

	بسمه تعالی آموزش و پرورش منطقه ۵ تهران دبیرستان دوره دوم پویندگان آزمون پایان ترم اول	درس: آمار و احتمال پایه: یازدهم (رشته ریاضی) تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲ مدت زمان آزمون: ۱۰۰ دقیقه
--	--	--

نام و نام خانوادگی: کلاس:

بارم	سوال:
۱	۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (با علامت ☒ یا ☐ مشخص کنید) الف) ارزش گزاره‌ی «$\left(\frac{-1}{2} > \frac{-1}{3}\right) \Leftrightarrow (\sqrt{2} \in \mathbb{Q})$» درست است. ☐ ب) یک مجموعه‌ی ۳ عضوی دارای ۶ افراز مختلف است. ☐ ج) اگر p گزاره‌ای همواره نادرست باشد، ارزش گزاره‌ی «$(p \wedge q) \Rightarrow r$» همواره نادرست است. ☐ د) اگر $A \subseteq B$ آن‌گاه $A \Delta B = B - A$. ☐
۱/۵	۲- جاهای خالی را با اعداد یا کلمات مناسب پر کنید. الف) ارزش یک گزاره‌ی کلی (با سور عمومی) هنگامی درست است که ب) در هر گزاره‌نما به مجموعه‌ی مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای گزاره‌نما قرار داد تا اینکه گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، می‌گویند. ج) مجموعه جواب گزاره‌نمای $\frac{1}{x} = x$ ($D = \mathbb{Q}$) عبارت است از $S = \{.....\}$. د) اگر مجموعه‌ی A سه عضوی باشد، مجموعه‌ی $P(A)$ دارای زیرمجموعه است. ه) مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ دارای زیرمجموعه‌ی دو عضوی است. و) حاصل عبارت $(A - M') \cup (A' \cap \emptyset)$ برابر است با
۱	۳- به سؤالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ دهید. (فقط گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. نوشتن جواب تشریحی لازم نیست). الف) گزاره‌ی «بعضی از اعداد صحیح به گونه‌ای هستند که یا معکوس آن‌ها صحیح است یا جذر آن‌ها طبیعی است» به زبان ریاضی کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ (۱) $\exists x \in \mathbb{Q} ; \left(\frac{1}{x} \in \mathbb{Q}\right) \vee (x^2 \in \mathbb{Q})$ (۲) $\exists x \in \mathbb{Q} ; \left(\frac{1}{x} \in \mathbb{Q}\right) \vee (\sqrt{x} \in \mathbb{Q})$ (۳) $\forall x \in \mathbb{Q} ; \left(\frac{1}{x} \in \mathbb{Q}\right) \vee (\sqrt{x} \in \mathbb{Q})$ (۴) $\exists x \in \mathbb{Q} ; \left(\frac{1}{x} \in \mathbb{Q}\right) \wedge (\sqrt{x} \in \mathbb{Q})$ ب) تعداد افرازشای دو تایی (دو قسمتی) مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d\}$ چند تاست؟ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۷

۱/۵	۴- به کمک جدول ارزش گزاره‌ها، هم‌ارزی مقابل را ثابت کنید: $(p \Rightarrow \neg q) \wedge q \equiv \neg (q \Rightarrow p)$ <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																																			
۱	۵- بدون استفاده از جدول و به کمک قوانین جبر گزاره‌ها، هم‌ارزی زیر را ثابت کنید: $(p \wedge q) \Rightarrow p \equiv T$																																			
۱	۶- به کمک قوانین جبر گزاره‌ها، گزاره‌ی زیر را ساده کنید: $\neg (p \Rightarrow q) \vee (q \wedge p) \equiv$																																			
۱/۵	۷- عبارت «$\exists x \in \mathbb{N} ; x^2 < \frac{1}{x}$» را در نظر بگیرید؛ الف) عبارت کلامی متناسب با آن را بنویسید. ب) ارزش آن را با ذکر دلیل تعیین کنید. ج) نقیض آن را به زبان ریاضی بنویسید.																																			
۱	۸- سه مجموعه‌ی A و B و C مثال بزنید که دارای شروط زیر باشند: $A \in B , B \in C , A \subseteq C$																																			
۱	۹- مجموعه‌ی توانی $A = \{\emptyset , \{\emptyset\} , ۲\}$ را با اعضا بنویسید.																																			
۱	۱۰- مجموعه‌ی A دارای ۶۲ زیرمجموعه‌ی محض ناتهی است. تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی A چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن است؟																																			
۱/۵	۱۱- اگر به مجموعه‌ای دو عضو جدید اضافه کنیم به تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن ۱۵ تا اضافه می‌شود. تعداد کل زیرمجموعه‌های این مجموعه چندتا است؟																																			
۱	۱۲- چهار افراز مختلف برای مجموعه‌ی $A = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴\}$ بنویسید.																																			

۱/۵	۱۳- دو مجموعه‌ی $A = \{a-۲, \{b+۲, c+۸\}, \{۲b-۶\}\}$ و $B = \{\{a-۷\}, b+۱, \{۳b+۱, a-۱\}\}$ مساوی هستند. مقادیر a, b و c را بدست آورید.
۱	۱۴- به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ آن گاه $B' \subseteq A'$
۱/۵	۱۵- خاصیت توزیع پذیری اشتراک نسبت به اجتماع را بنویسید و به کمک تعاریف و قوانین جبر گزاره‌ها آن را ثابت کنید.
۱	۱۶- به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A - (B \cup C) = (A - B) - C$
۱	۱۷- عبارت زیر را به کمک جبر مجموعه‌ها تا حد امکان ساده کنید: $(A \cap B') \cup [(A \cap B) - A'] \cap (A \cup B) =$

موفق و سربلند
باشید...

نمره به حروف:	نمره به عدد:
نام و نام خانوادگی دبیر:	تاریخ/امضاء:

۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (با علامت ☒ یا ☐ مشخص کنید)

(الف) ارزش گزاره‌ی « $(\sqrt{2} \in \mathbb{Q}) \Leftrightarrow \left(\frac{-1}{2} > \frac{-1}{3}\right)$ » درست است. ☒ (۲۵٪)

$$\underbrace{\underbrace{(\sqrt{2} \in \mathbb{Q})}_F \Leftrightarrow \underbrace{\left(\frac{-1}{2} > \frac{-1}{3}\right)}_F}_T$$

(ب) یک مجموعه‌ی ۳ عضوی دارای ۶ افراز مختلف است. ☒ (۲۵٪)

ک مجموع ۲ عضو ۵ افراز مختلف است

(ج) اگر p گزاره‌ای همواره نادرست باشد، ارزش گزاره‌ی « $(p \wedge q) \Rightarrow r$ » همواره نادرست است. ☒ (۲۵٪)

$p \Rightarrow F \Rightarrow (p \wedge q) \Rightarrow r = (F \wedge q) \Rightarrow r = F \Rightarrow r = T$

(د) اگر $A \subseteq B$ آن گاه $A \Delta B = B - A$. ☒ (۲۵٪)

$A \subseteq B \Rightarrow A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = B - A$

۲- جاهای خالی را با اعداد یا کلمات مناسب پر کنید.

(الف) ارزش یک گزاره‌ی کلی (با سور عمومی) هنگامی درست است که (۲۵٪)

(ب) در هر گزاره‌نما به مجموعه‌ی مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای گزاره‌نما قرار داد تا اینکه گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، می‌گویند. (۲۵٪)

(ج) مجموعه جواب گزاره‌نمای $\frac{1}{x} = x$ ($D = \mathbb{Q}$) عبارت است از $S = \{ \dots, -1, \dots, 1, \dots \}$. (۲۵٪)

$\frac{1}{x} = x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

(د) اگر مجموعه‌ی A سه عضوی باشد، مجموعه‌ی $P(A)$ دارای (۲۵٪)

$n(A) = 3 \Rightarrow n(P(A)) = 2^3 = 8 \rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^8 = 256$

(ه) مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ دارای زیرمجموعه‌ی دو عضوی است. (۲۵٪)

$A \text{ (تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی)} = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = 10$

(و) حاصل عبارت $(A - M') \cup (A' \cap \emptyset)$ برابر است با (۲۵٪)

$(A - M') \cup (A' \cap \emptyset) = (A - \emptyset) \cup \emptyset = A \cup \emptyset = A$

الف) گزاره‌ی «بعضی از اعداد صحیح به گونه‌ای هستند که یا معکوس آن‌ها صحیح است یا جذر آن‌ها طبیعی است» به زبان ریاضی کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ ; \left(\frac{1}{x} \in \mathbb{R}^+ \right) \vee \left(\sqrt{x} \in \mathbb{R}^+ \right) \quad (\text{r})$$

1. (1)

$$(p \Rightarrow \Box q) \wedge q \equiv \Box (q \Rightarrow p)$$

p	q	$\sim q$	$p \leftrightarrow \sim q$	$q \leftrightarrow p$	$(p \leftrightarrow \sim q) \wedge q$	$\sim (q \leftrightarrow p)$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	T	T	T	F	F
F	T	F	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F	F

$$(p \wedge q) \Rightarrow p \equiv T$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow p = \sim(p \wedge q) \vee p = (\sim p \vee \sim q) \vee p = (\sim p \vee p) \vee \sim q \\ \equiv T \vee \sim q \equiv T$$

$$\square (p \Rightarrow q) \vee (q \wedge p) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv p^\wedge(\sim q \vee q) \equiv p^\wedge \tau \equiv p$$

۷- عبارت « $x^2 < \frac{1}{x}$; $\exists x \in \mathbb{Q}$ » را در نظر بگیرید:

الف) عبارت کلامی متناسب با آن را بنویسید.

مکعب بعضی از اعداد حقیقی از مکعب آن کوچکتر است یا همه عدد حقیقی از مکعب آن بزرگتر است. مکعب آن بزرگتر است.

ب) ارزش آن را با ذکر دلیل تعیین کنید.

دست است ، زیرا نموده جواب آن قضیه است.
 $x^2 < \frac{1}{x} \rightarrow (x^2)^2 < \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^4 < \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^6 < 1 \Rightarrow x \in S \Rightarrow S \neq \emptyset$

ج) نقیض آن را به زبان ریاضی بنویسید.

$$\forall x \in \mathbb{R} ; x^2 \geq \frac{1}{x}$$

۸- سه مجموعه A و B و C مثال بزنید که دارای شروط زیر باشند:

$$A \in B , B \in C , A \subseteq C$$

$$A = \emptyset$$

$$B = \{\emptyset\}$$

$$C = \{\{\emptyset\}\}$$

$$A = \{1\}$$

$$B = \{\{1\}\}$$

$$C = \{1, \{\{1\}\}\}$$

۹- مجموعه‌ای توانی $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 2\}$ را با اعضا بنویسید.

$$P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{2\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, 2\}, \{\{\emptyset\}, 2\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, 2\}\}$$

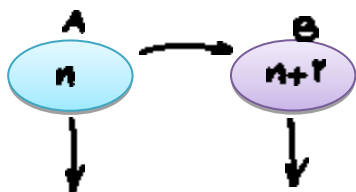
۱۰- مجموعه‌ای A دارای ۶۲ زیرمجموعه‌ی محض ناتهی است. تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی A چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن است؟

$$2^n - 2 = 62 \Rightarrow 2^n = 64 \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow \frac{\binom{6}{4}}{\binom{6}{2}} = \frac{\frac{6!}{4!2!}}{\frac{6!}{2!4!}} = 1$$

تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی و چهار عضوی A برابر است.

۱۱- اگر به مجموعه‌ای دو عضو جدید اضافه کنیم به تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن ۱۵ تا اضافه می‌شود. تعداد کل زیرمجموعه‌های این مجموعه چقدر است؟



۱/۵

$$\begin{aligned} \binom{n}{2} &\xrightarrow{+15} \binom{n+2}{2} \Rightarrow \binom{n}{2} + 15 = \binom{n+2}{2} \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + 15 = \frac{(n+2)(n+1)}{2} \\ \Rightarrow n(n-1) + 30 &= (n+2)(n+1) \Rightarrow n^2 - n + 30 = n^2 + 3n + 2 \\ \Rightarrow 4n &= 28 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^7 = 128 \end{aligned}$$

۱۲- چهار افراز مختلف برای مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ بنویسید.

- ۱) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- ۲) $\{1\}, \{2, 3, 4\}$
- ۳) $\{2\}, \{1, 3, 4\}$

$$۴) \{3\}, \{1, 2, 4\}$$

مجموعه ۴ عضوی A دارای ۱۵ افراز مختلف است که هر کدام از آن‌ها به صورت زیر می‌آید.

۱۳- دو مجموعه‌ی $A = \{a-2, \{b+2, c+8\}, \{2b-6\}\}$ و $B = \{\{a-7\}, b+1, \{3b+1, a-1\}\}$ مساوی هستند. مقادیر a, b و c را بدست آورید.

۱/۵

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} ۱) a-2 &= b+1 \Rightarrow a-b=3 \\ ۲) 2b-6 &= a-7 \Rightarrow 2b-a=-1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\oplus} 2b-b=3-1 \Rightarrow \boxed{b=2} \\ &\Rightarrow a-2=3 \Rightarrow \boxed{a=5} \\ \{3b+1, a-1\} &= \{b+2, c+8\} \xrightarrow[b=2]{a=5} \{7, 4\} = \{2, c+8\} \Rightarrow c+8=7 \Rightarrow \boxed{c=-1} \end{aligned}$$

۱۴- به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید:

اگر $A \subseteq B$ آن گاه $B' \subseteq A'$

$$\left[\forall x; x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A' \right] \Rightarrow B' \subseteq A'$$

۱۵- خاصیت توزیع پذیری اشتراک نسبت به اجتماع را بنویسید و به کمک تعاریف و قوانین جبر گزاره‌ها آن را ثابت کنید.

خاصیت توزیع پذیری اشتراک نسبت به اجتماع : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ثابت:

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= \{x \in M \mid x \in A \wedge x \in B \cup C\} && \text{تعریف اشتراک} \\ &= \{x \in M \mid x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C)\} && \text{تعریف اجتماع} \\ &= \{x \in M \mid (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C)\} && \text{توزیع پذیری اشتراک نسبت به اجتماع} \\ &= \{x \in M \mid (x \in A \cap B) \vee (x \in A \cap C)\} && \text{تعریف اشتراک} \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap C) && \text{تعریف اجتماع} \end{aligned}$$

۱/۵

۱۶- به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

$$A - (B \cup C) = (A - B) - C$$

$$\begin{aligned} A - (B \cup C) &= A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap C' \\ &= (A - B) \cap C' = (A - B) - C \end{aligned}$$

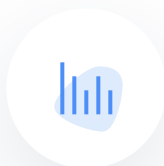
۱۷- عبارت زیر را به کمک جبر مجموعه‌ها تا حد امکان ساده کنید:

$$\begin{aligned} (A \cap B') \cup [(A \cap B) - A'] \cap (A \cup B) &= (A \cap B') \cup [(A \cap B) \cap A] \cap (A \cup B) \\ &= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cap (A \cup B) = A \cap (\underbrace{B' \cup B}_M) \cap (A \cup B) \\ &= \underbrace{A \cap M}_A \cap (A \cup B) = A \cap (A \cup B) = A \end{aligned}$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد