

نام و نام خانوادگی:

کلاس/پایه: یازدهم

رشته: ریاضی

نام دبیر: احمدیه

نام درس: حسابان ۱

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نوبت: اول (دیماه)

ساعت شروع: ۱۰ صبح

تعداد صفحه: ۴

صفحه: ۱

نام مصحح:

نمره با عدد:

نام مصحح:

نمره با عدد:

تاریخ و امضاء:

نمره با حروف:

تاریخ و امضاء:

نمره با حروف:

ردیف

((سال مهارتورم، رشد تولید))

بارم

۱

در یک دنباله حسابی، مجموع ۸ جمله اول با مجموع ۱۴ جمله اول برابر است، مجموع ۲۲ جمله اول دنباله را بدست آورید.

۱

۲

در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ می باشد، جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

۱

۳

با استفاده از رسم نمودار، تعداد ریشه های معادله $1 + \frac{1}{x} = x^2$ را بیابید.

۱

۴

اگر α و β ریشه های معادله $3x^2 + 4x - 2 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را بدست آورید.

۱

۱/۵	حدود a را طوری بیابید که نمودار $y = (1 - a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ همواره بالای محور x ها باشد.	۵
۱/۵		۶
۱		۷
۱/۵	<p>نامعادله مقابل را حل کنید.</p> $3 - -x + 2 + 2x \leq 0$	۸
	معادله $\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} - 6 = 0$ را حل کنید.	
	معادله $\sqrt{x+2} - x = -4$ را حل کنید.	

صفحه ۳	حسابان ۱	نام و نام خانوادگی:
۱/۵	<p>دو نقطه بر خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله ی این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این نقاط را بیابید.</p>	۹
۱	<p>اگر $f(x^3 + x) = 2x^2 - 1$ باشد، حاصل $f(2) + f(10)$ را بدست آورید.</p>	۱۰
۱	<p>اگر داشته باشیم $f(x^3 - 2) + f(6) = 5x - 4$ مقدار $f(-1)$ را بیابید.</p>	۱۱
۱/۵	<p>تساوی یا عدم تساوی توابع زیر را بررسی کنید.</p> $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1 + x^2}} \\ g(x) = \sqrt{1 + x^2} - 1 \end{cases}$	۱۲

دامنه ی تابع مقابل را بیابید.

۱۳

۱/۵

$$y = \frac{\sqrt{4 - \sqrt{1 - 2x}}}{[x] + 1}$$

نمودار تابع $f(x) = [x] - x$ را در بازه $[-1, 2)$ رسم کنید.

۱۴

۱/۵

نمودار تابع $y = \frac{-x+2}{2x+3}$ را رسم کرده و وارون آن را به روش دلخواه بدست آورید.

۱۵

۱/۵

اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x - 1$ باشند ، دامنه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.

۱۶

۱

نام مصحح:	نمره با عدد:	نام مصحح:	نمره با عدد:
تاریخ و امضاء:	نمره با حروف:	تاریخ و امضاء:	نمره با حروف:

بارم	(سال مهار تورم، رشد تولید)	ردیف
------	----------------------------	------

۱ در یک دنباله حسابی، مجموع ۸ جمله اول با مجموع ۱۴ جمله اول برابر است، مجموع ۲۲ جمله اول دنباله را بدست آورید.

$$S_8 = S_{14} \Rightarrow a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + (a_1 + 7d) = a_1 + (a_1 + d) + \dots + (a_1 + 13d)$$

$$\Rightarrow 8a_1 + 28d = 14a_1 + 91d \Rightarrow -6a_1 = 63d \Rightarrow a_1 = -\frac{7}{2}d$$

$$\Rightarrow a_1 = -10, d = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2}$$

۲ در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ می باشد، جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

$$S_3 = a_1 + a_1d + a_1d^2 = 136 \Rightarrow a_1(1 + d + d^2) = 136$$

$$S_6 = a_1 + a_1d + a_1d^2 + a_1d^3 + a_1d^4 + a_1d^5 = 153 \Rightarrow a_1(1 + d + d^2 + d^3 + d^4 + d^5) = 153$$

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{153}{136} = \frac{1 + d + d^2 + d^3 + d^4 + d^5}{1 + d + d^2} = \frac{1 + d + d^2 + d^3(1 + d + d^2) + d^4(1 + d + d^2) + d^5(1 + d + d^2)}{1 + d + d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + d + d^2}{(1 + d + d^2)(1 + d^3)} = \frac{136}{153} \Rightarrow \frac{1}{1 + d^3} = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 + d^3 = 9 \Rightarrow d^3 = 8 \Rightarrow d = 2$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{136}{1 + 2 + 4} = \frac{136}{7}$$

۳ با استفاده از رسم نمودار، تعداد ریشه های معادله $1 + \frac{1}{x} = x^2$ را بیابید.

پایه به شکل می توان نتیجه گرفت که این معادله یک ریشه دارد.

۴ اگر α و β ریشه های معادله $3x^2 + 4x - 2 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را بدست آورید.

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \frac{\alpha\alpha + \beta\beta}{\alpha\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{S^2 - 2P}{P}$$

$$P = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{16}{9} + \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{16 + 12}{9} \Rightarrow \frac{28}{9} \Rightarrow \frac{28}{9} \div \frac{-2}{3} = \frac{28}{9} \times \frac{3}{-2} = -\frac{14}{3}$$

حدود a را طوری بیابید که نمودار $y = (1-a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ همواره بالای محور x ها باشد.
یا توجه به خواسته سوال باید نمودار روبه بالا باشد ($1-a > 0$) و همچنین محور x ها را قطع نکند ($\Delta \leq 0$) یعنی:

① $1-a > 0 \Rightarrow 1 > a$

② $\Delta \leq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \leq 0 \Rightarrow (2\sqrt{6})^2 - 4(1-a)(-a) \Rightarrow 24 - 4a^2 + 4a \leq 0$
 $\Rightarrow -a^2 + a + 6 \leq 0 \Rightarrow -(a-3)(a+2) \leq 0 \Rightarrow a > 3$ یا $a < -2$

①, ② $\Rightarrow a < -2$

معادله $\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - 6 = 0$ را حل کنید.
فرض میکنیم $\sqrt{x} = t$ و با استفاده از تغییر متغیر معادله را حل میکنیم:

$\sqrt{x} + \sqrt{x} - 6 = 0 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+3) = 0$

$\Rightarrow t = 2 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} 2 = \sqrt{x} \Rightarrow 4 = x$

$\Rightarrow t = -3 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} -3 = \sqrt{x} \Rightarrow (-3)^2 = x$

~~چون \sqrt{x} همیشه مثبت است پس $\sqrt{x} = -3$ امکان ندارد.~~
~~پس تنها جواب $x = 4$ است.~~

معادله $\sqrt{x+2} - x = -4$ را حل کنید.
 $\sqrt{x+2} = x-4$ بهر توان ۲ $\Rightarrow x+2 = (x-4)^2$

$\Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \Delta = 9^2 - 4(1)(14) = 25$

$\Rightarrow x = \frac{9 \pm 5}{2} = 7$ (✓) وقت کنید در معادله های که در یک طرف

$\Rightarrow x = \frac{9 - 5}{2} = 2$ (✗) باید و وجود دارد، بعد از آن بین بردن را در اکیال

و بدست آوردن جواب، صد جواب های درست آمده را در معادله اولیه قرار می دهیم و از درست بودن جواب اطمینان حاصل می کنیم

نامعادله مقابل را حل کنید.

$3 - |-x+2| + 2x \leq 0$

① $x > 2 \Rightarrow 3 - (-(-x+2)) + 2x \leq 0 \Rightarrow 3 - x + 2 + 2x \leq 0 \Rightarrow 3 + x - 2 + 2x \leq 0$

② $x < 2 \Rightarrow 3 - (-x+2) + 2x \leq 0 \Rightarrow 3 - (-x+2) + 2x \leq 0$ جواب های

پا توجه به اشتراک معادله اول می توان دریافت که این معادله جواب ندارد (زیرا اشتراک

$x > 2$ و $x < 2$ نمی باشد)

اما اشتراک جواب های معادله دوم $x < 2$ می باشد، بنابراین جواب کلی معادله

می شود: $x < \frac{1}{3}$

۱/۵

دو نقطه بر خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله ی این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این نقاط را بیابید.

$$y = u - 1 \quad \text{و} \quad 2u - 3y = d$$

$$|ax + by + c|$$

$$\frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \text{فاصله نقطه از خط} = \frac{|2u - 3(u - 1) - d|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow 2u - 3u + 3 - d = \pm 13 \Rightarrow -u - 2 = \pm 13 \begin{cases} \rightarrow u = 13 - 2 = 11 \\ \rightarrow u = -13 - 2 = -15 \end{cases}$$

اگر $f(x^3 + x) = 2x^2 - 1$ باشد، حاصل $f(2) + f(10)$ را بدست آورید.

$$u = 1 \Rightarrow f(1+1) = 2(1)^2 - 1 \Rightarrow f(2) = 2 - 1 = 1$$

$$u = 2 \Rightarrow f(8+2) = 2(2)^2 - 1 \Rightarrow f(10) = 8 - 1 = 7$$

$$\Rightarrow f(2) + f(10) = 1 + 7 = 8$$

۱

۱

اگر داشته باشیم $f(x^3 - 2) + f(6) = 5x - 4$ مقدار $f(-1)$ را بیابید.

$$u = 2 \Rightarrow f(8-2) + f(6) = 5(2) - 4 \Rightarrow 2f(6) = 6 \Rightarrow f(6) = 3$$

$$u = 1 \Rightarrow f(1-2) + f(6) = 5(1) - 4 \Rightarrow f(-1) + 3 = 1 \Rightarrow f(-1) = -2$$

۱/۵

تساوی یا عدم تساوی توابع زیر را بررسی کنید.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1 + x^2}} \\ g(x) = \sqrt{1 + x^2} - 1 \end{cases}$$

$$\frac{u^2}{1 + \sqrt{1 + u^2}} \times \frac{\sqrt{1 + u^2} - 1}{\sqrt{1 + u^2} - 1} \Rightarrow \frac{u^2(\sqrt{1 + u^2} - 1)}{(\sqrt{1 + u^2} - 1)(\sqrt{1 + u^2} + 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{u^2(\sqrt{1 + u^2} - 1)}{(\sqrt{1 + u^2})^2 - (1)^2} \Rightarrow \frac{u^2(\sqrt{1 + u^2} - 1)}{u^2 + 1 - 1} = \sqrt{1 + u^2} - 1$$

$$\Rightarrow f(u) = g(u)$$

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱/۵

$$y = \frac{\sqrt{4 - \sqrt{1 - 2x}}}{[x] + 1} \quad (1) \quad \sqrt{1 - 2x} \geq 0 \implies x \leq \frac{1}{2}$$

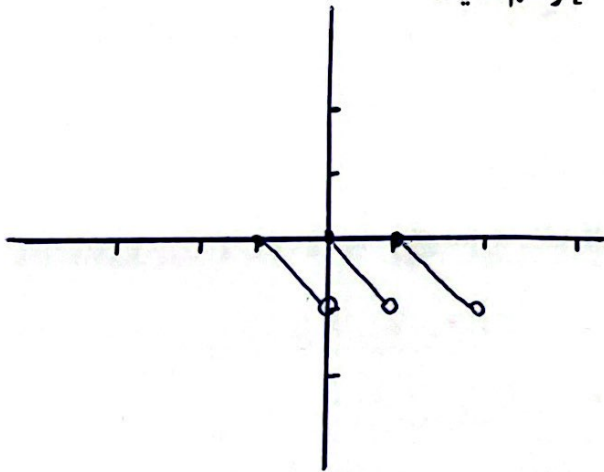
$$(2) \quad \sqrt{4 - \sqrt{1 - 2x}} \geq 0 \implies 4 \geq \sqrt{1 - 2x} \implies 16 \geq 1 - 2x \implies x \geq -\frac{15}{2}$$

$(1) \cap (2) \implies \left[-\frac{15}{2}, \frac{1}{2}\right]$ باید توجه داشته باشیم که خروجی سر باید یا صفر نشود، یعنی باید بازه $(0, \frac{1}{2}]$ را از دامنه حذف کنیم.

نمودار تابع $f(x) = [x] - x$ را در بازه $[-1, 2)$ رسم کنید.

۱۴

۱/۵



۱/۵

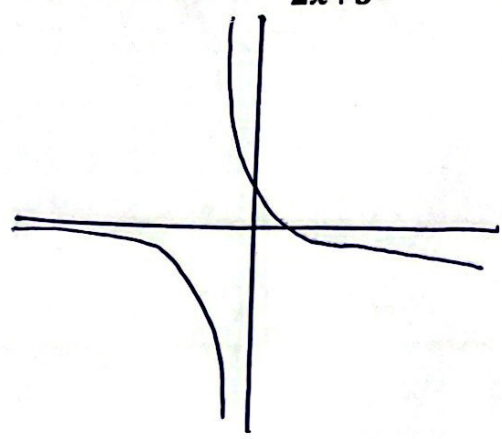
نمودار تابع $y = \frac{-x+2}{2x+3}$ را رسم کرده و وارون آن را به روش دلخواه بدست آورید.

۱۵

$$y = \frac{-x+2}{2x+3} \implies x = \frac{-y+2}{2y+3}$$

$$\implies 2yx + 2x = -y + 2 \implies 2y(x+1) = 2 - y$$

$$\implies y = \frac{2 - 2x}{2x + 1}$$



۱

اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x - 1$ باشند، دامنه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.

۱۶

$$f(u) = \sqrt{u+1} \implies D_f = [-1, \infty)$$

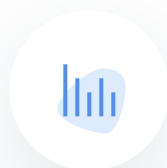
$$g(u) = u - 1 \quad \text{و} \quad f \circ g = f(g(u)) \implies \sqrt{(u-1)+1} = \sqrt{u}$$

$$\implies D_{f \circ g} = [0, \infty)$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد