درس ۳

تابع نمایی

فعالیت

«بنیاد ملی بازی‌های رایانه‌ای» با هدف تبیین، تقویت و ترویج مبانی فرهنگ و هویت ایرانی ــ اسلامی و حمایت کامل از ظرفیت‌های موجود صنعت بازی‌های رایانه‌ای، از سال ۱۳۸۵ شروع به‌کار کرده و تاکنون تولیدات خوبی داشته است.

یکی از تولیدات این بنیاد، «مجموعهٔ بازی‌های سبز» است که قرار است دانش‌آموز را در قالب بازی، به آموزش و نگهداری از منابع و ترویج فرهنگ درخت‌کاری هدایت کند. بازی به این صورت است که در شروع بازی یک امتیاز به بازیکن داده می‌شود. اگر بازیکن بتواند در طول بازی در مرحلهٔ اوّل، یکی از عوامل آلوده‌کنندهٔ محیط‌زیست را شناسایی و نابود کند، ۳ امتیاز می‌گیرد. در مرحلهٔ دوم، اگر بازیکن بتواند عامل دیگری را که باعث تخریب محیط‌زیست می‌شود شناسایی و نابود کند، ۹ امتیاز می‌گیرد و به همین ترتیب در مرحلهٔ بعد، ۲۷ امتیاز، در مرحلهٔ بعد از آن ۸۱ امتیاز و ... خواهد گرفت. بازی زمانی تمام می‌شود که بازیکن به امتیاز ۴۳۰۴۶۷۲۱ برسد. اکنون به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۱. فکر می‌کنید در مرحلهٔ ششم، بازیکن چند امتیاز خواهد گرفت؟ $۳^{۱۶}$

برای یافتن پاسخ، جدول زیر را کامل کنید.

جدول ۱

میزان امتیازهای کسب شده	تعداد مراحل بازی
$۳^۰ = ۱$	۰
$۳^۱ = ۳$	۱
$۳^۲ = ۹$	۲
$۳^۳ = ۲۷$	۳
? $۳^۴ = ۸۱$	۴
۲۴۳	? ۵
? $۳^۶ = ۷۲۹$	۶
? $۳^۷ = ۲۱۸۷$	۷
? $۳^۸ = ۶۵۶۱$	۸
? $۳^۹ = ۱۹۶۸۳$	۹
? $۳^{۱۰} = ۵۹۰۴۹$	۱۰

hamyar.in همیار

میزان امتیاز کسب شده = $۳^{(\text{تکرار مراحل بازی})}$

۲. در کدام مرحله، میزان امتیازات کسب شده ۶۵۶۱ خواهد شد؟ مرحله هشتم

۳. آیا اعداد این جدول، الگویی را مشخص می‌کند؟ بین تعداد مراحل بازی و میزان امتیازات کسب شده، رابطه‌ای به‌دست آورید. بله

۴. با توجه به رابطهٔ به‌دست آمده در قسمت قبل، آیا می‌توانید امتیازات کسب شده در مراحل دهم، بیستم و یا مرحلهٔ nام را به‌دست آورید؟

$a_{۱۰} = ۳^{۱۰} = ۵۹۰۴۹$ $\quad a_n = ۳^n$

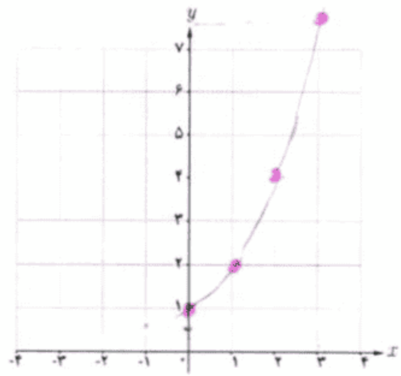
$a_{۲۰} = ۳^{۲۰} = ۳۴۸۶۷۸۴۴۰۱$

فعالیت

در بخش دنباله‌ها، با توجه به مثلث خیام و اعداد واقع در این مثلث، الگویی را به‌دست آوردیم که به عنوان تابع از ضابطهٔ $f(n) = ۲^n$ پیروی می‌کرد. دوباره به این فعالیت برمی‌گردیم؛ به صفحه ۹۱

۱. مقادیر به‌دست آمده در آن فعالیت را در جدولی تنظیم کنید و نقاط به‌دست آمده را روی دستگاه مختصات زیر نمایش دهید.

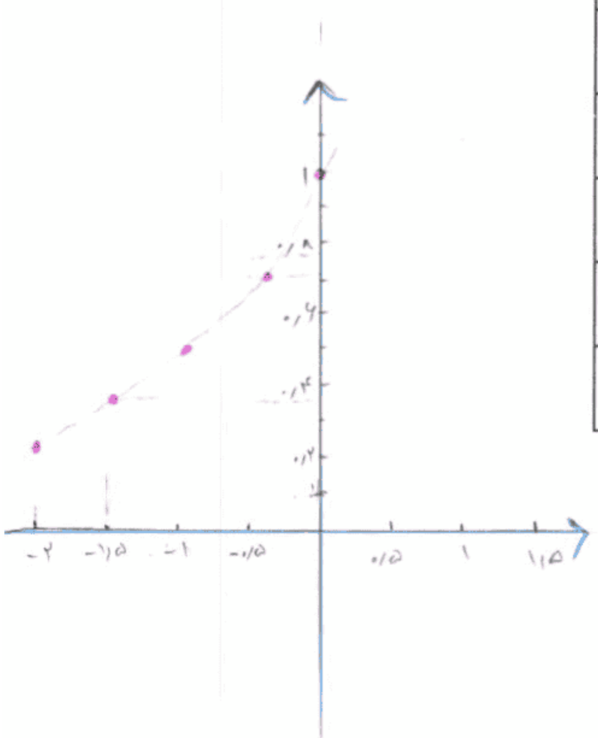
x	y
۰	۱
۱	۲
۲	۴
۳	۸
۴	۱۶
⋮	⋮



تهیه کننده:
گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

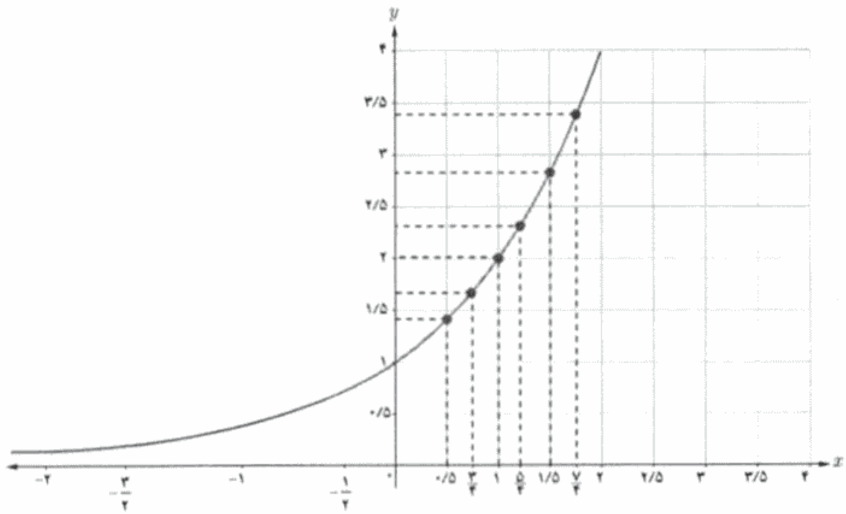
۲. جدول زیر را با ماشین حساب کامل کرده‌ایم. این نقاط را نیز در دستگاه مختصات بالا نشان دهید.

x	۲^x
۰	۱
$-\frac{۱}{۲}$	۰/۷۰۷
-۱	۰/۵۰۰
$-\frac{۳}{۲}$	۰/۳۵۳
-۲	۰/۲۵۰



hamyar.in همیار

۳. اگر مقادیر تابع $f(x)=2^x$ را برای xهای دیگر نیز به‌دست آوریم، نمودار تابع $f(x)=2^x$ به صورت زیر خواهد بود :



هر تابع به‌صورت $y=a^x$، که a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک است، یک تابع نمایی[1] نامیده می‌شود.

تذکر : حرف a معرف پایه و حرف x معرفِ نما یا توان است. با نمادهای تعریف شده در سال دهم برای یک تابع، می‌توان تابع نمایی f را به‌صورت زیر تعریف کرد :

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$

$f(x)=a^x \qquad (a>0\ ,\ a\neq 1)$

منظور از $\mathbb{R}^+$، مجموعهٔ $\{x\,|\,x\in\mathbb{R}\ ,\ x>0\}$ است.

فعالیت

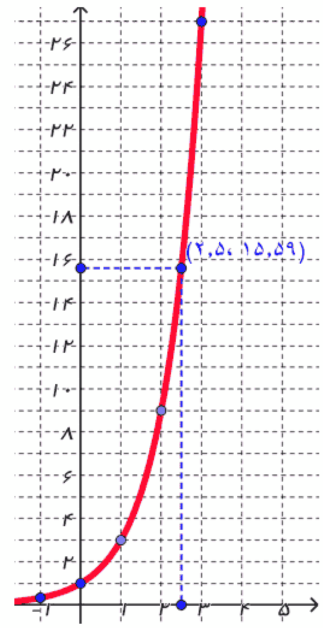
الف) در فعالیت ابتدای این درس با تابع نمایی $y=3^x$ آشنا شدید. نقاط y حاصل شده در جدول صفحهٔ بعد را روی محورهای مختصات به‌دست آورید. سپس آنها را به هم وصل کنید.

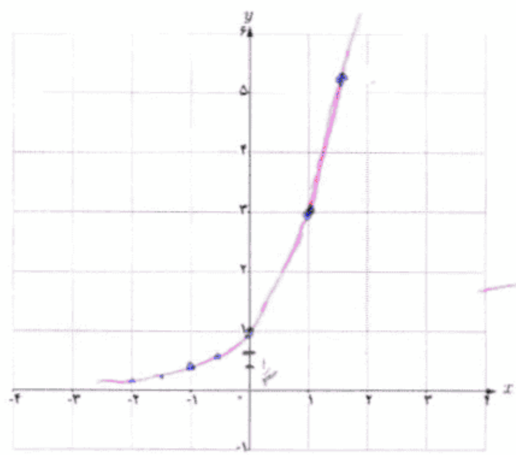
۱ــ این تابع به این علت نمایی نامیده می‌شود که متغیر x در نما یا توان قرار دارد.

hamyar.in همیار

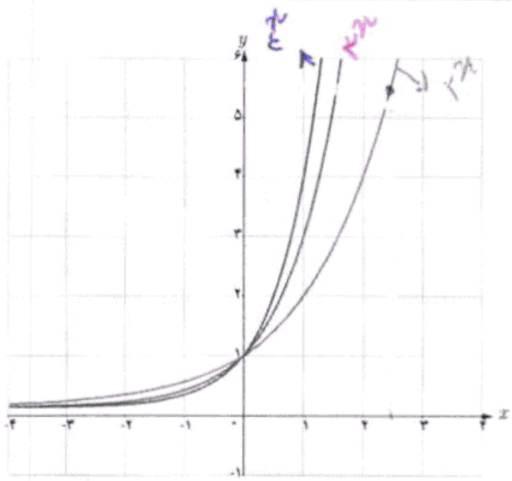
جدول ۲

x	3^x	y	محاسبهٔ y با استفاده از ماشین‌حساب تا سه رقم اعشار
-2	3^{-2}	$\frac{1}{9}$	۰/۱۱۱
$-\frac{3}{2}$	$3^{-\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{3\sqrt{3}}$	۰/۱۹۲
-1	3^{-1}	$\frac{1}{3}$	۰/۳۳۳
$-\frac{1}{2}$	$3^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	۰/۵۷۷
0	3^0	1	۱
$\frac{1}{2}$	$3^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{3}$	۱/۷۳۲
1	3^1	3	۳
$\frac{3}{2}$	$3^{\frac{3}{2}}$	$3\sqrt{3}$	۵/۱۹۶
2	3^2	9	۹





بهتر بود خاطر جواب دادن به قسمت ب حداقل محور y ها بلندتر باشد.



همان‌گونه که دیده می‌شود، نمودار تابع $y = 3^x$ در نقطهٔ یک محور yها را قطع می‌کند.

ب) با استفاده از نمودار تابع $y = 3^x$، مقدار تقریبی عدد $3^{\frac{5}{2}}$ را به دست آورید. (۲٫۵)

پ) نمودار توابع $y = 2^x$، $y = 3^x$ و $y = 4^x$ را در یک دستگاه رسم کرده‌ایم. ابتدا مشخص کنید کدام نمودار بیانگر هر یک از توابع فوق است. سپس، تفاوت‌ها و شباهت‌های بین این سه تابع را بیان کنید.

تفاوت

در طول $x=1$ y هایشان با هم فرق دارد.

میزان افزایش مقدار عرضهایشان با هم متفاوت است

شباهت

۱- هر سه نمودار y ها را نقطه (۰و۱) قطع می‌کنند

۲- هر سه تابع صعودی هستند

۳- با محور طول ها برخورد نمی‌کنند

فعالیت

یک صفحه کاغذ سفید را انتخاب کنید و آن را به دو قسمت مساوی تا بزنید. بعد از تا زدن، دو ناحیه به وجود می‌آید که مساحت هر یک، نصف مساحت اولیه است. اکنون کاغذ تا شده را یک‌بار دیگر تا بزنید. در دومین تا زدن، چهار ناحیه ایجاد می‌شود که مساحت هر کدام از آنها، نصف مساحت قبلی، یعنی $\frac{۱}{۴}$ مساحت اولیه است. در جدول ۳ چگونگی تغییر مساحت ناحیه‌هایی که بر اثر تا زدن‌های متوالی ایجاد می‌شوند، نشان داده شده است.

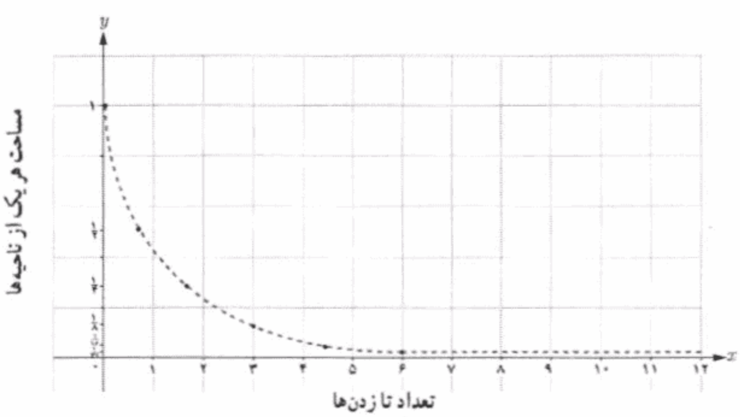
جدول ۳

تعداد تا زدن‌ها	میزان مساحت هر یک از ناحیه‌ها
۰	۱
۱	$\frac{۱}{۲}$
۲	$\frac{۱}{۴}$
۳	$\frac{۱}{۸}$
۴	؟ $\frac{1}{16}$
؟	$\frac{۱}{۳۲}$
⋮	⋮
۸	؟ $\frac{1}{256}$
؟	$\frac{۱}{۱۰۲۴}$

$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

با توجه به اعداد جدول ۳، چه الگویی را می‌توانید پیشنهاد دهید؟

در نمودار زیر، رابطهٔ تعداد تا زدن‌ها و میزان مساحت هر یک از ناحیه‌ها نمایش داده شده است.



نقطهٔ تقاطع منحنی با محور yها چیست؟ بله $y=1$ ⇐ نقطه (۱و۰)

hamyar.in
همیار

فعالیت

۱. تابع $y=\left(\frac{۱}{۲}\right)^x$ را در نظر بگیرید و با استفاده از ماشین حساب، جدول زیر را کامل کنید.

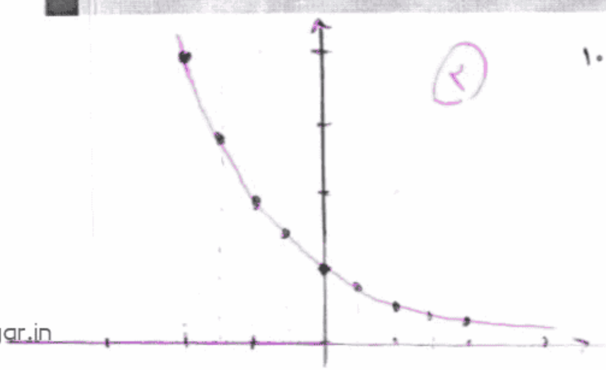
جدول ۴

x	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^x$	y	محاسبه y با ماشین حساب تا ۳ رقم اعشار
-۲	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۲}$	۴	۴
$-\frac{۳}{۲}$	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۳}{۲}}=۲^{\frac{۳}{۲}}$	$\sqrt{۸}$	۲/۸۲۸
-۱	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۱}$	۲	۲
$-\frac{۱}{۲}$	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۱}{۲}}=۲^{\frac{۱}{۲}}$	$\sqrt{۲}$	۱/۴۱۴
۰	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۰}$	۱	۱
$\frac{۱}{۲}$	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{\frac{۱}{۲}}$	$\sqrt{۰/۵}$	۰/۷۰۷
۱	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۱}$	$\frac{۱}{۲}$	۰/۵
$\frac{۳}{۲}$	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{\frac{۳}{۲}}$	$\sqrt[۲]{۰/۵^{۳}}$	۰/۳۵۳
۲	$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	۰/۲۵

۲. نقاط به‌دست آمده در جدول بالا را روی صفحهٔ مختصات به‌دست آورید و به هم وصل کنید. آیا می‌توانید به کمک نمودار، مقدار تابع $\left(\frac{۱}{۲}\right)^x$ را برای هر عدد دلخواه x حدس بزنید؟ بله

۳. نمودار تابع $y=\left(\frac{۱}{۲}\right)^x$ را با نمودار تابع $y=۲^x$، که در فعالیت‌های قبلی رسم کرده بودید، مقایسه کنید. چه تفاوت اساسی بین این دو نمودار ملاحظه می‌کنید؟ $y=۲^x$ یک تابع صعودی ولی $y=\left(\frac{۱}{۲}\right)^x$ یک تابع نزولی است.

> در تابع نمایی $y=a^x$، اگر $۰<a<۱$ باشد، وقتی x بزرگ می‌شود، مقدار y کم می‌شود و برای xهای کوچک‌تر از صفر، با کاهش مقدار x مقدار y به سرعت افزایش پیدا می‌کند.

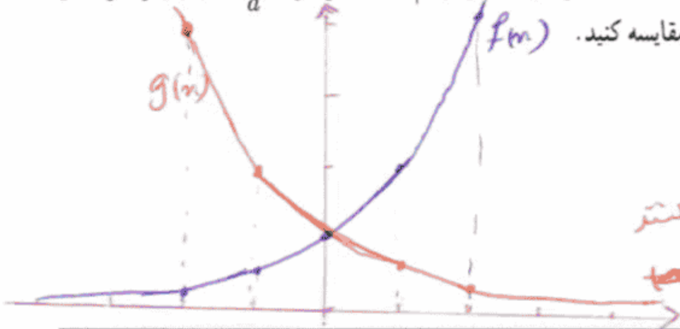


۲

hamyar.in همیار

کار در کلاس

تابع نمایی $f(x) = a^x$ را در نظر بگیرید. با انتخاب عدد a ($a > ۱$)، نمودار $f(x)$ را رسم کنید. نمودار $g(x) = (\frac{۱}{a})^x$ را در همان صفحهٔ مختصات رسم کنید. دو نمودار حاصل را با هم مقایسه کنید.



$a = ۲$ $\quad f(x) = ۲^x$

$g(x) = (\frac{۱}{۲})^x$

هر دو در نقطه (۰و۱) محور y ها را قطع می‌کنند

هر دو با محور x ها برخورد نمی‌کنند

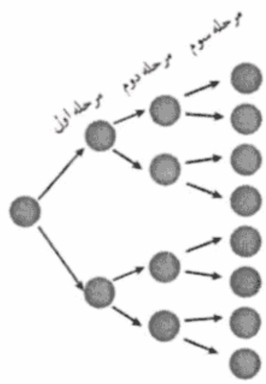
دامنه هر دو IR است و برد هر دو (۰و+∞) است. ولی f(x) صعودی و g(x) نزولی است.

تمرین

۱. در پژوهشکدهٔ رویان وابسته به جهاد دانشگاهی، سلول‌های بنیادی جنین انسان تولید می‌شود. این سلول‌ها قابلیت تکثیر نامحدودی دارند و می‌توانند تمام انواع سلول‌های بدن نظیر عصب و ماهیچهٔ قلب را به‌وجود آورند. در شکل زیر، روند تکثیر سلول بنیادی جنین در سه مرحله نشان داده شده است.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان



اگر روند تکثیر سلول بنیادی جنین مانند شکل بالا، ادامه پیدا کند:

الف) پس از چند مرحله، تعداد سلول‌های تکثیر شده ۲۰۴۸ سلول خواهد شد؟

ب) در مرحلهٔ هشتم، چه تعداد سلول تکثیر شده است؟

پ) آیا می‌توانید الگویی برای تکثیر سلول‌ها مشخص کنید؟

۲و ۴و ۸، ...

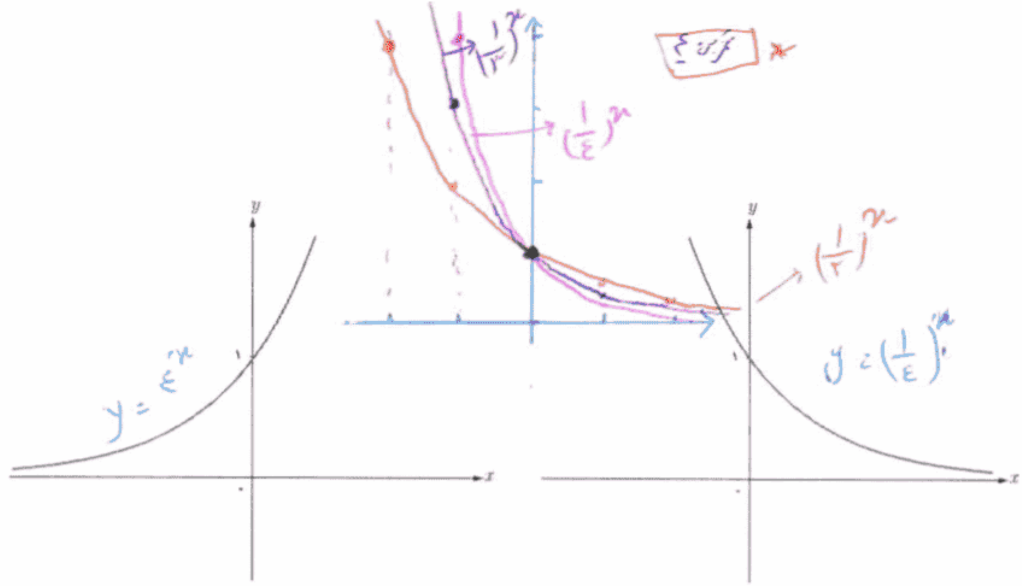
الف) $۲^n = ۲۰۴۸ \Rightarrow ۲^n = ۲^{۱۱} \Rightarrow n = ۱۱$

ب) $۲^۸ = ۲۵۶$

$۲^{\text{تعداد مراحل}} =$ تعداد سلول‌ها

۲. یک نمونهٔ واقعی (شبیه به تمرین یک) بیان کنید که از الگوی تابع نمایی پیروی کند.

۳. در شکل صفحه بعد، نمودار دو تابع $y = \left(\frac{۱}{۴}\right)^x$ و $y = ۴^x$ رسم شده است. مشخص کنید هر نمودار مربوط به کدام تابع است.



۴. نمودار توابع $y = \left(\frac{۱}{۲}\right)^x$ و $y = \left(\frac{۱}{۳}\right)^x$ و $y = \left(\frac{۱}{۴}\right)^x$ را در یک دستگاه (صفحهٔ مختصات) رسم کنید و تفاوت‌ها و شباهت‌های آنها را برشمرید.

هر سه محور y ها را در نقطه (۰،۱) قطع می‌کنند، هر سه نزولی هستند. هر سه محور x ها را قطع نمی‌کنند. هر سه دامنه برابر IR و برد برابر (۰،+∞) دارند.

۵. نمودار توابع $y = \left(\frac{۱}{۳}\right)^x$ و $y = ۳^x$ را در یک دستگاه رسم کنید و سپس، آنها را با یکدیگر مقایسه کنید.

اما میزان کاهش مقدارعرضهایشان با هم فرق دارد

رشد و زوال نمایی

در این قسمت یکی از کاربردهای مهم توابع نمایی را بررسی می‌کنیم. ابتدا رشد نمایی را مورد توجه قرار می‌دهیم :

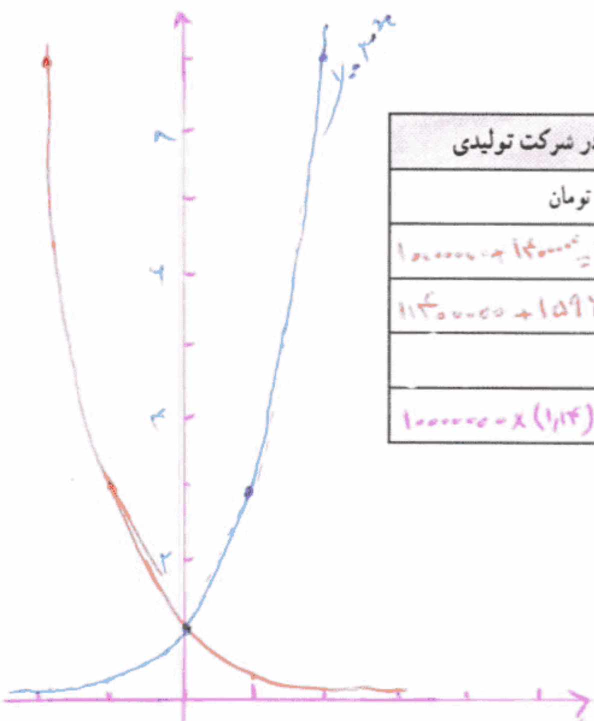
فعالیت

احسان هفده ساله است. پدرش قصد دارد مبلغ ده میلیون تومان برای او سرمایه‌گذاری کند. او با توجه به اینکه سال ۱۳۹۷ به فرمودهٔ رهبر معظم انقلاب اسلامی سال «حمایت از کالای ایرانی» نام‌گذاری شده است، تصمیم گرفته است که این مبلغ را در یک شرکت تولیدکنندهٔ کالای ایرانی سرمایه‌گذاری کند. این شرکت اعلام کرده است که در پاسخ به اعتماد سرمایه‌گذاران به فعالیت‌های تولیدی‌اش، در پایان هر سال، ۱۴ درصد سود علی‌الحساب به آنان پرداخت خواهد کرد.

جدول زیر را در نظر بگیرید؛

جدول ۵

سن احسان	مبلغ سرمایه‌گذاری شده در شرکت تولیدی
۱۷	۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان
۱۸	۱۰۰۰۰۰۰۰ + ۱۴۰۰۰۰۰ = ۱۱۴۰۰۰۰۰
۱۹	۱۱۴۰۰۰۰۰ + ۱۵۹۶۰۰۰ = ۱۲۹۹۶۰۰۰
⋮	
۲۳	۱۰۰۰۰۰۰۰ × (۱,۱۴)^۶ = ۲۱۹۴۹۷۲۶,۲۳



هر دو نمودار محور y ها در نقطه (۰،۱) قطع می‌کنند
هر دو با محور x ها برخورد نمی‌کنند
در هر دو R = (۰،+∞)، D = IR
اما در یکی با افزایش x ها، مقادیر y ها افزایش می‌یابد و در دیگری $(\frac{1}{3})^x$ با افزایش مقدار x ها
مقادیر y ها کاهش می‌یابد.

hamyar.in
همیار

برای تکمیل جدول بالا، ابتدا مبلغ سرمایه‌گذاری شده در ۱۸ سالگی احسان (یک‌سال بعد از سپرده‌گذاری در شرکت) را به‌دست آورید.

1000000

$$۱۰,۰۰۰,۰۰۰+\left(\underset{1000000}{\cdots}\times\frac{۱۴}{۱۰۰}\right)=\underset{1000000}{\cdots}+۱,۴۰۰,۰۰۰=۱۱,۴۰۰,۰۰۰$$

بنابراین، در جدول شمارهٔ ۵، باید در سطر دوم عدد ۱۱,۴۰۰,۰۰۰ گذاشته شود.

اکنون سطر سوم جدول را محاسبه کنید.

در واقع، باید میزان مبلغ سپرده‌گذاری‌شده در ۱۸ سالگی احسان را در نظر بگیریم و بر اساس سود ۱۴ درصد، مبلغ جدید سپرده‌گذاری‌شده را در ۱۹ سالگی او (دو سال پس از سرمایه‌گذاری اولیه) به‌دست آوریم:

$\frac{14}{100}\times 11400000$ ، 1596000

$$۱۱,۴۰۰,۰۰۰+\cdots=\underset{11400000}{\cdots}+\cdots=\cdots 12996000$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، میزان موجودی در ۱۹ سالگی احسان به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$۱۰,۰۰۰,۰۰۰\times(۱/۱۴)^{۲}=۱۲,۹۹۶,۰۰۰$$

با توجه به فرمول فوق، میزان موجودی را در ۲۳ سالگی احسان به‌دست آورید و جدول صفحه قبل را کامل کنید.

$n=6$

معادلهٔ کلی رشد نمایی، به‌صورت $f(t)=c(۱+r)^{t}$ است که در آن $f(t)$ بیانگر مقدار نهایی، c بیانگر مقدار اولیه، r بیانگر میزان رشد (تغییرات برحسب اعشار) و t بیانگر زمان است.

بنابراین در فعالیت قبل، معادلهٔ کلی که بیانگر مبلغ سرمایه‌گذاری پس از t سال است، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f(t)=۱۰,۰۰۰,۰۰۰\times(۱+۰/۱۴)^{t}$$

کار در کلاس

در ابتدای سال ۱۹۹۰ میلادی، جمعیت کرهٔ زمین حدود ۵/۲ میلیارد نفر بوده است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۲ درصد در سال باشد، پس از ۳۰ سال جمعیت کرهٔ زمین به چند میلیارد نفر خواهد رسید؟ پس از ۳۵ سال، ۷۰ سال و ۱۰۵ سال جمعیت کرهٔ زمین چه میزان خواهد شد؟ با توجه به محاسبات بالا، آیا می‌توانید وضع جمعیت کرهٔ زمین را در هر دورهٔ زمانی ۳۵ ساله مقایسه کنید؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$y=5/2\times(1+0/02)^{30}=5/2\times 1/81=9/412$

تقریباً در هر ۳۵ سال دو برابر می‌شود

$y=5/2\times(1+0/02)^{35}=5/2\times 1/99=10/348$

زوال نمایی

اگر مقدار تابع پس از گذشت زمان کاهش یابد، به آن مسئله زوال می‌گوییم. حال اگر تابع مورد نظر تابع نمایی باشد، می‌توان صحبت از زوال نمایی کرد.

معادلهٔ کلی زوال نمایی، به فرم $f(t)=c(۱-r)^{t}$ است که در آن $f(t)$ بیانگر مقدار نهایی، c بیانگر مقدار اولیه، r بیانگر میزان نزول برحسب اعشار و t بیانگر زمان است.

$y=5/2\times(1/02)^{70}=5/2\times 3/99=20/748$

$y=5/2\times(1/02)^{105}=5/2\times 7/99=41/548$

hamyar.in همیار

مثال : جمعیت کشوری، در سال ۲۰۰۰ میلادی حدود چهل میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۱۸ میلادی چند نفر خواهد بود؟

حل : با جای‌گذاری r ،c و t در معادلهٔ کلی زوال نمایی، جمعیت این کشور در سال ۲۰۱۸ میلادی برابر است با :

$$y = ۴۰,۰۰۰,۰۰۰\,(۱ - ۰/۰۱)^{۱۸} = ۳,۳۳۸,۶۰۰$$

تمرین

۱. در یکی از فعالیت‌های بخش اول این درس، به یک شرکت تولیدکنندهٔ محصولات فرهنگی اشاره کردیم. اگر یکی از سهام‌داران این شرکت، در سال ۱۳۹۷ مبلغ چهل میلیون تومان در این شرکت سرمایه‌گذاری کند، پس از ده سال چه مبلغی به سرمایهٔ این سهام‌دار اضافه خواهد شد؟

۲. جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به‌صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ده سال چند نفر خواهد شد؟

۳. جزیره‌ای پر از موش شده بود. مسئولان تصمیم گرفتند به کمک گربه‌ها با موش‌ها مقابله کنند. در آن سال، جمعیت موش‌ها ۲۳۵۷۶ بود که پس از مبارزه با آنها، این تعداد با نرخ ۲/۵ درصد در سال رو به کاهش گذاشت. در همان سال، جمعیت گربه‌ها ۱۵۷۸۶ بود که با نرخ ۱/۸ درصد در سال رو به افزایش گذاشت.

الف) در یک جدول، جمعیت موش‌ها را در ۱۰ سال متوالی به‌دست آورید. در صفحه بعد

ب) همین کار را برای جمعیت گربه‌ها طی ۱۰ سال متوالی انجام دهید. در صفحه بعد

پ) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت گربه‌ها بیشتر از موش‌ها می‌شود؟ سال دهم به بعد ← $g(10) > f(10)$

ت) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت موش‌ها و گربه‌ها با یکدیگر برابر می‌شود؟ بین ۹ سال و ۱۰ سال

ث) اگر همین روند ادامه پیدا کند، برای جمعیت گربه‌ها و موش‌ها چه اتفاقی می‌افتد؟ گربه ها زیاد و زیادتر و موش ها کم و کمتر می شوند.

(۱) $y = 40000000 \times (1 + 0/14)^{10} = 40000000 \times 3/707 = 148280000$

تهیه کننده:
گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

(۲) $y = 1000000 \times (1 + 0/06)^{10} = 1000000 \times 1/79 = 1790000$

(۳) موش $f(x) = 23576\,(1 - 0/025)^t = 23576\,(0/975)^t$

گربه $g(x) = 15786\,(1 + 0/018)^t = 15786\,(1/018)^t$

ب) $f(9) > g(9)$
$f(10) < g(10)$
پس بین ۹ سال و ۱۰ سال برابر می شوند.

hamyar.in همیار

ص ۱۰۵/۱

الف)

$f(1) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\text{۰٫۹۷۵})^{1} = \text{۲۲۹۸۴٫۴}$

$f(2) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۹۵}})^{2} = \text{۲۲۳۹۷٫۲}$

$f(3) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۹۲}})^{3} = \text{۲۱۴۸۹٫۹۲}$

$f(4) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۹۰۳}})^{4} = \text{۲۱۲۱۸٫۴}$

$f(5) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۸۸}})^{5} = \text{۲۰۷۴۶٫۸۸}$

$f(6) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۸۵}})^{6} = \text{۲۰۰۳۹٫۶}$

$f(7) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۸۳}})^{7} = \text{۱۹۵۶۸٫۰۸}$

$f(8) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۸۱}})^{8} = \text{۱۹۰۹۶٫۵۴}$

$f(9) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۷۹}})^{9} = \text{۱۸۶۲۵٫۰۴}$

$f(10) = \text{۲۳۵۷۴} \times (\underbrace{\text{۰٫۹۷۵}}_{\text{۰٫۷۷}})^{10} = \text{۱۸۱۵۲٫۵۲}$

ب)

$g(1) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\text{۱٫۰۱۸})^{1} = \text{۱۶۰۷۰٫۴۸}$

$g(2) = \text{۱۵۷۸۶} \, \underbrace{(\text{۱٫۰۱۸})}_{\text{۱٫۰۳}}^{2} = \text{۱۶۲۵۹٫۵۸}$

$g(3) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۰۵}})^{3} = \text{۱۱٫۰۵۴۹}$

$g(4) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۰۷}})^{4} = \text{۱۶۸۹۱٫۰۲}$

$g(5) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۰۹}})^{5} = \text{۱۷۲۰۶٫۷۴}$

$g(6) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۱۱}})^{6} = \text{۱۷۵۲۲٫۴۶}$

$g(7) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۱۳}})^{7} = \text{۱۷۸۳۸٫۱۸}$

$g(8) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۱۵}})^{8} = \text{۱۸۱۵۳٫۹}$

$g(9) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۱۷}})^{9} = \text{۱۸۴۶۹٫۶۲}$

$g(10) = \text{۱۵۷۸۶} \, (\underbrace{\text{۱٫۰۱۸}}_{\text{۱٫۱۹}})^{10} = \text{۱۸۷۸۵٫۳۴}$

hamyar.in

همیار