



تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۰۹

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

ساعت امتحان : ۸ صبح

تعداد صفحات : ۲ صفحه

نمره :

محل

مهر آموزشگاه



وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان مازندران

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان نابل

دبیرستان فرزندان متوسطه دوم

طراح : زهرا علی زاده

سؤال امتحانی : نوبت اول

درس : هندسه ۲

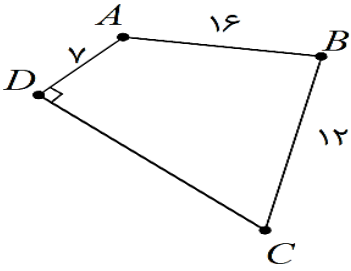
پایه : یازدهم

رشته : ریاضی

نام و نام خانوادگی :

کلاس : ۱۱/۱

سوال	شرح سوال	بارم
۱	ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.	۱
۲	در شکل مقابل، AB در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $CB \perp AB$ ، $AB = a$ ، $BC = b$ و شعاع دایره r باشد، ثابت کنید $r = \frac{a^2 + b^2}{2b}$	۱/۵
۳	اگر از نقطه M بیرون دایره $C(O, R)$ دو مماس MT و MT' را بر دایره رسم کنیم و H نقطه برخورد TT' با خط OM باشد، ثابت کنید : $TT' \cdot OM = 2R \cdot MT$	۱/۵
۴	نحوه محاسبه زاویه حاصل از برخورد دو وتر در خارج دایره را با رسم شکل و اثبات کامل، بیان کنید.	۱/۵
۵	در شکل روبرو، DT در نقطه T بر نیم دایره به قطر AB مماس و DH بر AB عمود است. با توجه به اندازه های روی آن، مقدار x را بدست آورید.	۱
۶	روش رسم مماس بر دایره از نقطه ای خارج دایره را با رسم شکل، (کوتاه در حد کفایت) بیان کنید.	۱
۷	با استفاده از دستور محاسبه طول مماس مشترک خارجی، فرمول خاص در حالتی که دو دایره مماس خارجند را بیان و اثبات کنید.	۲
۸	شعاع های دو دایره واقع در یک صفحه که مماس درونی اند، به ترتیب برابر $2x$ و $x + 1$ و طول خط مرکزین آنها برابر $2x - 1$ است. اندازه شعاع هر دایره را بدست آورید.	۱/۵

۹	در دایره $C(O, 5)$ ، اگر $\widehat{AOC} = (3\alpha + 12)^\circ$ و $\widehat{ABC} = (\alpha + 16)^\circ$ باشد، مقدار α و طول کمان روبرو به زاویه $\widehat{AOC}$ را بدست آورید.	۱
۱۰	اگر در یک مثلث با مساحت S و محیط $2p$ شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید: $S = rp$	۱/۵
۱۱	چهارضلعی $ABCD$ یک چهارضلعی محاطی است و در آن زاویه D قائمه است. اندازه‌ی ضلع DC را به دست آورید.	۱
		
۱۲	یک چهار ضلعی محاطی است اگر و تنها اگر : ۱- ۲-	۱/۵
۱۳	الف) ویژگی ایزومتری در تبدیلات هندسی را تشریح کنید. ب) ۴ مورد از ویژگی های تبدیل هندسی " بازتاب محوری " را بسیار کوتاه بیان کنید.	۲
۱۴	نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.	۲



تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۰۹

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

ساعت امتحان : ۸ صبح

تعداد صفحات : ۴ صفحه

نمره :

محل

مهر آموزشگاه



وزارت آموزش و پرورش

اداره‌ی کل آموزش و پرورش استان مازندران

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بابل

دبیرستان فرزنانگان متوسطه دوم

طراح : زهرا علی زاده

سؤال امتحانی : نوبت اول

درس : هندسه ۲

پایه : یازدهم

رشته : ریاضی

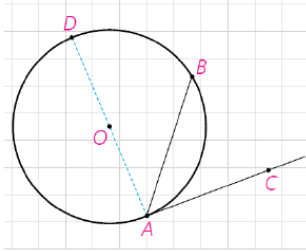
نام و نام خانوادگی :

کلاس : ۱۱/۱

کلید سوال

سوال

۱. ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.



$$\widehat{DAC} = \frac{1}{2} \widehat{AD} \quad \text{و بنابراین} \quad \widehat{DAC} = ۹۰^\circ \dots$$

(ب) زاویه DAB یک زاویه محاطی است.

$$\widehat{DAB} = \frac{1}{2} \widehat{DB}$$

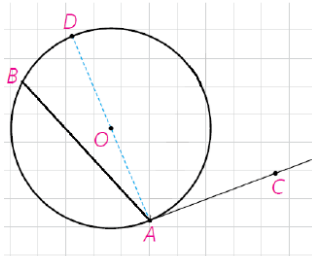
$$\widehat{DAC} - \widehat{DAB} = \frac{1}{2} (\widehat{DA} - \widehat{DB})$$

(پ) از (الف) و (ب) داریم :

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

و بنابراین

(ت) نشان دهید نتیجه قسمت (پ) برای یک زاویه ظلی منفرجه نیز برقرار است.



$$\widehat{DAC} = \frac{1}{2} \widehat{AD} \quad \text{و بنابراین} \quad \widehat{DAC} = ۹۰^\circ \dots$$

(ب) زاویه DAB یک زاویه محاطی است.

$$\widehat{DAB} = \frac{1}{2} \widehat{DB}$$

$$\widehat{DAC} + \widehat{DAB} = \frac{1}{2} (\widehat{DA} + \widehat{DB})$$

(پ) از (الف) و (ب) داریم :

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

و بنابراین

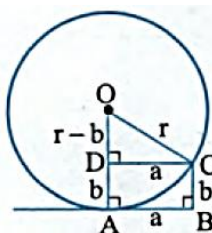
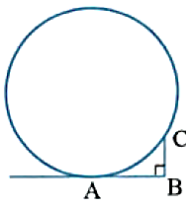
بنابراین :

قضیه: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با ... نصف ... کمان روبه‌رو به آن زاویه.

۱/۵

۲. در شکل مقابل، AB در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $CB \perp AB$ ، $AB = a$ ، $BC = b$ و شعاع دایره r باشد،

$$r = \frac{a^2 + b^2}{2b}$$



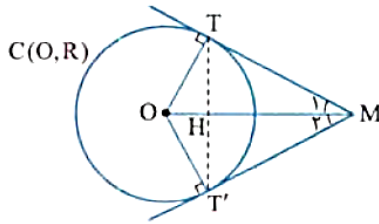
حل اگر نقطه O مرکز دایره باشد، چنان‌چه از نقطه O به A وصل و از C، عمودی بر OA رسم کنیم، چون شعاع گذرنده از نقطه تماس، بر خط مماس عمود است، پس چهارضلعی ABCD مستطیل است، در نتیجه $AD = b$ و $OD = r - b$ ، اکنون در مثلث قائم‌الزاویه OCD، داریم:

$$OC^2 = OD^2 + CD^2 \Rightarrow r^2 = (r - b)^2 + a^2 \Rightarrow 2rb = a^2 + b^2 \Rightarrow r = \frac{a^2 + b^2}{2b}$$

۳. اگر از نقطه M بیرون دایره $C(O, R)$ دو مماس MT و MT' را بر دایره رسم کنیم و H نقطه برخورد TT' با خط

OM باشد، ثابت کنید :

$$TT' \cdot OM = 2R \cdot MT$$



پ روش اول دو مثلث قائم الزاویه MTH و OTM به حالت برابری سه زاویه، متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{OT}{OM} = \frac{TH}{MT} \Rightarrow OT \cdot MT = OM \cdot TH \Rightarrow R \cdot MT = OM \times \frac{1}{2} TT' \Rightarrow TT' \cdot OM = 2R \cdot MT$$

$$S_{\triangle OTM} = \frac{TH \times OM}{2} = \frac{OT \times MT}{2} \Rightarrow TH \times OM = OT \times MT$$

$$\frac{TT'}{2} \times OM = R \times MT \Rightarrow TT' \times OM = 2R \times MT$$

روش دوم

۴. نحوه محاسبه زاویه حاصل از برخورد دو وتر در خارج دایره را با رسم شکل و اثبات کامل، بیان کنید.

۱- فرض کنید رأس زاویه DAE مانند شکل مقابل بیرون دایره واقع شده باشد و

کمان‌های DE و BC توسط اضلاع زاویه مورد نظر مشخص شده باشند.

— از نقطه C خطی موازی خط BD رسم کنید تا دایره را در نقطه‌ای مانند F قطع

کند. علت هر کدام از تساوی‌های زیر را مشخص کنید.

$$\widehat{DAE} = \widehat{FCE} = \frac{1}{2} \widehat{FE} = \frac{1}{2} (\widehat{DE} - \widehat{DF}) = \frac{1}{2} (\widehat{DE} - \widehat{BC})$$

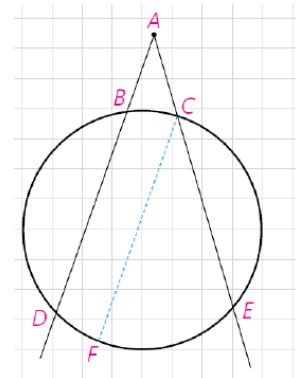
$DAE = FCE$ و $CF \parallel AD$ مورب بنا بر قضیه خطوط موازی

زاویه FCE محاطی است پس نصف کمان مقابل است یعنی $FCE = \frac{1}{2} \widehat{FE}$.

باتوجه به شکل $FCE = \frac{1}{2} \widehat{FE} = \frac{1}{2} (\widehat{DE} - \widehat{BC})$

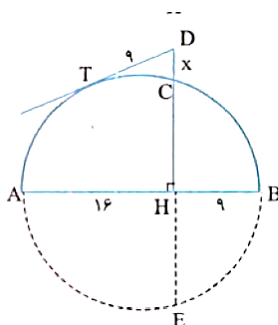
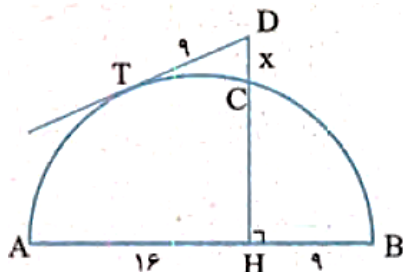
بنا بر فعالیت قبل بند (۱) می‌دانیم $\widehat{BC} = \widehat{DF}$

پس داریم: $\widehat{DAE} = \widehat{FCE} = \frac{1}{2} \widehat{FE} = \frac{1}{2} (\widehat{DE} - \widehat{BC}) = \frac{1}{2} (\widehat{DE} - \widehat{BC})$



۵. در شکل روبرو، DT در نقطه T بر نیم دایره به قطر AB مماس و DH بر AB عمود است. با توجه به اندازه‌های روی

آن، مقدار x را بدست آورید.



اگر نیم دایره را کامل کنیم و امتداد DH ، آن را در نقطه E قطع کند، چون قطر AB

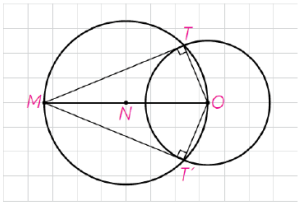
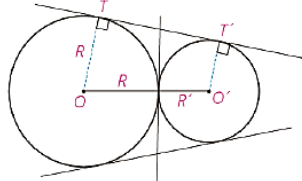
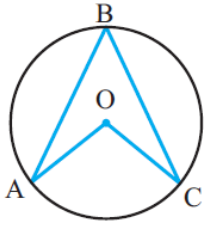
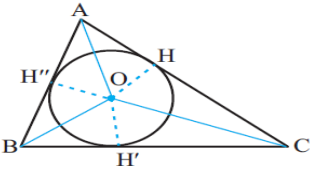
بر CE عمود است، پس $CH = EH$. بنا بر قضیه وترها داریم:

$$CH \times CH = 9 \times 16 \Rightarrow CH = 12 \Rightarrow CE = 24$$

اکنون بنا بر قضیه مماس و قاطع داریم:

$$DC \times DE = DT^2 \Rightarrow x(x + 24) = 9^2 \Rightarrow x^2 + 24x - 81 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 27) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -27 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۶.	روش رسم مماس بر دایره از نقطه ای خارج دایره را با رسم شکل، (کوتاه در حد کفایت) بیان کنید. اکنون برای رسم مماس بر دایره از نقطه M خارج دایره، ابتدا دایره ای به قطر OM (O مرکز دایره) رسم می کنیم. این دایره، دایره مفروض را در دو نقطه T و T' قطع می کند. خط های MT و MT' بر دایره مماس اند چرا؟ زاویه های $\hat{MTO}$ و $\hat{MT'O}$ محاطی روبه رو به قطر هستند بنا براین اندازه ی هر کدام 90° است. پس شعاع نقطه تماس بر پاره خط های MT و MT' عمود است. در نتیجه MT و MT' بر دایره مماس هستند. در صفحه یک خط و دایره بر هم مماس اند. اگر و تنها اگر این خط بر شعاع نقطه تماس عمود باشد. 
۷.	با استفاده از دستور محاسبه طول مماس مشترک خارجی، فرمول خاص در حالتی که دو دایره مماس خارجند را بیان و اثبات کنید.  مماس خارج اند؛ سه مماس مشترک دارند. $OO' = R + R'$ $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \xrightarrow{d=R+R'} TT' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2}$ $\Rightarrow TT' = \sqrt{R^2 + R'^2 + 2RR' - (R^2 + R'^2 - 2RR')} = \sqrt{R^2 + R'^2 + 2RR' - R^2 - R'^2 + 2RR'}$ $\Rightarrow TT' = \sqrt{4RR'} \Rightarrow TT' = 2\sqrt{RR'}$
۸.	شعاع های دو دایره واقع در یک صفحه که مماس درونی اند، به ترتیب برابر $2x$ و $3x + 1$ و طول خط المکزین آنها برابر $2x - 1$ است. اندازه شعاع هر دایره را بدست آورید. حل اگر شعاع های دو دایره را R_1 و R_2 و طول خط المکزین دو دایره را d بگیریم، چون دو دایره مماس درونی اند، با توجه به داده های مسئله خواهیم داشت $R_1 = 2x$، $R_2 = 3x + 1$ و $d = R_2 - R_1 = 2x - 1$ در نتیجه (۱) $x + 1 = 3x + 1 - 2x = x + 1$ با توجه به این که طول خط المکزین دو دایره عددی حقیقی و نامنفی است باید $2x - 1 \geq 0$، پس $x \geq \frac{1}{2}$، در نتیجه $x + 1 \geq \frac{3}{2} > 0$، بنابراین $x + 1 = x + 1$. با توجه به رابطه (۱) داریم $2x - 1 = x + 1$ یا $x = 2$، پس داریم $R_1 = 4$ و $R_2 = 7$.
۹.	در دایره $C(O, 5)$، اگر $\hat{AOC} = (3\alpha + 12)^\circ$ و $\hat{ABC} = (\alpha + 16)^\circ$ باشد، مقدار α و طول کمان روبرو به زاویه $\hat{AOC}$ را بدست آورید.  $\left. \begin{array}{l} \hat{AOC} = \widehat{AC} \\ \hat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{AOC} = 2\hat{ABC} \Rightarrow 3\alpha + 12 = 2(\alpha + 16)$ $\Rightarrow \alpha = 20^\circ \Rightarrow \hat{AOC} = 72^\circ$ $\widehat{AC} = \frac{\pi(5)}{180} \times 72 \Rightarrow \widehat{AC} = 2\pi$
۱۰.	اگر در یک مثلث با مساحت S و محیط ۲p شعاع دایره محاطی برابر r باشد، نشان دهید: $S = rp$ از نقطه O (مرکز دایره محاطی) به رئوس A، B و C وصل می کنیم. اگر محل تماس دایره با اضلاع را H، H' و H'' بنامیم، داریم:  $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \cdot OH \cdot AC$ $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OH' \cdot BC$ $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot OH'' \cdot AB$ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB} = r \cdot \left(\frac{AB + BC + CA}{2} \right) = r \cdot \frac{2p}{2} \Rightarrow S = rp$

۱	۱۱ چهارضلعی $ABCD$ یک چهارضلعی محاطی است و در آن زاویه D قائمه است. اندازهی ضلع DC را به دست آورید. بنابر اینکه در چهارضلعی محاطی، زاویه های مقابل مکمل یکدیگرند، پس زاویه ی B قائمه است. اکنون به کمک رابطه ی فیثاغوس در مثلث ABC می توان طول قطر AC را تعیین کرد. (۰/۲۵) $AC^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400 \rightarrow AC = 20 \quad (۰/۲۵)$ حال در مثلث ADC نیز داریم. $DC^2 + 7^2 = 20^2 \rightarrow DC^2 = 400 - 49 = 351 \rightarrow DC = \sqrt{351} = 3\sqrt{39} \quad (۰/۲۵)$	۱۱
۱/۵	۱۲ یک چهار ضلعی محاطی است اگر و تنها اگر : ۱- یک چند ضلعی، محاطی است اگر و فقط اگر عمود منصف های همه ضلع های آن در یک نقطه هم رس باشند. ۲- قضیه: یک چهار ضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.	۱۲
۲	۱۳ الف) ویژگی ایزومتري در تبدیلات هندسی را تشریح کنید. تعریف: تبدیلهایی که طول پاره خط را حفظ می کنند، تبدیلات طولی (ایزومتري) نامیده می شوند. ب) ۴ مورد از ویژگی های تبدیل هندسی " بازتاب محوری " را بسیار کوتاه بیان کنید. طولی است / شیب را حفظ نمی کند / جهت را حفظ نمی کند / زاویه، محیط، مساحت را حفظ می کند.	۱۳
۲	۱۴ نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید. $A''H' = \frac{\sqrt{3}}{2} (4\sqrt{6})$ $= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}$ $= 6\sqrt{2}$ $\Rightarrow AA'' = 2A''H' = 12\sqrt{2}$	۱۴



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد