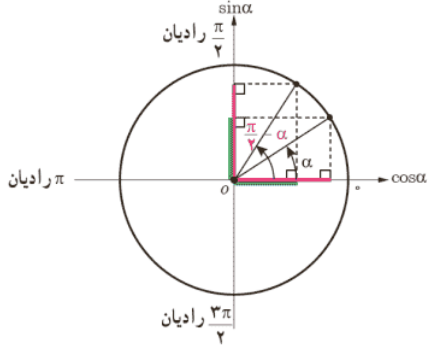
در حالت کلی :

$$\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cos\alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\sin\alpha$$

$$\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cot\alpha$$

$$\cot(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\tan\alpha$$



به عبارت دیگر : اگر دو زاویهٔ α و β متمم باشند(رادیان $\alpha+\beta=\frac{\pi}{۲}$) آنگاه سینوس کسینوس دیگری و تانژانت یکی با کتانژانت دیگری برابر است. به بیان دیگر : یکی با

$\sin\alpha=\cos\beta \quad , \quad \tan\alpha=\cot\beta$

$\cos\alpha=\sin\beta \quad , \quad \cot\alpha=\tan\beta$

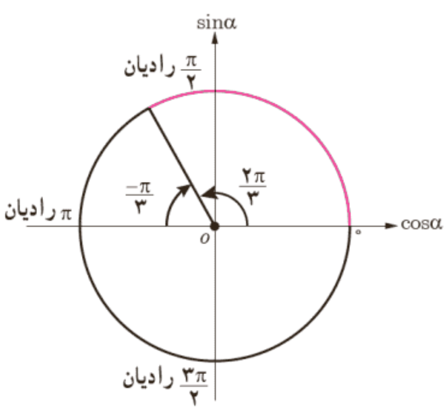
نسبت‌های مثلثاتی دو زاویه با اختلاف $\frac{\pi}{۲}$ رادیان

فعالیت

نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان را به‌دست آورید.

چون انتهای کمان زاویهٔ $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان در ربع دوم واقع است، به دو روش می‌توان نسبت‌های مثلثاتی آن را یافت.

روش اول ــ زاویه $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان و $\frac{\pi}{۳}$ رادیان مکمل یکدیگرند؛ یعنی $\frac{۲\pi}{۳}=\pi-\frac{\pi}{۳}$. بنابراین :



$$\sin\frac{۲\pi}{۳}=\sin(\pi-\frac{\pi}{۳})=\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

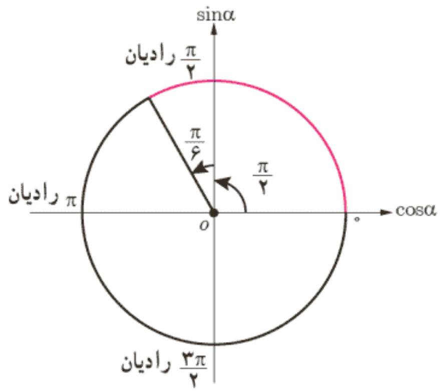
$$\cos\frac{۲\pi}{۳}=\cos(\pi-\frac{\pi}{۳})=-\cos\frac{\pi}{۳}=-\frac{۱}{۲}$$

$$\tan\frac{۲\pi}{۳}=\tan(\pi-\frac{\pi}{۳})=-\tan\frac{\pi}{۳}=-\sqrt{۳}$$

$$\cot\frac{۲\pi}{۳}=\cot(\pi-\frac{\pi}{۳})=-\cot\frac{\pi}{۳}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

روش دوم ــ اختلاف دو زاویهٔ $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان و $\frac{\pi}{۶}$ رادیان برابر با $\frac{\pi}{۲}$ رادیان است؛ یعنی $\frac{۲\pi}{۳}=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}$. بنابراین با توجه به علامت نسبت‌های مثلثاتی در ربع دوم :

$$\sin\frac{۲\pi}{۳}=\sin(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶})=\cos\frac{\pi}{۶}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$



$$\cos\frac{۲\pi}{۳}=\cos(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶})=-\sin\frac{\pi}{۶}=-\frac{۱}{۲}$$

$$\tan\frac{۲\pi}{۳}=\tan(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶})=-\cot\frac{\pi}{۶}=-\sqrt{۳}$$

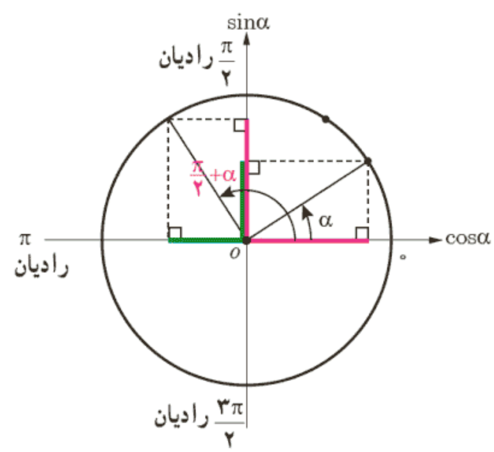
$$\cot\frac{۲\pi}{۳}=\cot(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶})=-\tan\frac{\pi}{۶}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

یا به عبارتی $\frac{\pi}{۲}=(-\frac{\pi}{۶})+\frac{۲\pi}{۳}$ پس $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان و $-\frac{\pi}{۶}$ متمم هم هستند. با توجه قانون نسبت های مثلثاتی برای دو زاویهٔ متمم داریم :

$$\begin{cases}\sin\frac{۲\pi}{۳}=\cos(-\frac{\pi}{۶})=\cos\frac{\pi}{۶}\\ \cos\frac{۲\pi}{۳}=\sin(-\frac{\pi}{۶})=-\sin\frac{\pi}{۶}\end{cases} , \begin{cases}\tan\frac{۲\pi}{۳}=\cot(-\frac{\pi}{۶})=-\cot\frac{\pi}{۶}\\ \cot\frac{۲\pi}{۳}=\tan(-\frac{\pi}{۶})=-\tan\frac{\pi}{۶}\end{cases}$$

ازطرفی با توجه به تساوی $\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{۳}$ به جای $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان مقدار مساوی آن یعنی $(\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۲})$رادیان را قرار دهیم .

در حالت کلی :



$$\sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=\cos\alpha$$

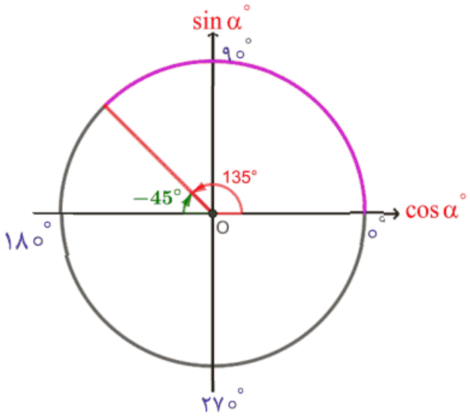
$$\cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\tan(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\cot\alpha$$

$$\cot(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\tan\alpha$$

کار در کلاس

نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۱۳۵° را به دو روش به‌دست آورید.



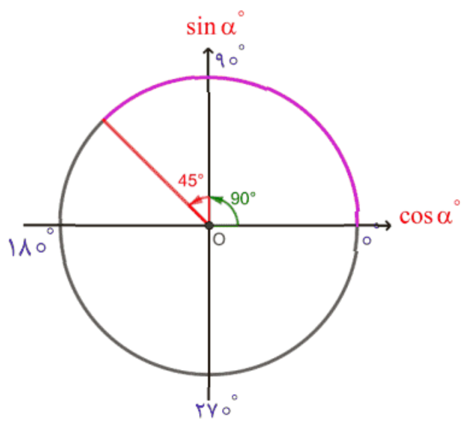
راه اول :

$$\sin ۱۳۵^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = \sin ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos ۱۳۵^\circ = \cos(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\cos ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan ۱۳۵^\circ = \tan(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\tan ۴۵^\circ = -۱$$

$$\cot ۱۳۵^\circ = \cot(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\cot ۴۵^\circ = -۱$$



راه دوم :

$$\sin ۱۳۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = \cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

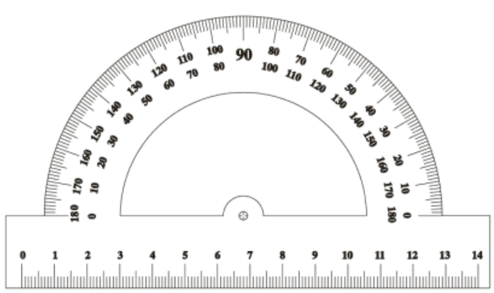
$$\cos ۱۳۵^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\sin ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan ۱۳۵^\circ = \tan(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\cot ۴۵^\circ = -۱$$

$$\cot ۱۳۵^\circ = \cot(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\tan ۴۵^\circ = -۱$$

کار در کلاس

به کمک نقاله سؤالات زیر را پاسخ دهید :



۱ سینوس کدام دو زاویه برابر است؟

(مثلاً $\sin ۱۰^\circ = \sin ۱۷۰^\circ$)

می دانیم زاویه های مکمل دارای سینوس های برابر هستند.

بنا براین داریم :

$\sin ۲۰^\circ = \sin ۱۶۰^\circ$, $\sin ۳۰^\circ = \sin ۱۵۰^\circ$

$\sin ۴۰^\circ = \sin ۱۴۰^\circ$, $\sin ۵۰^\circ = \sin ۱۳۰^\circ$

$\sin ۶۰^\circ = \sin ۱۲۰^\circ$, $\sin ۷۰^\circ = \sin ۱۱۰^\circ$

$\sin ۸۰^\circ = \sin ۱۰۰^\circ$

تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

۲ اختلاف کدام دو زاویه $\frac{\pi}{۲}$ رادیان $= ۹۰^\circ$ می‌شود؟
نسبت‌های مثلثاتی یک نمونه را به دست آورید.

به عنوان مثلا می توانیم ۱۲۰° و ۳۰° یا ۱۳۵° و ۴۵° یا ۱۵۰° و ۶۰° اشاره کنیم .

به عنوان مثال می توانیم نسبت های مثلثاتی زاویه ۱۵۰° را به کمک نسبت های مثلثاتی ۶۰° به دست آوریم :

$$\sin ۱۵۰^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۶۰^\circ) = \cos ۶۰^\circ = \frac{۱}{۲}$$

$$\cos ۱۵۰^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۶۰^\circ) = -\sin ۶۰^\circ = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan ۱۵۰^\circ = \tan(۹۰^\circ + ۶۰^\circ) = -\cot ۶۰^\circ = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cot ۱۵۰^\circ = \cot(۹۰^\circ + ۶۰^\circ) = -\tan ۶۰^\circ = -\sqrt{۳}$$

۳ آیا دو زاویه می‌توان یافت که دارای کسینوس یکسان باشند؟ چرا؟

خیر نمی توان یافت با توجه به روابطی که برای زوایا مکمل ، متمم و دو زاویه که اختلاف آن ها ۹۰° $(\frac{\pi}{۲})$ باشد ، کسینوس ها برابر نیستند.

۴ نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۱۸۰° را از روی مکمل آن بیابید.

مکمل زاویه ۱۸۰° زاویه ۰° است . بنا براین داریم :

$$\sin ۱۸۰^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۱۸۰^\circ) = \sin ۰^\circ = ۰$$

$$\cos ۱۸۰^\circ = -\cos ۰^\circ = -۱$$

$$\tan ۱۸۰^\circ = -\tan ۰^\circ = ۰$$

$$\cot ۱۸۰^\circ = -\cot ۰^\circ = \text{تعریف نشده}$$

۵ نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۱۳۵° را از روی مکمل آن بیابید.

$$\sin ۱۸۰^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۱۳۵^\circ) = \sin ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

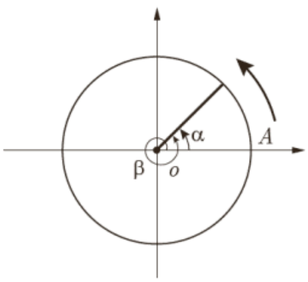
$$\cos ۱۳۵^\circ = -\cos ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan ۱۳۵^\circ = -\tan ۴۵^\circ = -۱$$

$$\cot ۱۳۵^\circ = -\cot ۴۵^\circ = -۱$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایا با مجموع یا تفاضل $۲k\pi$ رادیان (مضارب زوج π رادیان)

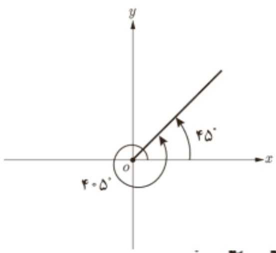
فعالیت



یادآوری می‌کنیم برای رسم زاویه در دایرهٔ مثلثاتی نقطهٔ A در شکل مقابل مبدأ حرکت است. برخی از زوایا از یک دور کامل دایرهٔ مثلثاتی یعنی ۳۶۰° بزرگ‌ترند مانند زاویهٔ ۴۰۵°.

برای رسم چنین زاویه‌ای ابتدا در جهت مثلثاتی یک دور کامل را طی می‌کنیم؛ سپس ادامهٔ زاویه را که به اندازه ۴۵° است رسم می‌کنیم. در این حالت دو زاویه ۴۰۵° و ۴۵° را هم انتها می‌نامیم.

دو زاویهٔ α و β را هم انتها گوییم؛ هرگاه اضلاع انتهایی آنها بر هم منطبق شود (شکل مقابل).



اگر دو زاویه هم انتها باشند، اختلاف آنها مضرب زوجی از π رادیان یا ۱۸۰° است. مثلاً زاویه‌های ۴۰۵° و ۴۵° هم انتها هستند؛ زیرا $۴۰۵^\circ-۴۵^\circ=۳۶۰^\circ$ (شکل سمت راست) در این حالت نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های ۴۰۵° و ۴۵° یکسان‌اند. چون انتهای کمان زاویهٔ ۴۵° در ربع اول است، بنابراین :

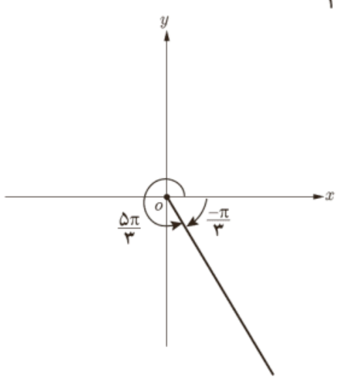
$$\sin ۲۰۵^\circ=\sin(۳۶۰^\circ+۴۵^\circ)=\sin ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos ۴۰۵^\circ=\cos(۳۶۰^\circ+۴۵^\circ)=\cos ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan ۴۰۵^\circ=\tan(۳۶۰^\circ+۴۵^\circ)=\tan ۴۵^\circ=۱$$

$$\cot ۴۰۵^\circ=\cot(۳۶۰^\circ+۴۵^\circ)=\cot ۴۵^\circ=۱$$

حال همین بررسی را روی زاویهٔ $\frac{۵\pi}{۳}$ رادیان انجام دهید؛ چون $\frac{۵\pi}{۳}=۲\pi-\frac{\pi}{۳}$ بنابراین



دو زاویه $-\frac{\pi}{۳}$ و $\frac{۵\pi}{۳}$ رادیان هم انتها هستند (شکل سمت راست).

چون انتهای کمان زاویهٔ $\frac{۵\pi}{۳}$ رادیان در ربع چهارم است؛ بنابراین :

$$\sin\frac{۵\pi}{۳}=\sin(۲\pi-\frac{\pi}{۳})=\sin(\frac{-\pi}{۳})=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos\frac{۵\pi}{۳}=\cos(۲\pi-\frac{\pi}{۳})=\cos(-\frac{\pi}{۳})=\frac{۱}{۲}$$

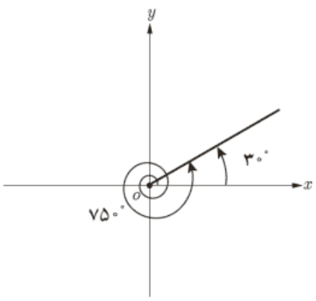
$$\tan\frac{۵\pi}{۳}=\tan(۲\pi-\frac{\pi}{۳})=\tan(-\frac{\pi}{۳})=-\sqrt{۳}$$

$$\cot\frac{۵\pi}{۳}=\cot(۲\pi-\frac{\pi}{۳})=\cot(-\frac{\pi}{۳})=\frac{-\sqrt{۳}}{۳}$$

در حالت کلی برای هر عدد صحیح k،

$\sin(۲k\pi-\alpha)=-\sin\alpha$	$\sin(۲k\pi+\alpha)=\sin\alpha$
$\cos(۲k\pi-\alpha)=\cos\alpha$	$\cos(۲k\pi+\alpha)=\cos\alpha$
$\tan(۲k\pi-\alpha)=-\tan\alpha$	$\tan(۲k\pi+\alpha)=\tan\alpha$
$\cot(۲k\pi-\alpha)=-\cot\alpha$	$\cot(۲k\pi+\alpha)=\cot\alpha$

کار در کلاس



مطابق نمونه هر یک از نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های زیر را مشخص کنید. (شکل سمت راست)

$\sin ۷۵۰^\circ=\sin(۲\times۳۶۰^\circ+۳۰^\circ)=\sin۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}$

$\tan(-۳۱۵^\circ)=-\tan(۳۱۵^\circ)=-\tan(۳۶۰^\circ-۴۵^\circ)=-\tan۴۵^\circ=-۱$

۱) $\cos ۳۰۰^\circ=\cos(۳۶۰^\circ-۶۰^\circ)=\cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}$

۲) $\sin ۴۲۰^\circ=\sin(۳۶۰^\circ+۶۰^\circ)=\sin۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳) $\tan(-۲۲۵^\circ)=-\tan(۲۲۵^\circ)=-\tan(۳۶۰^\circ-۱۳۵^\circ)=-(-\tan۱۳۵^\circ)=\tan۱۳۵^\circ$
$=\tan(۱۸۰^\circ-۴۵^\circ)=-\tan۴۵^\circ=۱$

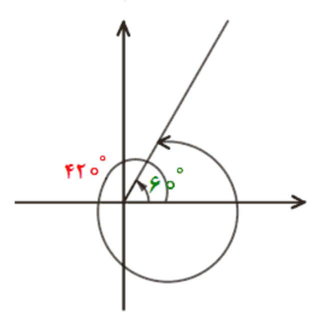
۴) $\cot(-۳۳۰^\circ)=-\cot(۳۳۰^\circ)=-\cot(۳۶۰^\circ-۳۰^\circ)=-(-\cot۳۰^\circ)=\cot۳۰^\circ=\sqrt{۳}$

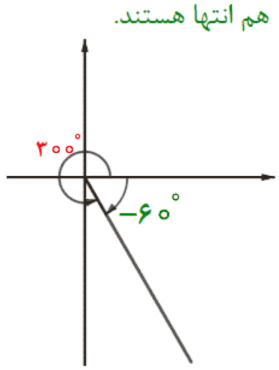
۵) $\sin\frac{۱۱\pi}{۴}=\sin(۲\pi+\frac{۳\pi}{۴})=\sin\frac{۳\pi}{۴}=\sin(\pi-\frac{\pi}{۴})=\sin\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۶) $\cos(\frac{-۷\pi}{۴})=\cos(\frac{۷\pi}{۴})=-\cot(۲\pi-\frac{\pi}{۴})=\cos(-\frac{\pi}{۴})=\cos\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

دو زاویه ۶۰° و ۴۲۰° هم انتها هستند.

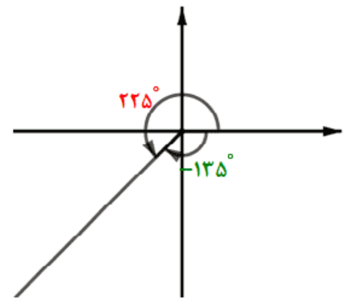
دو زاویه -۶۰° و ۳۰۰° هم انتها هستند.



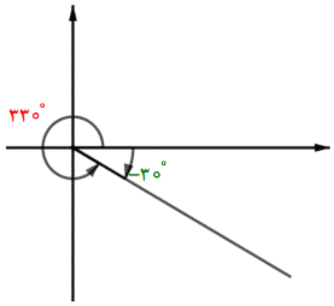


تهیه و تنظیم: عطیه تبریزی

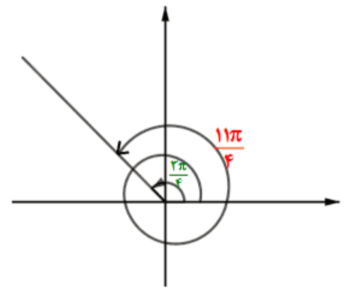
دو زاویه ۲۲۵° و $۱۳۵^\circ-$ هم انتها هستند.



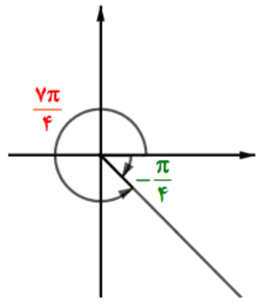
دو زاویه ۳۳۰° و -۳۰° هم انتها هستند.



دو زاویه $\frac{۱۱\pi}{۴}$ و $\frac{۳\pi}{۴}$ هم انتها هستند.



دو زاویه $\frac{۷\pi}{۴}$ و $-\frac{\pi}{۴}$ هم انتها هستند.



تمرین

۱ حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید :

الف) $\tan ۱۳۵^\circ + \cot ۱۲۰^\circ = \tan(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) + \cot(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = -\tan ۴۵^\circ + (-\cot ۶۰^\circ) = -۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

ب) $\cos(-۲۱۰^\circ) + \cot(۲۴۰^\circ) = \cos ۲۱۰^\circ + \cot(۲۴۰^\circ) = \cos(۱۸۰^\circ + ۳۰^\circ) + \cot(۱۸۰^\circ + ۶۰^\circ)$

$$= -\cos ۳۰^\circ + \cot ۶۰^\circ = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

پ) $\sin ۶۳۰^\circ + \tan(-۵۴۰^\circ) = \sin ۶۳۰^\circ - \tan ۵۴۰^\circ = \sin(۲\times ۳۶۰^\circ - ۹۰^\circ) - \tan(۳۶۰^\circ + ۱۸۰^\circ)$

$$= -\sin ۹۰^\circ - \tan ۱۸۰^\circ = -۱ + ۰ = -۱$$

ت) $\cos(-۷۲۰^\circ) + \cot(-۶۰۰^\circ) + \tan ۷۲۰^\circ - \tan(-۶۰۰^\circ) =$

$$= \cos ۷۲۰^\circ - \cot ۶۰۰^\circ + \tan ۷۲۰^\circ + \tan ۶۰۰^\circ$$

$$= \cos(۲\times ۳۶۰^\circ + ۰) - \cot(۲\times ۳۶۰^\circ - ۱۲۰^\circ) + \tan(۲\times ۳۶۰^\circ + ۰) + \tan(۲\times ۳۶۰^\circ - ۱۲۰^\circ)$$

$$= \cos ۰^\circ - (-\cot ۱۲۰^\circ) + \tan ۰^\circ - \tan ۱۲۰^\circ = \cos ۰^\circ + \cot(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) + \tan ۰^\circ - \tan(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)$$

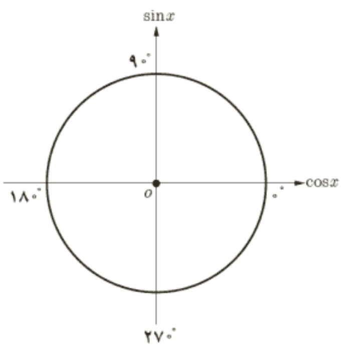
$$= \cos ۰^\circ - \cot ۶۰^\circ + \tan ۰^\circ + \tan ۶۰^\circ = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۳} + ۰ + \sqrt{۳} = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۳} + \sqrt{۳}$$

ث) $\sin(\frac{۲۵\pi}{۳})-\cos(\frac{۲۳\pi}{۴})=\sin(۸\pi+\frac{\pi}{۳})-\cos(۸\pi-\frac{\pi}{۳})=\sin\frac{\pi}{۳}-\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}-\frac{۱}{۲}$

ج) $$\frac{\sin\frac{۳\pi}{۴}-\cos\frac{۵\pi}{۶}}{\sin(\frac{-۳\pi}{۴})+\tan(\frac{-۴\pi}{۳})}=\frac{\sin\frac{۳\pi}{۴}-\cos\frac{۵\pi}{۶}}{\sin(-\frac{۳\pi}{۴})+\tan(-\frac{۴\pi}{۳})}=\frac{\sin(\pi-\frac{\pi}{۴})-\cos(\pi-\frac{\pi}{۶})}{-\sin(\pi-\frac{\pi}{۴})-\tan(\pi+\frac{\pi}{۳})}$$

$$=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}-\sqrt{۳}}=\frac{-۴-\sqrt{۶}}{۱۰}$$

۲ جدول زیر را کامل کنید :



نسبت \ زاویه x	۱۲۰°	۱۳۵°	۱۵۰°	۲۱۰°	۲۲۵°	۲۴۰°	۳۰۰°	۳۳۰°
$\sin x$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$
$\cos x$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
$\tan x$	$-\sqrt{۳}$	-۱	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	$-\sqrt{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
$\cot x$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	-۱	$-\sqrt{۳}$	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\sqrt{۳}$

۳ بدون استفاده از ماشین حساب درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $\sin ۸۴۰^\circ=\sin ۶۰^\circ$

$\sin ۸۴۰^\circ=\sin(۲\times ۳۶۰^\circ+۱۲۰^\circ)=\sin ۱۲۰^\circ=\sin(۱۸۰^\circ-۶۰^\circ)=\sin ۶۰^\circ$

ب) $\cos(-۳۲۴^\circ)=\cos ۳۶^\circ$

$\cos(-۳۲۴^\circ)=\cos ۳۲۴^\circ=\cos(۳۶۰^\circ-۳۶^\circ)=\cos ۳۶^\circ$

پ) $\tan(-۱۰۰۰^\circ)=\tan ۸۰^\circ$

$\tan(-۱۰۰۰^\circ)=-\tan ۱۰۰۰^\circ=-\tan(۳\times ۳۶۰^\circ-۸۰^\circ)=-(-\tan ۸۰^\circ)=\tan ۸۰^\circ$

ت) $\sin ۸۷۵^\circ=\sin ۱۵۵^\circ$

$\sin ۸۷۵^\circ=\sin(۲\times ۳۶۰^\circ+۱۵۵^\circ)=\sin ۱۵۵^\circ$

راه حل دیگر این است که نشان دهیم این زوایا هم انتها هستند. همانطور که ملاحظه می شود اختلاف هر دو زاویهٔ ارائه شده در هر قسمت مضربی از ۲π رادیان یا ۳۶۰° است : $۸۷۵^\circ-۱۵۵^\circ=۷۲۰^\circ=۲\times ۳۶۰^\circ$

۴ در تساوی‌های زیر به جای x یک زاویهٔ مناسب قرار دهید :

الف) $\sin x = \cos(20^\circ + x)$

با توجه به رابطه ی نوشته شده باید زوایا متمم هم باشند پس داریم : $x + 20^\circ + x = 90^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$

ب) $\tan\left(x + \frac{\pi}{18}\right) = \cot\left(\frac{2\pi}{9} + x\right)$

با توجه به رابطه ی نوشته شده باید زوایا متمم هم باشند پس داریم : $x + \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{9} + x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{9}$

آیا برای زاویهٔ x تنها یک مقدار می‌توان یافت؟ جواب خود را با جواب‌های دوستان خود مقایسه کنید.

با توجه به نسبت های مثلثاتی زاویه های متمم ، می توانیم زوایای فوق را به دست آوریم اما برای یکتایی پاسخ ارائه شده می توانیم توضیح دهیم که می توان زوایای بسیاری یافت که در تساوی های فوق صدق کنند کافی است مضارب 2π رادیان یا 360° را به این زوایا اضافه کنیم مثلاً : برای قسمت(الف) $x = 395^\circ$ یا برای قسمت (ب) $x = \frac{19\pi}{9}$ نیز قابل قبول هستند.

درس سوم

توابع مثلثاتی

توابعی نظیر تابع سینوس با ضابطهٔ $y=\sin x$ و تابع کسینوس با ضابطهٔ $y=\cos x$ نمونه‌هایی از توابع مثلثاتی‌اند که در این درس با نمودار آنها آشنا می‌شوید.

رسم تابع سینوس

فعالیت

۱ جدول روبه‌رو را کامل کنید.

x	$y=\sin x$	مختصات نقطه
0	0	$(0,0)$
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2})$
$\frac{\pi}{2}$	1	$(\frac{\pi}{2},1)$
$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{5\pi}{6},\frac{1}{2})$
π	0	$(\pi,0)$

مجموعهٔ زوج‌های مرتب حاصل در جدول مقابل یک تابع به صورت زیر مشخص می‌کند.

$$f=\left\{(0,0),\left(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{\pi}{2},1\right),\left(\frac{5\pi}{6},\frac{1}{2}\right),(\pi,0)\right\}$$