

|                                                                                        |                                                                                                                                    |                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| <p>تاریخ آزمون ۱۴۰۲/۱۰/۱۰</p> <p>وقت آزمون: ۱۰۰ دقیقه</p> <p>دبیر: محمد جمال ترابی</p> | <p>«باسمه تعالی»</p> <p>مدیریت آموزش و پرورش شهرستان کبودرآهنگ</p> <p>سال تحصیلی ۰۳-۰۲</p> <p>دبیرستان نمونه دولتی آینده سازان</p> | <p>سوالات هندسه</p> <p>نام: پایه: یازدهم ریاضی</p> <p>نام خانوادگی:</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|

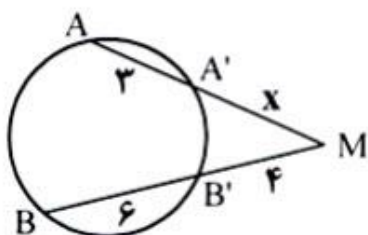
صفحه اول

سوالات

بایاد خداست که دلها ارام میگیرد

۳

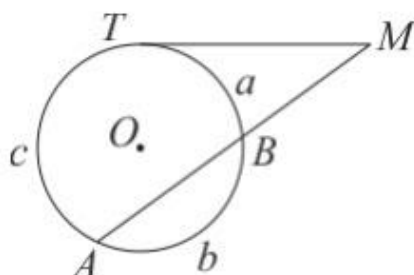
۱ در شکل زیر مقدار  $x$  را محاسبه کنید.



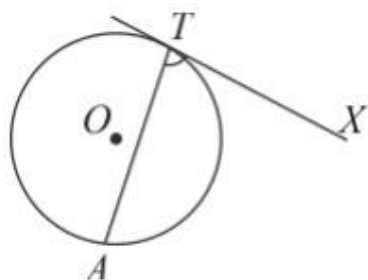
۲ قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.

۳ دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. مقدار  $x$  را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی آنها برابر  $3x + 1$  باشد.

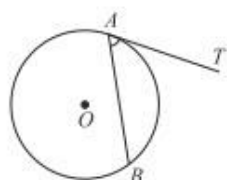
۴ خط مماس بر دایره در نقطه T و امتداد وتر AB در نقطه M متقاطع اند. با فرض  $\widehat{AT} = c, \widehat{BA} = b, \widehat{TB} = a$  اندازه زاویه M را تعیین کنید.  $\frac{a}{1} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$



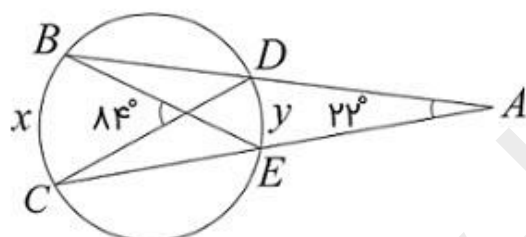
۵ اگر اندازه زاویه ظلی ATX مساوی  $(2\alpha - 6)^\circ$  و اندازه کمان  $\widehat{AT}$  برابر  $(3\alpha + 33)^\circ$  باشد، مقدار  $\alpha$  و اندازه زاویه ATX را بیابید.



۶ قضیه: باتوجهبه شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازه هر زاویه ظلی برابر با نصف کمان روبه روی آن است.

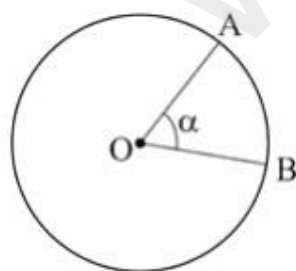


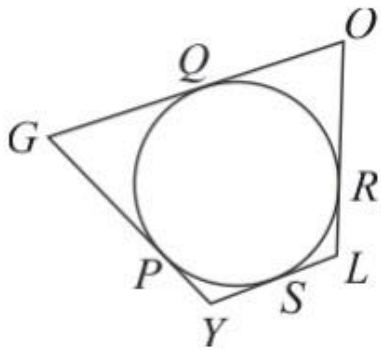
۷ در شکل زیر مقدار  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



۸ اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره  $C(O, R)$  برحسب درجه مساوی با  $\alpha$  باشد، نشان دهید طول کمان AB برابر است با

$$L = \frac{\pi R}{180} \alpha \text{ و مساحت قطاع برابر است با: } S = \frac{\pi R^2}{360} \alpha$$

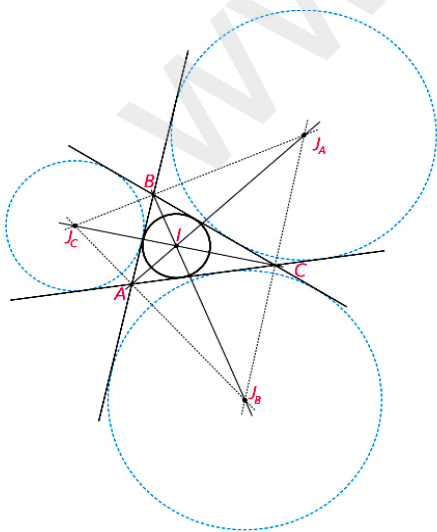




۱۰- اثبات کنید قضیه: یک چهار ضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.

۱۱- اگر  $r_a, r_b, r_c$  شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$





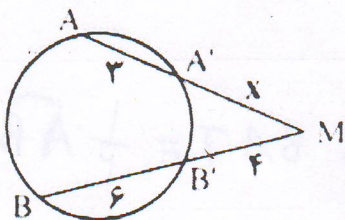
|                         |                                        |                         |
|-------------------------|----------------------------------------|-------------------------|
| تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰ | «باسمه تعالی»                          | سوالات هندسه            |
| وقت آزمون: ۱۰۰ دقیقه    | مدیریت آموزش و پرورش شهرستان کبودرآهنگ | نام: پایه: یازدهم ریاضی |
| دبیر: محمد جمال ترابی   | سال تحصیلی: ۰۳-۰۲                      | نام خانوادگی:           |
|                         | دبیرستان نمونه دولتی آینده سازان       |                         |

صفحه اول

سوالات

بایادخواست که دلها ارام میگردد

در شکل زیر مقدار  $x$  را محاسبه کنید



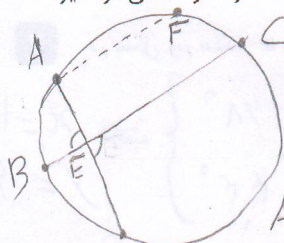
$$MA \cdot MB = MC^2$$

$$\Rightarrow x(x+3) = 4 \times 10 \Rightarrow x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$x = 5$$

قضیه ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره



است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.  
وتر AF موازی BC رسم می کنیم می دانیم کمان های محدود بین دو وتر موازی با هم برابرند پس:  $\widehat{AB} = \widehat{CF}$

$$AF \parallel BC \Rightarrow \widehat{CED} = \widehat{FAD}$$

$$\widehat{FAD} = \frac{1}{2}(\widehat{FC} + \widehat{CD}) \Rightarrow \widehat{CED} = \frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{CD})$$

دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس بیرون هستند مقدار  $x$  را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی آن ها برابر

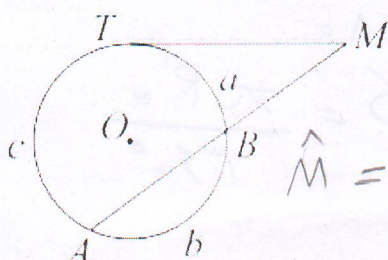
$$TT' = 2\sqrt{RR'} \Rightarrow 3x+1 = 2\sqrt{4x} = 4 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

خط مماس بر دایره در نقطه T و امتداد وتر AB در نقطه M متقاطع اند با فرض  $AT = c, BA = b, TB = a$

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow \begin{cases} a = k \\ b = 4k \\ c = 5k \end{cases}$$

$$a + b + c = 360^\circ \Rightarrow k + 4k + 5k = 360^\circ \Rightarrow 10k = 360^\circ$$

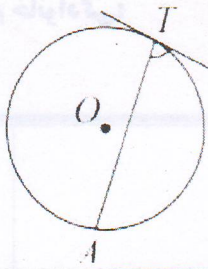
$$\Rightarrow k = 36^\circ \Rightarrow a = 36^\circ, b = 144^\circ, c = 180^\circ$$



$$\widehat{M} = \frac{1}{2}(\widehat{AT} - \widehat{TB}) = \frac{1}{2}(c - a) = \frac{1}{2}(180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$$



۵ اگر اندازه زاویه ظلی  $ATX$  مساوی  $(2\alpha - 6)^\circ$  و اندازه کمان  $AT$  برابر  $(3\alpha + 33)^\circ$  باشد، مقدار  $\alpha$  و اندازه زاویه  $ATX$  را بیابید.

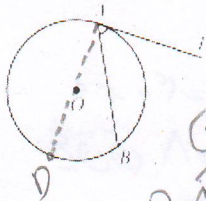


$$\widehat{ATX} = \frac{\widehat{AT}}{2} \Rightarrow 2\alpha - 6 = \frac{3\alpha + 33}{2}$$

$$\Rightarrow 4\alpha - 12 = 3\alpha + 33 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\widehat{ATX} = 2\alpha - 6 = 2 \times 45 - 6 = 84^\circ$$

۶ قضیه باتوجهبه شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازه هر زاویه ظلی برابر با نصف کمان روبه روی آن است.

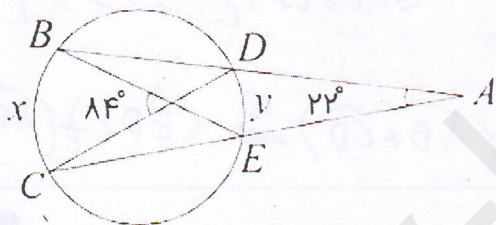


$$\widehat{DAT} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DAT} = \frac{1}{2} \widehat{AD}$$

$$\widehat{DAB} \Rightarrow \widehat{DAB} = \frac{1}{2} \widehat{DB}$$

$$\widehat{DAT} - \widehat{DAB} = \frac{1}{2} (\widehat{AD} - \widehat{BD}) \Rightarrow \widehat{BAT} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

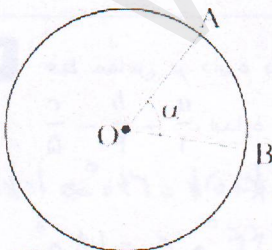
۷ در شکل زیر مقدار  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



$$\left. \begin{aligned} \frac{x+y}{2} &= 18^\circ \Rightarrow x+y = 36^\circ \\ \frac{x-y}{2} &= 22^\circ \Rightarrow x-y = 44^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 40^\circ \\ y &= -4^\circ \end{aligned}$$

۸ اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره  $C(O, R)$  برحسب درجه مساوی با  $\alpha$  باشد، نشان دهید طول کمان  $AB$  برابر است با

$$L = \frac{\pi R}{180} \alpha \text{ و مساحت قطاع برابر است با: } S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$



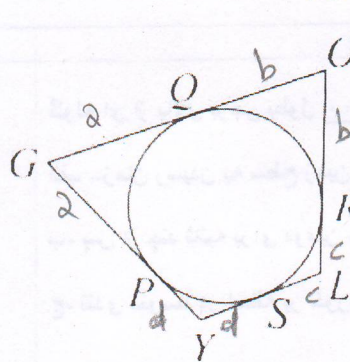
$$\frac{\widehat{AB}}{360^\circ} = \frac{L}{\text{مساحت دایره}} \Rightarrow \frac{\alpha}{360} = \frac{L}{\pi R^2}$$

$$\Rightarrow L = \pi R^2 \times \frac{\alpha}{360} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$

$$\frac{\widehat{AB}}{360^\circ} = \frac{S}{\text{مساحت دایره}} \Rightarrow \frac{\alpha}{360} = \frac{S}{\pi R^2} \Rightarrow S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$



۹. ضلع‌های چهار ضلعی محیطی GOLY بر دایره مماسند، ثابت کنید:  $GO + LY = OL + GY$



می‌دانیم دو مماسی که از یک نقطه بر دایره رسم می‌شوند هم‌اندازه‌اند

$$GP = GQ = 2 \text{ و } OQ = OR = b$$

$$LR = LS = c, \quad YS = YP = d$$

$$\left. \begin{aligned} GO + LY &= 2 + b + c + d \\ OL + GY &= b + c + 2 + d \end{aligned} \right\} \Rightarrow GO + LY = OL + GY$$

۱۰- اثبات کنید قضیه: یک چهار ضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.

صفحه ی بعد

۱۱- اگر  $r_a, r_b, r_c$  شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی باشد

نشان دهید

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

$$S = rp \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{S}$$

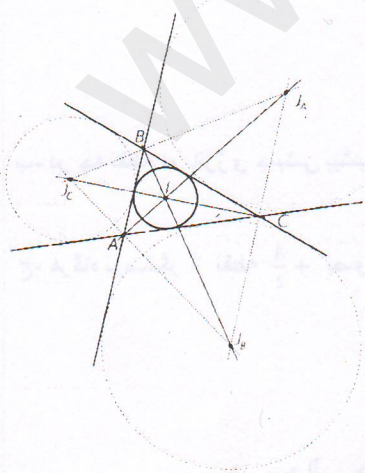
$$r_a = \frac{S}{p-a} \Rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{S}$$

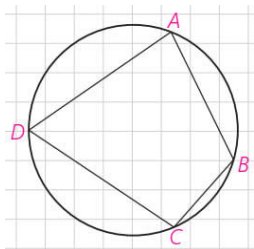
$$r_b = \frac{S}{p-b} \Rightarrow \frac{1}{r_b} = \frac{p-b}{S}$$

$$r_c = \frac{S}{p-c} \Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{p-c}{S}$$

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{3p - (a+b+c)}{S} = \frac{3p - 2p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$





اگر چهارضلعی ABCD محاطی باشد:

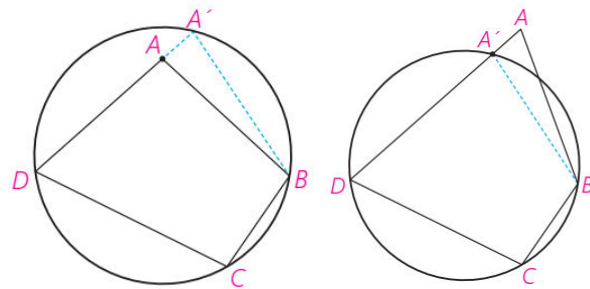
$$\hat{A} + \hat{C} = \frac{1}{2}\widehat{BCD} + \frac{1}{2}\widehat{BAD} = \frac{1}{2}(\widehat{BCD} + \widehat{BAD}) = \frac{1}{2}(360^\circ) = 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{D} = \frac{1}{2}\widehat{ADC} + \frac{1}{2}\widehat{ABC} = \frac{1}{2}(\widehat{ADC} + \widehat{ABC}) = \frac{1}{2}(360^\circ) = 180^\circ$$

حال درعکس قضیه فرض می کنیم A و C مکمل باشند. با برهان خلف ثابت خواهیم کرد ABCD محاطی است.

از نقاط B و C و D همواره یک دایره می گذرد چون عمود منصف های مثلث BCD همرسند و مرکز دایره ی محیطی مثلث محل همرسی عمود منصف های آن است.

فرض می کنیم حکم نادرست باشد و این دایره از A نگذرد، پس این دایره خط AD را در نقطه ی دیگری مانند A' قطع خواهد کرد دو حالت پیش می آید:



چهارضلعی A'BCD محاطی است؛ پس:

$$\hat{C} + \hat{BA'D} = 180, \hat{C} + \hat{A} = 180 \Rightarrow \hat{A} = \hat{BA'D}$$

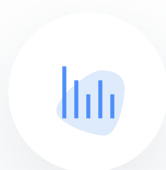
ولی این غیرممکن است زیرا در هر مثلث هر زاویه ی خارجی از زاویه ی داخلی غیرمجاورش بزرگ تر است.

در نتیجه A همان A' می باشد و حکم درست است.



## اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد