

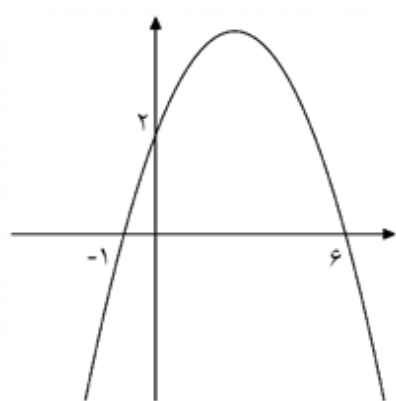
۱) درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف) مجموع اعداد طبیعی فرد، بخش‌پذیر بر ۳ و کوچک‌تر از ۱۰۱، ۸۶۷ است. درست نادرست

ب) مجموع ۹ جمله دنباله هندسی $\dots, ۲۴, -۱۲, ۶$ برابر ۱۰۲۶ است. درست نادرست

۲) مجموع آن دسته از اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۱ را به دست آورید که بر ۵ بخش‌پذیرند.

۳) معادله سهمی زیر را بنویسید.



۴) به روش هندسی معادله $|x| = x^2 - ۲x$ را حل کنید.

۵) سرعت یک قایق موتوری در آب راکد ۵ متر بر ثانیه است. این قایق فاصله‌ی ۴۲۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۸۰ ثانیه است. سرعت آب رودخانه چند متر بر ثانیه است؟

۶) نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$y = |x - ۱| + |x + ۲|$$

۷) مثلث ABC به رأس‌های $A(-۱, ۷)$ و $B(-۶, -۲)$ و $C(۳, ۳)$ را در نظر بگیرید.

الف) مثلث را رسم کنید.

ب) نشان دهید مثلث متساوی‌الساقین است.

پ) معادله عمودمنصف ضلع BC را به دست آورید.

ت) طول ارتفاع AH چه قدر است؟

۸) تساوی یا عدم تساوی توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ را بررسی کنید.

۹) نمودار تابع $f(x) = ۱ - \sqrt{x - ۳}$ را با استفاده از انتقال نمودار $y = \sqrt{x}$ رسم کنید. دامنه و برد آن را مشخص کنید.

۱۰ اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 + 4x + 3$ برابر $[-2, +\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید.

۱۱ اگر $f = \{(2, a^2 + a), (2a + 1, 4), (2, 6), (2b - 1, a + 2), (-5, 19)\}$ یک تابع یک به یک باشد، a و b را حساب کنید.

۱۲ اگر $f = \{(0, 2), (1, -1), (3, -\frac{1}{4}), (-2, 3), (-1, 0)\}$ و

$g = \{(2, \sqrt{2}), (-1, 2), (\frac{1}{4}, 3), (1, \frac{3}{2})\}$ باشند.

الف) تابع $f - g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.
ب) تابع $g \circ f$ را به دست آورید.

ج) مقدار $(\frac{f}{g})(1)$ را محاسبه کنید.

۱۳ نمودار تابع با ضابطه‌ی زیر را در بازه‌ی $[-1, 1]$ رسم کنید.
 $y = x - [x]$

۱۴ معادله‌ی مقابل را حل کنید.
 $\sqrt{x} + \sqrt{x + 5} = 5$

$$3, 9, 15, \dots, 99$$

$$\text{حسابی } d = 9 - 3 = 6, a_1 = 3$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow 99 = 3 + (n - 1)6 \Rightarrow 96 = 6(n - 1) \Rightarrow n - 1 = \frac{96}{6} = 16 \Rightarrow n = 17$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{17} = \frac{17}{2}(3 + 99) = 867$$

ب) درست

$$a_1 = 6 \quad q = -\frac{12}{6} = -2$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \Rightarrow S_4 = \frac{6(1 - (-2)^4)}{1 - (-2)} = \frac{6 \times 513}{3} = 1026$$

$$5, 10, 15, \dots, 100$$

$$100 = 5 + (n - 1) \times 5 \Rightarrow n = 20 \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(5 + 100) = 1050$$

در نمودار محل برخورد با محور x ها معلوم است. بنابراین از ضابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x + 1)(x - 6)$$

سهمی محور y ها را در نقطه $A(0, 2)$ قطع کرده است. بنابراین:

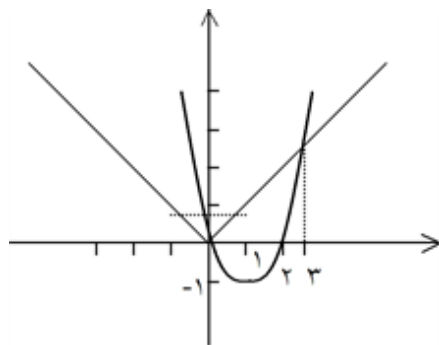
$$A(0, 2) \Rightarrow 2 = a(0 + 1)(0 - 6) \Rightarrow 2 = -6a \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x + 1)(x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(x^2 - 5x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$|x| = x^2 - 2x$$

$$f(x) = |x| \quad g(x) = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$$

با توجه به شکل جوابهای معادله عبارتند از: $x = 0, x = 3$



۲

۳

۴

$$x(\text{مسافت طی شده}) = V(\text{سرعت}) \cdot t(\text{زمان}) \Rightarrow t = \frac{x}{V}$$

سرعت آب رودخانه را V در نظر می‌گیریم.

$$t_{\text{رفت}} - t_{\text{برگشت}} = ۸۰ \Rightarrow \frac{۴۲۰}{۵ - V} - \frac{۴۲۰}{۵ + V} = ۸۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲۰} \frac{۲۱}{۵ - V} - \frac{۲۱}{۵ + V} = ۴ \xrightarrow{\times (\frac{5-V}{5+V})} ۲۱(۵ + V) - ۲۱(۵ - V) = ۴(۵ - V)(۵ + V)$$

$$\Rightarrow ۱۰۵ + ۲۱V - ۱۰۵ + ۲۱V = ۱۰۰ - ۴V^2 \Rightarrow ۴V^2 + ۴۲V - ۱۰۰ = ۰ \xrightarrow{\div ۲}$$

$$۲V^2 + ۲۱V - ۵۰ = ۰ \Rightarrow (V - ۲)(۲V + ۲۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} V = ۲ \text{ ق ق} \\ V = -\frac{۲۵}{۲} \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$x \geq ۱ \Rightarrow y = x - ۱ + x + ۲ = ۲x + ۱$$

$$-۲ \leq x < ۱ \Rightarrow y = -x + ۱ + x + ۲ = ۳$$

$$x < -۲ \Rightarrow y = -x + ۱ - x - ۲ = -۲x - ۱$$

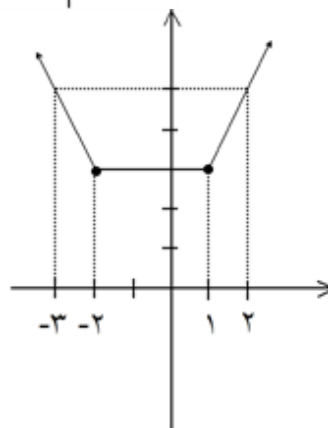
x	-۲	۱
$x - ۱$	$-$	$- \bullet +$
$x + ۲$	$- \bullet +$	$+$

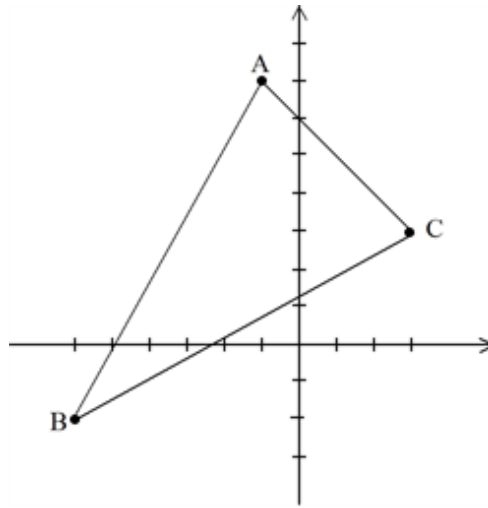
$$y = \begin{cases} ۲x + ۱ & x \geq ۱ \\ ۳ & -۲ \leq x < ۱ \\ -۲x - ۱ & x < -۲ \end{cases}$$

x	۱	۲
y	۳	۵

x	-۲	۱
y	۳	۳

x	-۲	-۳
y	۳	۵





الف ۷

$$AB = \sqrt{5^2 + 9^2} = \sqrt{106} \Rightarrow AB = BC$$

ب) در نتیجه مثلث ABC متساوی الساقین است.

$$BC = \sqrt{9^2 + 5^2} = \sqrt{106}$$

$$\text{BC وسط } M \left\{ \begin{array}{l} \frac{-6+3}{2} = \frac{-3}{2} \\ \frac{-2+7}{2} = \frac{5}{2} \end{array} \right., m_{BC} = \frac{-2-7}{-6-3} = \frac{-9}{-9} = 1 \Rightarrow m_{\text{عمودمنصف}} = -1$$

پ)

$$y - \frac{5}{2} = -1 \left(x + \frac{3}{2} \right) \text{ معادله عمودمنصف BC}$$

$$m_{BC} = \frac{5}{9}, C \left(3, 7 \right) : y - 7 = \frac{5}{9}(x - 3) \xrightarrow{\times 9} 9y - 63 = 5x - 15$$

ت)

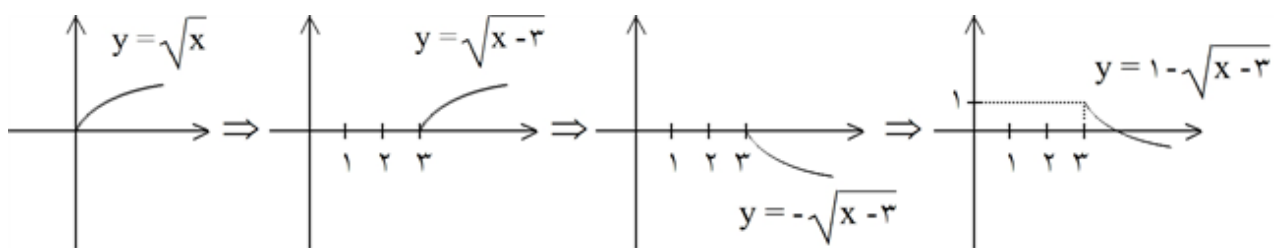
$$\Rightarrow 5x - 9y + 48 = 0 \text{ معادله خط BC}$$

$$AH = \frac{|5(-1) - 9(7) + 48|}{\sqrt{5^2 + 9^2}} = \frac{56}{\sqrt{106}}$$

$$D_f = D_g = R$$

$$g(x) = \sqrt{\sin^2 x} = |\sin x| \neq \sin x = f(x) \Rightarrow \sin x < 0 \text{ Sin برابر نمی باشد}$$

۸



۹

$$D_f = [3, +\infty)$$

$$R_f = (-\infty, 1]$$

$$f(x) = (x+2)^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (x+2)^2 \xrightarrow{x \geq -2} \sqrt{y+1} = x+2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 2$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$$

۱۰

$$a^2 + a = 6 \Rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 2) = 0$$

$$\begin{cases} a = -3 & \text{قق} \\ a = 2 & \text{قق} \end{cases}$$

$$a = -3 \Rightarrow f = \{(2, 6), (-5, 4), (2, 6), (2b - 1, -1), (-5, 19)\}$$

به ازای $a = -3$ تابع نیست.

$$a = 2 \Rightarrow f = \{(2, 6), (5, 4), (2, 6), (2b - 1, 4), (-5, 19)\}$$

$$\Rightarrow 2b - 1 = 5 \Rightarrow 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

بنابراین $a = 2$ و $b = 3$ است.

الف) $f - g = \left\{ \left(1, -\frac{7}{2} \right), (-1, -2) \right\}$ (۰/۵)

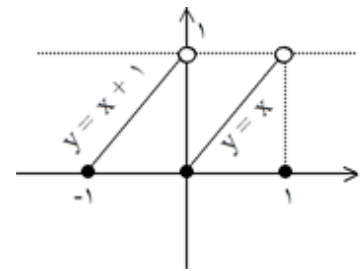
ب) $g \circ f = \left\{ (0, \sqrt{2}), (1, 2) \right\}$ (۰/۵)

ج) $\left(\frac{f}{g} \right)(1) = -\frac{2}{3}$ (۰/۵)

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x - 0$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 0$$



$$D_f = x \geq 0 \cap x \geq -5 \Rightarrow x \geq 0$$

ابتدا دامنه را تعیین می‌کنیم: (۱۴)

دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{x} + \sqrt{x+5})^2 = 25 \Rightarrow x + x + 5 + 2\sqrt{x^2 + 5x} = 25 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 5x} = 10 - x$$

$$(\sqrt{x^2 + 5x})^2 = (10 - x)^2 \Rightarrow x^2 + 5x = 100 - 20x + x^2 \Rightarrow x = 4$$

جواب، قابل قبول است، زیرا عبارتهای زیر رادیکالها، مثبت است.



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد