

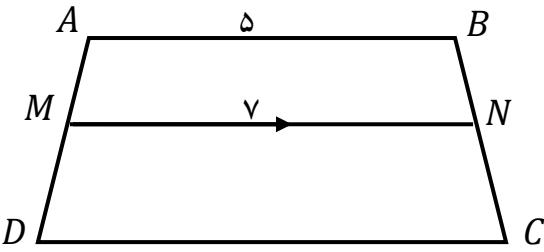
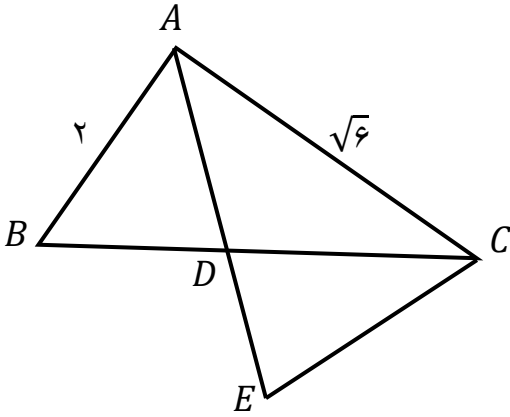
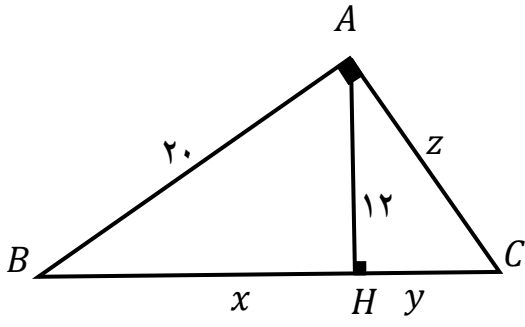
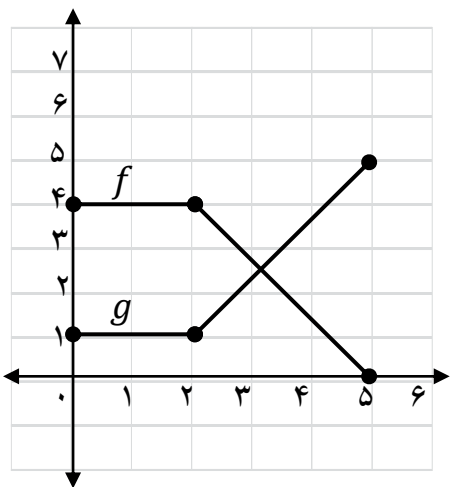


آزمون هماهنگ ترم اول درس: ریاضی ۲		 وزارت آموزش و پرورش سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان اداره استعداد های درخشان استان لرستان		نام:
پایه: یازدهم	رشته: تجربی			نام خانوادگی:
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲		شماره صندلی:		
زمان پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه		ردیف:	کلاس:	
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.		امتحان در ۳ صفحه و به تعداد ۱۶ سوال می باشد.		

ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر α و β محل برخورد تابع $f(x) = 2x^2 + kx - k$ با محور x باشند و $\alpha + \beta = 3 - \alpha\beta$ آنگاه $k = 3$.</p> <p>ب) صفرهای هر تابع همان محل برخورد نمودار تابع با محور y ها است.</p> <p>ج) مجموعه تمام نقاطی که از یک خط به فاصله ۲ سانتیمتر هستند خطی است موازی و به فاصله ۲ سانتیمتر از آن خط.</p> <p>د) دو تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{1+x} \sqrt{1-x}$ با هم مساوی هستند.</p>	۱
۲	<p>در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) در مثلث با رأس های $A(2, 7)$، $B(4, -6)$ و $C(-2, 8)$ معادله میانه وارد بر ضلع BC برابر است با.....</p> <p>ب) نتیجه گیری بر اساس واقعیت هایی که درستی آنها را پذیرفته ایم، استدلال نامیده می شود.</p> <p>ج) معادله درجه دومی که ریشه هایش $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ است به صورت می باشد.</p> <p>د) محل برخورد عمود منصف های هر مثلث مرکز دایره ای است که از مثلث می گذرد.</p>	۱
۳	<p>دو نقطه روی خط $x + y = 2$ قرار دارند که فاصله آنها از خط $y = \frac{1}{3}x - 1$ برابر $\sqrt{10}$ است. فاصله این دو نقطه را بیابید.</p>	۱/۵
۴	<p>منحنی تابع $y = ax^2 - ax + 2a - 1$ فقط از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی گذرد، محدوده a را مشخص کنید.</p>	۱
۵	<p>به ازای کدام مقادیر m مجموع مجذورات ریشه های معادله $2x^2 - mx + m = 0$ برابر ۳ است؟</p>	۱
۶	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$	۱
۷	<p>متحرکی مسیر ۱۵۰۰ متری را بدون توقف رفته و برگشته است. اگر اختلاف سرعت رفت و برگشت ۵ متر بر ثانیه و اختلاف زمان رفت و برگشت ۵۰ ثانیه باشد، مجموع زمان رفت و برگشت چند ثانیه است؟</p>	۱

۱	<p>نقطه A به فاصله ۴ سانتیمتر از خط d قرار دارد. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ را طوری رسم کنیم که مساحت آن ۸ سانتیمتر مربع باشد و دو رأس دیگر آن روی خط d باشد. روش رسم مثلث را توضیح دهید.</p>	۸
۱/۵	<p>در ذوزنقه $ABCD$ پاره خط MN موازی قاعده‌ها رسم شده و $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ است. طول قاعده DC را بیابید.</p> 	۹
۱/۵	<p>در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE را به دست آورید.</p> 	۱۰
۱/۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه ABC اگر $AH = 12$ در این صورت $x + y + z$ را به دست آورید.</p> 	۱۱
۱	<p>اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $D_f = R - \{a, b\}$ می‌باشد، در این صورت مقدار $a + b + k^2$ را به دست آورید.</p>	۱۲

۱/۵	با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ، نمودار تابع $g(x) = 1 - 2\sqrt{x} + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بیابید.	۱۳
۱/۵	الف) با محدود کردن دامنه تابع $y = x^2 - 4x + 3$ این تابع را به تابعی یک به یک تبدیل کنید. ب) تابع خطی f مفروض است. اگر نمودار دو تابع f و f^{-1} محور x ها را در نقطه‌ای به طول <u>یک</u> قطع کنند، مقدار $f^{-1}(2)$ را بیابید.	۱۴
۱/۵	الف) نمودار تابع $f(x) = x + [x]$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم کنید. ب) معادله زیر را حل کنید. $\left[x + \frac{1}{3}\right] + \left[x - \frac{2}{3}\right] = 3$	۱۵
۱/۵	۱۶ در شکل زیر نمودار دو تابع f و g رسم شده است. ضابطه <u>حاصل جمع</u> این دو تابع را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.	۱۶



نام:
نام خانوادگی:
شماره صندلی:
کلاس:
ردیف:



وزارت آموزش و پرورش
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان
اداره استعدادهای درخشان استان لرستان



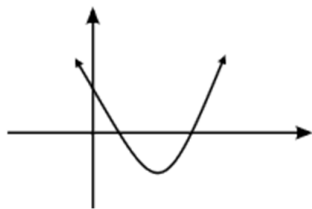
**** هر نیاز کشور، یک سمپادی آماده اثرگذاری ****

پاسخ نامه آزمون هماهنگ نوبت اول
درس: ریاضی ۲
پایه: یازدهم
رشته: تجربی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲
زمان پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه

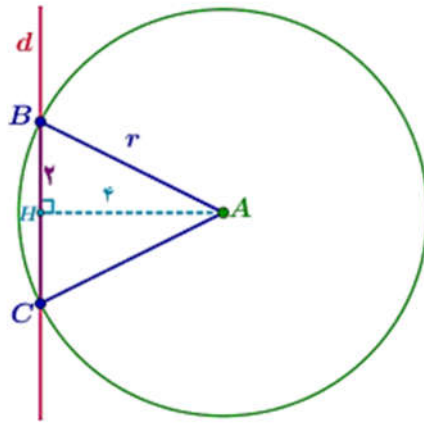
پاسخ نامه در ۵ صفحه و به تعداد ۱۶ سوال می باشد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

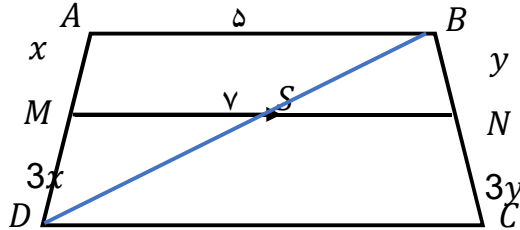
ردیف	سوالات	بار م
۱	الف) نادرست ب) نادرست ج) نادرست د) درست	۱
۲	الف) $y = 6x - 5$ ب) استنتاجی ج) $x^2 - 3x + 1 = 0$ د) سه رأس	۱
۳	دو نقطه روی خط $y = 2 - x$ قرار دارند، پس می توانیم مختصات آن ها را به صورت $\begin{cases} \alpha \\ 2 - \alpha \end{cases}$ نشان دهیم. فاصله نقطه $A \begin{cases} \alpha \\ 2 - \alpha \end{cases}$ از خط $x - 3y - 3 = 0$ به صورت زیر است: $\frac{ \alpha - 6 + 3\alpha - 3 }{\sqrt{1 + 9}} = \sqrt{10} \Rightarrow 4\alpha - 9 = 10$ $\Rightarrow 4\alpha - 9 = \pm 10 \Rightarrow \alpha = \frac{19}{4}, \alpha = \frac{-1}{4}$ پس مختصات این نقاط $\begin{cases} -1 \\ 4 \end{cases}$ و $\begin{cases} 19 \\ 4 \end{cases}$ هستند و فاصله آن ها برابر است با: $\sqrt{\left(\frac{19}{4} + \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{-11}{4} - \frac{9}{4}\right)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$	۱/۵
۴	برای آنکه تابع $y = ax^2 + bx + c$ فقط از ناحیه سوم عبور نکند باید $a > 0, \Delta > 0$ و $S > 0$ و $P \geq 0$ باشد. $a > 0 \rightarrow a > 0$ $\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow a^2 - 4a(2a - 1) > 0 \rightarrow a^2 - 8a^2 + 4a > 0$ $\rightarrow -7a^2 + 4a > 0 \rightarrow a(-7a + 4) > 0 \rightarrow 0 < a < \frac{4}{7}$ $S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow \frac{a}{a} > 0 \rightarrow 1 > 0$. برقرار است. $P \geq 0 \rightarrow \frac{c}{a} \geq 0 \rightarrow \frac{2a - 1}{a} \geq 0 \rightarrow 2a - 1 \geq 0 \rightarrow a \geq \frac{1}{2}$ از اشتراک جواب های به دست آمده به جواب $\frac{1}{2} \leq a < \frac{4}{7}$ می رسیم.	۱



۱	<p>اگر α و β ریشه‌های معادله داده شده باشند $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{m}{2}$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{m}{2}$ است.</p> <p>فرض: $\alpha^2 + \beta^2 = 3 \rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3 \rightarrow \frac{m^2}{4} - m = 3 \rightarrow m^2 - 4m = 12 \rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0$</p> <p>$\rightarrow (m - 6)(m + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 6 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 - 6x + 6 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \text{ غیر قابل قبول} \\ m = -2 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow \Delta > 0 \text{ قابل قبول} \end{cases}$</p>	۵
۱	<p>$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (1 + \sqrt{2x-5})^2 \Rightarrow x+1 = 1 + 2\sqrt{2x-5} + 2x-5$</p> <p>$5-x = 2\sqrt{2x-5} \Rightarrow 25 - 10x + x^2 = 8x - 20 \Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-15) = 0$</p> <p>$x=3, x=15 \times$</p>	۶
۱	<p>اگر سرعت رفت v و سرعت برگشت $5 - v$ باشد، آنگاه داریم:</p> <p>$t = \frac{x}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رفت}} = \frac{1500}{v} \\ t_{\text{برگشت}} = \frac{1500}{v-5} \end{cases} \xrightarrow{t_{\text{برگشت}} > t_{\text{رفت}}} \frac{1500}{v-5} - \frac{1500}{v} = 50 \Rightarrow \frac{1500(v-v+5)}{v^2-5v} = 50 \Rightarrow 30(5) = v^2 - 5v$</p> <p>$\Rightarrow v^2 - 5v - 150 = 0 \Rightarrow (v-15)(v+10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 15 \checkmark \\ v = -10 \text{ غرق} \end{cases}$</p> <p>بنابراین سرعت رفت برابر ۱۵ و سرعت برگشت برابر ۱۰ می‌باشد و داریم:</p> <p>$t_{\text{رفت}} = \frac{1500}{15} = 100$ $t_{\text{برگشت}} = \frac{1500}{10} = 150$ ثانیه = مجموع زمان رفت و برگشت \Rightarrow</p>	۷
۱	<p>پ) چون فاصله عمودی نقطه A از خط d برابر ۴ است و این فاصله همان ارتفاع مثلث است، اگر بخواهیم مساحت این مثلث ۸ سانتی متر مربع باشد باید قاعده آن ۴ سانتی متر باشد یعنی فاصله دو نقطه B و C روی خط d برابر ۴ باشد. در نتیجه طبق قضیه فیثاغورث داریم:</p> <p>$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow r^2 = (4)^2 + (2)^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{20}$</p> <p>بنابراین اگر دایره ای به شعاع $\sqrt{20}$ بزنیم و محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس های مثلث است زیرا: $AC = AB = \sqrt{20}$ این همان مثلثی است که مساحت آن ۸ می شود.</p> <p>$S_{ABC} = \frac{1}{2}(4)(4) = 8$</p>	۸



۱/۵

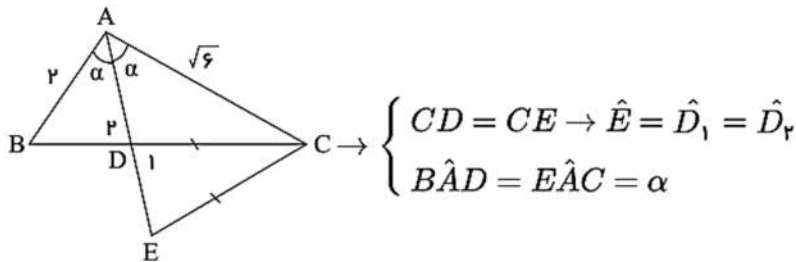


۹

$$\frac{3x}{4x} = \frac{MS}{5} \Rightarrow MS = \frac{15}{4} \Rightarrow SN = y - \frac{15}{4} = \frac{13}{4}$$

$$\frac{y}{4y} = \frac{4}{DC} \Rightarrow DC = 13$$

۱/۵



۱۰

بنابراین دو مثلث ACE و ABD در حالت دو زاویه مساوی با هم متشابه هستند و می دانیم که نسبت مثلث ها برابر مجذور نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACE}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱/۵

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 144 = xy (*)$$

$$\triangle ABH \text{ قضیه فیثاغورس در } x^2 + 144 = 400 \Rightarrow x^2 = 256 \Rightarrow x = 16$$

$$144 = xy \xrightarrow{x=16} y = 9$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow z^2 = y(x + y) = xy + y^2$$

$$= 144 + 81 = 225 \Rightarrow z = 15 \Rightarrow x + y + z = 16 + 9 + 15 = 40$$

۱۱

ابتدا توجه کنید که $x = 1$ در دامنه تابع f قرار ندارد. پس $a = 1$ است.

از طرف دیگر Δ در چندجمله‌ای $x^2 + 4x - k^2$ مقداری مثبت است.

$$\Delta = 16 + 4k^2 > 0$$

پس این چندجمله‌ای دو ریشه دارد که در دامنه تابع f قرار ندارند. چون فقط دو عدد در دامنه

این تابع قرار ندارند، پس حتماً یکی ریشه‌های $x^2 + 4x - k^2$ عدد ۱ است. بنابراین:

$$1 + 4 - k^2 = 0 \Rightarrow k^2 = 5$$

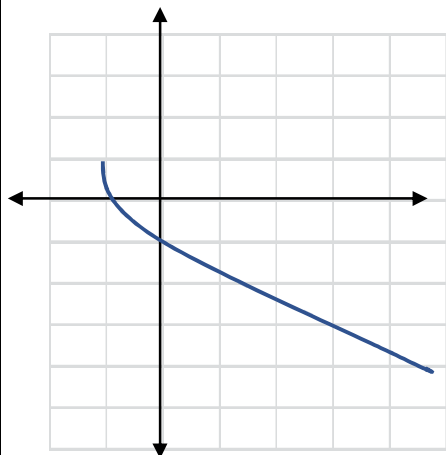
$$x^2 + 4x - k^2 = x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } -5$$

پس $b = -5$ هم در دامنه تابع f قرار ندارد. بنابراین داریم:

$$a + b + k^2 = 1 - 5 + 5 = 1$$

۱/۵

$$D = [-1, +\infty) R = (-\infty, 1]$$



۱/۵

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x \leq 2 \text{ or } x \geq 2$$

(ب) تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم و داریم:

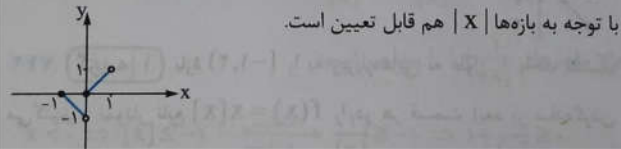
$$(1, 0) \in f \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow a(1) + b = 0 \rightarrow a + b = 0$$

$$(1, 0) \in f^{-1} \rightarrow (0, 1) \in f \rightarrow f(0) = 1 \rightarrow a(0) + b = 1 \rightarrow b = 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \rightarrow a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = -x + 1 \rightarrow y = -x + 1$$

$$\rightarrow x = -y + 1 \rightarrow f^{-1}(x) = -x + 1 \xrightarrow{x=2} f^{-1}(2) = -2 + 1 = -1$$

	توپر	توخالی
$-1 \leq x < 0 \Rightarrow x = -x$ $\Rightarrow y = x + [x] = x + (-1)$ $\Rightarrow y = -x - 1$	$\begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix}$
$0 \leq x < 1 \Rightarrow x = x$ $\Rightarrow y = x + [x] = x + 0$ $\Rightarrow y = x$	$\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$



(الف)

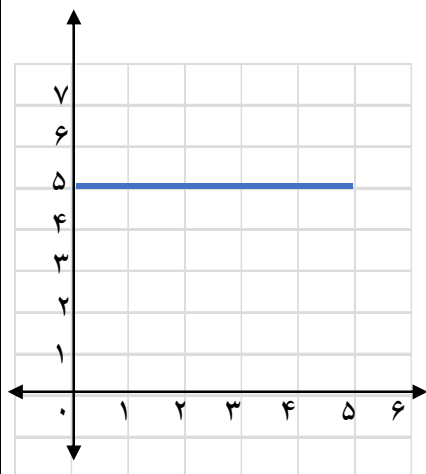
(ب)

$$\left[x + \frac{1}{3} \right] + \left[x - \frac{2}{3} \right] = 3 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{1}{3} - 1 \right] = 3$$

$$\Rightarrow 2 \left[x + \frac{1}{3} \right] = 4 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{3} \right] = 2 \Rightarrow$$

$$2 \leq x + \frac{1}{3} < 3 \Rightarrow \frac{5}{3} \leq x < \frac{8}{3}$$

$$f(x) = \begin{cases} 4 & 0 \leq x < 2 \\ -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3} & 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 2 \\ \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} & 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow f + g = 5, 0 \leq x \leq 5$$



در تصحیح نظر همکاران محترم صائب است.



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد