

نام و نام خانوادگی:

بسمه تعالی

نمره: به عدد:

سازمان آموزش و پرورش استان قم

به حروف:

اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ قم

نام و نام خانوادگی و امضای دبیر:

.....

آموزشگاه: دبیرستان استعدادهای درخشان دکتر شهرداری

آزمون درس: حسابان ۱

پایه و رشته: یازدهم ریاضی

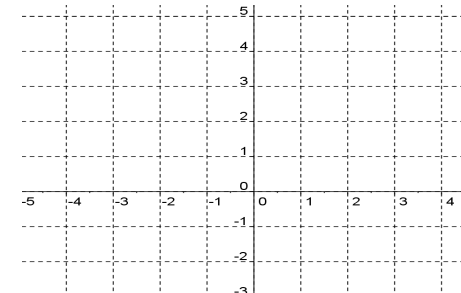
مدت آزمون: ۱۳۰ دقیقه

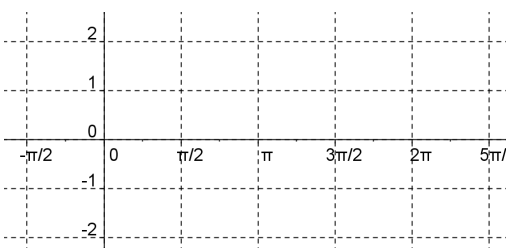
تاریخ آزمون: ۴۰۱ / ۳ / ۸

آنکه در جستجوی دانش است، بهشت در جستجوی اوست.

نبی اکرم (ص)

تعداد سوالات، ۱۷ سوال می باشد.	
۱/۵	۱ اگر α, β ریشه‌های معادله درجه‌ی دوم $x^2 + 3x + 1 = 0$ باشد، معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن، به صورت $\frac{\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta}{\alpha}$ باشد.
۱	۲ معادله‌ی زیر را با استفاده از خواص قدر مطلق، حل کنید. $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2 - x$
۱	۳ خطوط $3x + 2y = 3$ و $2x - 3y = 2$ دو ضلع یک مستطیل و $A = (2, 5)$ یکی از رئوس مستطیل می‌باشد. مساحت مستطیل را تعیین کنید.
۱	۴ آیا می‌توان مقداری برای k پیدا کرد به طوری که دو تابع زیر برابر باشند. $f(x) = x^2 - x + 1 \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & : x \neq 1 \\ k + 2x & : x = 1 \end{cases}$

۱	<p>با فرض اینکه می‌دانیم تابع $f: [۲, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ وارون‌پذیر است. دامنه و ضابطه‌ی وارون f را تعیین کنید.</p> $f(x) = x^2 + 4x$	۵
۱	<p>اگر $f(x) = x + [x]$ باشد، مجموعه جواب معادله‌ی $f(f(x)) = 4$ را تعیین کنید.</p>	۶
۰/۵	<p>به روش جبری ثابت کنید تابع $f(x) = x + [x]$ وارون‌پذیر است.</p>	۷
۰/۵	<p>نمودار تابع نمایی $y = 2^x - 3$ را رسم کنید.</p> 	۸
۱/۵	<p>ابتدا دامنه‌ی معادله‌ی لگاریتمی زیر تعیین، سپس آن را حل کنید و قابل قبول بودن جواب‌ها را به کمک دامنه بررسی کنید.</p> $\log_{\sqrt{x}}^2 + 4 \log_f^{x^2} + 9 = 0$	۹

۱	<p>۱۰ اگر داشته باشیم $\log_3^2 = a$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \log_{1.8}^{2^2}$ را بر حسب a تعیین کنید.</p>	۱۰
۱	<p>۱۱ حاصل عددی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> $\tan\left(\frac{-5\pi}{4}\right) - 2 \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right) =$	۱۱
۱	<p>۱۲ اگر $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ و $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ باشد مقدار عددی عبارت زیر را بدست آورید.</p> $A = \sin(-7\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{121\pi}{2} + \alpha\right)$	۱۲
۱	<p>۱۳ اتحاد مثلثاتی مقابل را ثابت کنید.</p> $\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\tan x + \cot x} = \frac{1}{4} \sin 4x$	۱۳
۱	<p>۱۴ ابتدا نمودار تابع $y = \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کرده، سپس به کمک آن نمودار تابع زیر را رسم کنید.</p> $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 2$ <p>(فقط با ۵ نقطه رسم شود)</p> 	۱۴

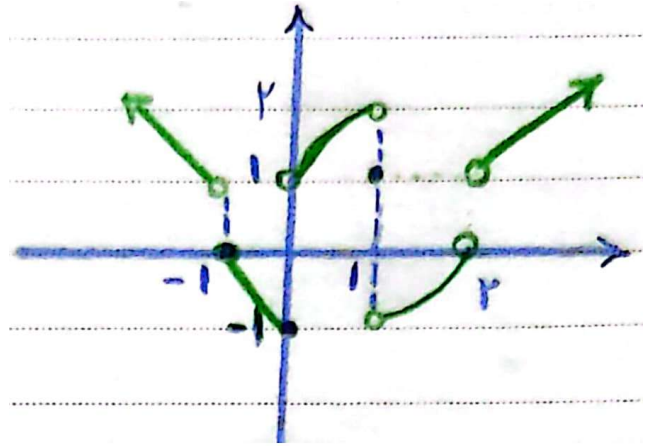
نمودار f بصورت زیر مفروض است. حدود زیر را در صورت وجود بیابید.

۱۵

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(|x|) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(-x^2 + 2x + 1)$$



حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. (نماد [] به معنی جزء صحیح است)

۱۶

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 - 2x^2 - x + 2|}{|x| - 1} =$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2 - 2 \cos 4x}}{2x + \tan x} =$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{2x^2 + 2x} =$$

۱/۵

۱۷

تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1} & : |x| < 1 \\ a[x] + b & : |x| \geq 1 \end{cases}$ روی \mathbb{R} پیوسته است. مقدار a و b را تعیین کنید. (نماد [] به معنی جزء صحیح است)

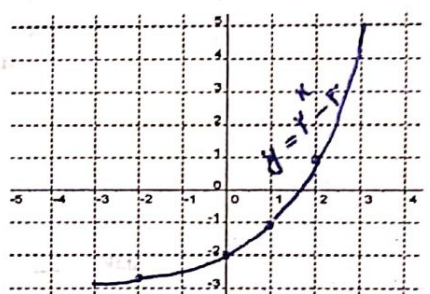
۲۰ قدرتی

آنکه در جستجوی دانش است، بهشت در جستجوی اوست.

لیبی اکرم (ص)

تعداد سوالات، ۱۷ سوال می باشد.

۱/۵	۱	<p>اگر α, β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + 3x + 1 = 0$ باشد، معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن، به صورت $\frac{\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta}{\alpha}$ باشد.</p> <p>$x^2 + 3x + 1 = 0$</p> <p>$S = -3 \Rightarrow \alpha + \beta = -3$</p> <p>$P = 1 \Rightarrow \alpha\beta = 1$</p> <p>$S' = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P} = \frac{9 - 2}{1} = 7$</p> <p>$P' = \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\beta}{\alpha} = 1$ معادله $x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 1 = 0$</p>
۱	۲	<p>معادله ی زیر را با استفاده از خواص قدر مطلق، حل کنید.</p> <p>$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2 - x$</p> <p>$\Rightarrow \sqrt{(x-2)^2} = 2 - x \Rightarrow x-2 = 2 - x$</p> <p>$\begin{cases} x-2 = 2-x \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ -x+2 = 2-x \Rightarrow 0 = 0 \end{cases}$</p> <p>معادله بنویسید جواب دارد. مجموعه جواب عبارتست از: $x \leq 2$</p>
۱	۳	<p>خطوط $2x - 3y = 2$ و $3x + 2y = 3$ دو ضلع یک مستطیل و $A = (2, 5)$ یکی از رئوس مستطیل می باشد. مساحت مستطیل را تعیین کنید.</p> <p>$2x - 3y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$</p> <p>$3x + 2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}x$</p> <p>نقطه تقاطع A از خط $2x - 3y = 2$ و $3x + 2y = 3$ است.</p> <p>$AH = \frac{ 3(2) - 2(5) - 2 }{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{ 6 - 10 - 2 }{\sqrt{13}} = \frac{6}{\sqrt{13}}$</p> <p>$AH' = \frac{ 3(2) + 2(5) - 3 }{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{ 6 + 10 - 3 }{\sqrt{13}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$</p> <p>مساحت مستطیل $AH \times AH' = \frac{6}{\sqrt{13}} \times \sqrt{13} = 6$</p>
۱	۴	<p>آیا می توان مقداری برای k پیدا کرد به طوری که دو تابع زیر برابر باشند.</p> <p>$f(x) = x^2 - x + 1$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & : x \neq 1 \\ k + 2x & : x = 1 \end{cases}$</p> <p>$k + (2 \times 1) = 1^2 - 1 + 1 \Rightarrow 2 + k = 1 \Rightarrow k = -1$</p>

۱	<p>با فرض اینکه می‌دانیم تابع $f: [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ وارون‌پذیر است. دامنه و ضابطه‌ی وارون f را تعیین کنید.</p> $f(x) = x^2 + 4x$ $x = y^2 + 4y \quad (y+2)^2 - 4 = x \quad y = \sqrt{x+4} - 2$ $f(2) = 2^2 + 4 \cdot 2 = 12$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\left. \begin{array}{l} D_{f^{-1}} = [12, +\infty) \\ R_{f^{-1}} = [2, +\infty) \end{array} \right\}$	۵
۱	<p>اگر $f(x) = x + [x]$ باشد، مجموعه جواب معادله‌ی $f(f(x)) = 4$ را تعیین کنید.</p> $f(x + [x]) = 4 \Rightarrow f(f(x)) = x + [x] + 2[x] = 4 \quad 4 - 2[x] = x$ <p>تنها جواب $x = 1$</p> <p>$[x] = 0 \rightarrow$ جواب ندارد $[x] = 1 \rightarrow x = 1$ $[x] = 2 \rightarrow$ جواب ندارد</p>	۶
۰/۵	<p>به روش جبری ثابت کنید تابع $f(x) = x + [x]$ وارون‌پذیر است.</p> $f(x_1) = f(x_2)$ $x_1 + [x_1] = x_2 + [x_2]$ $x_2 - x_1 = [x_2] - [x_1]$ <p>ضرایب x_1, x_2 جزء اعداد صحیح هستند.</p>	۷
۰/۵	<p>نمودار تابع نمایی $y = 2^x - 3$ را رسم کنید.</p> <p>نقاط:</p> <ul style="list-style-type: none"> $y(1) = 2 - 3 = -1 \quad (1, -1)$ $y(-1) = \frac{1}{2} - 3 = -2,5 \quad (-1, -2,5)$ $y(0) = 1 - 3 = -2 \quad (0, -2)$ $y(2) = 4 - 3 = 1 \quad (2, 1)$ $y(-2) = \frac{1}{4} - 3 = -2,75 \quad (-2, -2,75)$ 	۸
۱/۵	<p>ابتدا دامنه‌ی معادله‌ی لگاریتمی زیر تعیین، سپس آن را حل کنید و قابل قبول بودن جواب‌ها را به کمک دامنه بررسی کنید.</p> $\log_{\sqrt{x}}^2 + 4 \log_{\sqrt{x}}^x + 9 = 0$ <p>$x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$</p> $D_f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$ $\log_{\sqrt{x}}^2 = -4 \quad x^4 = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad x = \frac{1}{\sqrt[5]{x}} \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$ $\frac{1}{\sqrt{x}} \log_{\sqrt{x}}^2 + \frac{4}{\sqrt{x}} \log_{\sqrt{x}}^x + 9 = 0 \quad \log_{\sqrt{x}}^2 = x$ $2x + \frac{4}{x} + 9 = 0 \quad 2x^2 + 4 = -9x \quad 2x^2 + 4 + 9x = 0 \quad x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2}$ $x = \frac{-9 \pm 7}{2} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \\ -4 \end{cases} \quad \log_{\sqrt{x}}^2 = -\frac{1}{2} \quad 2 = x^{-\frac{1}{2}} \quad 2 = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad x = \frac{1}{4}$	۹

10 اگر داشته باشیم $\log_3^2 = a$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \log_{10}^{2r}$ را بر حسب a تعیین کنید.

$$\log_3^2 = a \rightarrow \log_{10}^{2r} = \frac{\log 2r}{\log 10} = \frac{2 \log 3 + 2 \log 2}{2 \log 3 + 2 \log 2}$$

$$\frac{\log 2}{\log 3} = a \rightarrow \log 2 = a \log 3 \rightarrow \frac{2 \log 3 + 2a \log 3}{2 \log 3 + 2a \log 3} = \frac{2 + 2a}{2 + 2a}$$

11 حاصل عددی عبارت زیر را تعیین کنید.

$$\tan\left(\frac{-5\pi}{4}\right) - 2 \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right) =$$

$$\frac{-5\pi}{4} = -\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \tan\left(-\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan\frac{\pi}{4} = -1$$

$$\frac{-5\pi}{6} = -\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow \tan\left(-\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow -1 - 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1$$

12 اگر $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ و $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ باشد مقدار عددی عبارت زیر را بدست آورید.

$$A = \sin(-7\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{12\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$\sin(-7\pi + \alpha) = -\sin \alpha \rightarrow A = -2 \sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{12\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \rightarrow \frac{-2}{5} = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\frac{9}{5} = 2 \sin^2 \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\rightarrow A = -2 \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{10}$$

$\frac{9}{25} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$
 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$
 $\rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$

13 اتحاد مثلثاتی مقابل را ثابت کنید.

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\tan x + \cot x} = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{1}{\sin x \cos x}} = \frac{1}{2} \sin 2x$$

14 ابتدا نمودار تابع $y = \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کرده، سپس به کمک آن نمودار تابع زیر را رسم کنید.

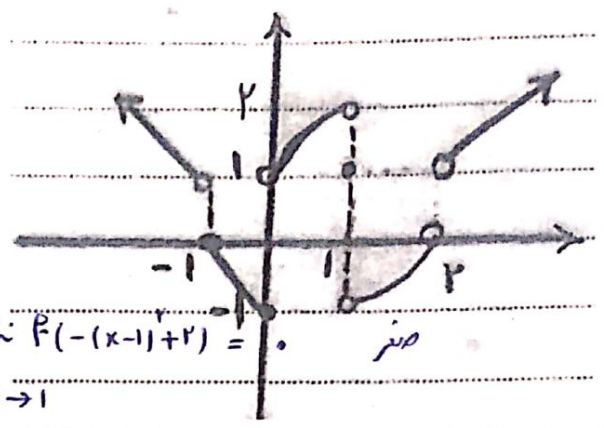
$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 2$ (فقط با 5 نقطه رسم شود)

نمودار f بصورت زیر مفروض است. حدود زیر را در صورت وجود بیابید.

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$ *ندار*

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(|x|) = ?$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(-x^2 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow 1} (-x^2 + 2x - 1 + 2) = \lim_{x \rightarrow 1} f(-(x-1)^2) = ?$



۳

حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. (نماد [] به معنی جزء صحیح است)

۱) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 2x^2 - x + 2|}{|x| - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|(x-2)(x^2-1)|}{|x|-1} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-(x^2 - 2x^2 - x + 2)}{x-1} = \frac{-(x+1)(x-2)}{x-1} = -2$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{(x-2)(x^2-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2)(x+1)}{1} = -2$

۲) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-2\cos^2 x}}{2x + \tan x} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{1-\cos^2 x}}{2x + \tan x} \xrightarrow{\text{مساوی}} \frac{\sqrt{2} x \sqrt{17x^2}}{2x + x} = \frac{\sqrt{2} x \frac{|17x|}{2}}{3x} = \frac{|17x|}{3x} = \frac{|17|}{3} = \frac{17}{3}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|17x|}{3x} = -\frac{17}{3}$

۳) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{2x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{2x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{2x} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{1}{-2} \cdot \frac{1}{1} = -\frac{1}{2}$

۱۶

۱/۵

روی R پیوسته است. مقدار a و b را تعیین کنید. (نماد [] به معنی جزء صحیح است)

تابع $\begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-1} : |x| < 1 \\ a[x]+b : |x| \geq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-1} & -1 < x < 1 \\ a[x]+b & x \geq 1 \\ & x \leq -1 \end{cases} \rightarrow R$

وقتی R را بررسی می‌کنیم $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a+b \rightarrow a+b=2$

و اگر $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{مساوی}} x^2+1=2$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -a+b \rightarrow -a+b = a+b \rightarrow a=0$

۲۰

قدرتی $f(-1) = -a+b$

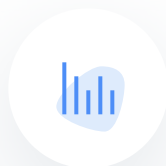
$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 2$

$-a+b=2 \rightarrow a=0, b=2$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد