



مدت زمان آزمون : ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

دبیرستان: نمونه دولتی ملاصدرا

نام آزمون: امتحان نوبت اول - ریاضی و آمار ۲

نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲

۱) گزاره را تعریف کنید و یک مثال برای آن بنویسید.

۲) با رسم جدول ارزشی، درستی قوانین دمورگان را نشان دهید.

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \quad \text{الف) } \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

۳) درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید.

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۴) جاهای خالی را کامل کنید.

الف) هر عضو از دامنه تابع همانی به ..... در برد تابع نظیر می‌شود.

ب) ضابطه تابع همانی به صورت ..... است.

پ) نمودار مختصاتی تابع همانی به صورت ..... در صفحه مختصات است.

ت) در نمایش زوج مرتبی تابع ..... مؤلفه اول و دوم هر زوج مرتب با هم برابرند.

۵) ترکیب فصلی دو گزاره زمانی درست است که ..... و زمانی نادرست است که .....

۶) ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که ..... و زمانی نادرست است که .....

۷) در گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  اگر  $p$  ..... باشد، آنگاه ارزش گزاره شرطی به انتقای مقدم درست است.

۸) اگر گزاره  $(p \wedge \sim q)$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $(\sim p \vee q)$  را مشخص کنید.





۹) گزاره "مکعب یک عدد، بزرگتر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است." را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

۱۰) ثابت کنید اگر  $n$  عددی صحیح و  $n^2$  زوج باشد؛ آن گاه  $n$  زوج است.

۱۱) با استفاده از جدول ارزش درستی نشان دهید استدلال به روش مغالطه معتبر نیست.

$$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$$

۱۲) نام استدلال زیر چیست؟ درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید.

آرش معتقد است که "هر کس مرا دوست دارد، عیوب مرا به من می گوید. از طرفی سعید عیوب مرا به من گفته است، پس سعید مرا دوست دارد."

۱۳) استدلال زیر در کدام مرحله نادرست است؟ دلیل نادرستی آن را بنویسید.

۱)  $\frac{3x+4}{3x+2} = 2x$     ۲)  $\frac{4}{2} = 2x$     ۳)  $4x = 4$     ۴)  $x = 1$

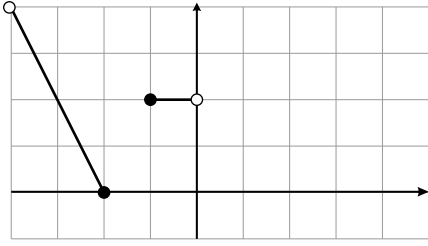
۱۴) جدول زیر را کامل کنید.

نمودار مختصاتی	نمایش زوج مرتبی	نمودار پیکانی

۱۵) با توجه به تابع دو ضابطه‌ای  $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \geq 2 \\ -2x-1, & x < 2 \end{cases}$  حاصل  $f(3) + f(-1)$  را به دست آورید.



۱۶ ضابطه تابع و نمودار آن را کامل کنید.



$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \geq 0 \\ 2 & \dots \\ \dots & -4 < x \leq -2 \end{cases}$$

۱۷ مقدار  $a, b$  را طوری مشخص کنید که ضابطه  $f(x) = (a - 1)x^2 + bx + 4$  یک تابع ثابت باشد.

۱۸ مقادیر  $a, b, c$  را طوری تعیین کنید که ضابطه  $f(x) = (a - b)x^2 + cx + 3 - b$  یک تابع همانی باشد.

۱۹ اگر  $f$  یک تابع ثابت باشد، مقدار  $m \times n$  را به دست آورید.  $(m, n \in N)$

$$f = \{(1, n - 2), (2, m + 4), (0, 5)\}$$

۲۰ اگر تابع ثابت  $f$  با ضابطه  $f(x) = -1$  و تابع  $g$  همانی باشد، مقدار عبارت زیر کدام است؟

$$A = \frac{g(2) + f(3) + g(-1)}{3f(3) + 5g(6)}$$

# پاسخنامه تشریحی

۱ گزاره، جمله‌ای خبری است که در حال یا آینده بتوانیم درستی یا نادرستی آن را مشخص کنیم. مثال: عدد ۱۵ فرد است.

۲ ملاحظه می‌شود که ستون آخر هر دو جدول دقیقاً دارای ارزش یکسان هستند.

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

$p$	$q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
د	د	د	ن
د	ن	د	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	د

الف

ب

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	د

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
د	د	د	ن
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	د

رزش یکسان هستند.

۳

$p$	$q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

۴ الف) خودش

ب)  $f(x) = x$

پ) نیمساز ناحیه اول و سوم

ت) همانی

۵ ترکیب فصلی دو گزاره زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد و زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند.

۶ ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و زمانی نادرست است که حداقل یکی نادرست باشد.

۷ نادرست

۸ از نادرستی گزاره  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$  مشخص می‌شود که مقدم  $p$  باید درست باشد و تالی یعنی  $p \wedge \sim q$  باید نادرست باشد و از نادرستی ترکیب عطفی  $p \wedge \sim q$  چون  $p$  درست است، لذا  $\sim q$  باید نادرست و  $q$  گزاره درست باشد.

$$p \equiv T, q \equiv T, \sim p \equiv F, \rightarrow \sim p \vee q \equiv F \vee T \equiv T$$

$$x^3 > 7x + 5$$

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$
 می‌دانیم

$$(n \in \mathbb{Z}) \begin{matrix} p: n^2 \text{ زوج است} \\ q: n \text{ زوج است} \end{matrix} \rightarrow p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

اثبات درستی گزاره بالا از طریق  $p \Rightarrow q$  دشوار است؛ با استفاده از قضیه عکس نقیض گزاره شرطی یعنی درستی  $\sim q \Rightarrow \sim p$  ثابت می‌کنیم.

اگر  $n$  فرد باشد، آن‌گاه  $n^2$  فرد است:

$$(n \in \mathbb{Z}) \begin{matrix} p: n^2 \text{ فرد است} \\ \sim q: n \text{ فرد است} \end{matrix} \rightarrow \sim q \Rightarrow \sim p$$
 اگر  $n$  فرد باشد، آن‌گاه  $n^2$  فرد است.

$$\text{فرد } n \text{ و } (n \in \mathbb{Z}) \rightarrow n = 2k + 1 \rightarrow n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 2(2k)(1) + 1^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2k' + 1 \rightarrow \text{الگوی عدد فرد است}$$



$$(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$$

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge q$	$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	ن
ن	ن	د	ن	د

با توجه به اینکه ستون آخر که مربوط به مغالطه است در تمامی حالت‌ها درست نیست پس استدلال به روش مغالطه معتبر نیست.

۱۲) استدلال مغالطه به صورت روبه‌رو است:

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \frac{q}{\therefore p} \end{array}$$

با فرض  $p$ : هرکس مرا دوست دارد.

$q$ : عیوب مرا به من می‌گوید.

پس استدلال از نوع مغالطه است.

ولی نتیجه آن باید بررسی شود.

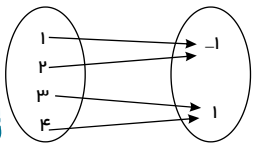
مغالطه همیشه نادرست است.

۱۳) گام دوم نادرست است. در گام دوم اجازه ساده کردن  $3x$  وجود ندارد چون بین دو جمله در صورت و مخرج کسر علامت جمع وجود دارد و این ساده کردن امکان‌پذیر نیست.

۱۴) با توجه به مختصات نقاط در نمودار مختصاتی، نمایش زوج مرتبی این تابع را مشخص می‌کنیم.

$$\{(1, -1), (2, -1), (3, 1), (4, 1)\}$$

مؤلفه‌های اول نمایش زوج مرتبی مربوط به دامنه و مؤلفه‌های دوم آن مربوط به اعضای برد تابع است در نتیجه نمودار پیکانی این تابع به صورت زیر خواهد بود.



۱۵) با توجه به اینکه ۳ بزرگتر از ۲ است  $(x \geq 2)$  برای به دست آوردن  $f(3)$  از ضابطه  $f(x) = 3x + 1$  استفاده می‌کنیم.

$$f(3) = 3 \times 3 + 1 = 10$$

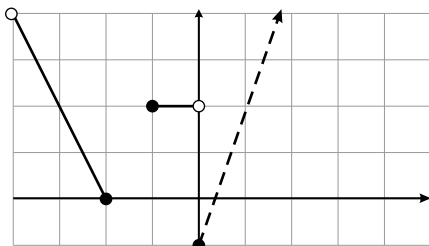
همچنین ۱ کوچکتر از ۱ است  $(x < 1)$  برای به دست آوردن  $f(-1)$  از ضابطه  $f(x) = -2x - 1$  استفاده می‌کنیم.

$$f(-1) = -2 \times (-1) - 1 = 2 - 1 = 1$$

و در آخر حاصل  $f(3) + f(-1)$  را به دست می‌آوریم.

$$f(3) + f(-1) = 10 + 1 = 11$$

۱۶)



$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \leq 0 \\ 2 & -1 \leq x < 0 \\ -2x - 4 & -4 < x \leq -2 \end{cases}$$

۱۷) ضابطه تابع ثابت به صورت  $f(x) = c$  (یک عدد حقیقی) است.

$$f(x) = (a - 1)x^2 + bx + 4 \Rightarrow \begin{cases} a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

با قرار دادن  $a = 1, b = 0$  در ضابطه تابع داریم:

$$f(x) = 4$$

۱۸) ضابطه تابع همانی به صورت  $f(x) = x$  است.

با توجه به ضابطه تابع همانی ضریب  $x^2$  یعنی  $a - b$  برابر صفر و ضریب  $x$  یعنی  $c$  برابر ۱ و مقدار ثابت  $b - 3$  برابر صفر باشد.

$$3 - b = 0 \Rightarrow b = 3, \quad c = 1, \quad a - b = 0 \xrightarrow{b=3} a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

۱۹)

$$n - 2 = 5 \Rightarrow n = 7 \quad m + 4 = 5 \quad m = 1 \quad m \times n = 7$$



۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$f(x)$  یک تابع ثابت است که به ازای هر مقدار  $x$  مقدار  $-1$  را می‌دهد و  $g$  تابعی همانی است که ضابطه آن  $g(x) = x$  است، لذا داریم:

$$A = \frac{g(2) + f(3) + g(-1)}{3f(3) + 5g(6)} = \frac{2 + (-1) + (-1)}{3 \times (-1) + 5 \times (6)} = \frac{0}{27} = 0$$



## اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



**تمام پایه ها**

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



**همیشه رایگان**

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد