

(نسبت، تناسب و درصد)

اهداف:

- 1- مفهوم نسبت را می داند.
- 2- تمرین های مربوط به نسبت را به درستی انجام می دهد.
- 3- نسبت های مساوی را می شناسد.
- 4- تمرین های مربوط به نسبت های مساوی را به درستی انجام می دهد.
- 5- مفهوم تناسب را می داند.
- 6- می تواند جدول تناسب را رسم کند.
- 7- تمرین های مربوط به تناسب را به درستی انجام می دهد.
- 8- مفهوم درصد را درک می کند.
- 9- تمرین های مربوط به درصد را به درستی انجام می دهد.

نسبت:

برای مقایسه دو دو مقدار، از مفهوم نسبت استفاده می کنیم.
برای مثال در یک کتابخانه 20 عدد کتاب داریم که 6 تا از آنها کتاب داستان است.
نسبت کتابهای داستان به کل کتابها 6 به 20 می باشد.

همچنین می توانیم این نسبت را به صورت کسری زیر نمایش دهیم.

$$\frac{6}{20}$$

نسبت ها دارای چند نوع هستند:

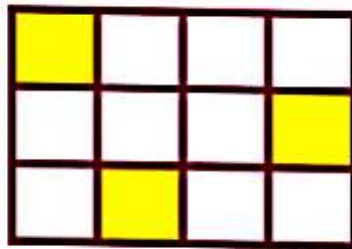
الف) نسبت جزء به کل :

در این خصوص تعداد کل را در مخرج نوشته و تعدادی که مربوط به یک مورد خاصی است را در صورت کسر می نویسیم.

مثال:



در شکل زیر، نسبت قسمت های رنگ شده به کل
قسمتها را بنویسید.



جواب:

نسبت قسمت رنگی به کل = $\frac{\text{تعداد خانه های رنگ شده}}{\text{تعداد کل خانه ها}}$

نسبت قسمت رنگی به کل = $\frac{3}{12}$

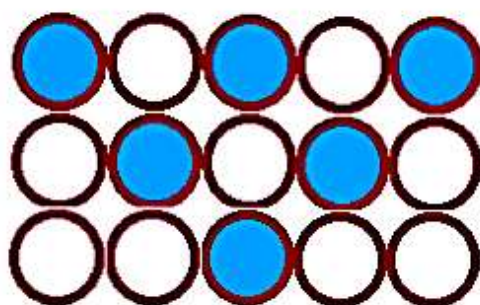
(ب) نسبت جزء به جزء :

در این حالت، نسبت دو ویژگی خاص را، با
نوشتن آنها به ترتیب در صورت و مخرج کسر،
مشخص می کنیم.

مثال:



در شکل زیر، تعداد خانه های رنگ شده به رنگ نشده را بنویسید.



جواب:

$$\text{نسبت قسمت های رنگ شده به رنگ نشده} = \frac{\text{تعداد رنگ شده}}{\text{تعداد رنگ نشده}}$$

$$\text{نسبت قسمت های رنگ شده به رنگ نشده} = \frac{6}{9}$$

نسبت در مساحت:

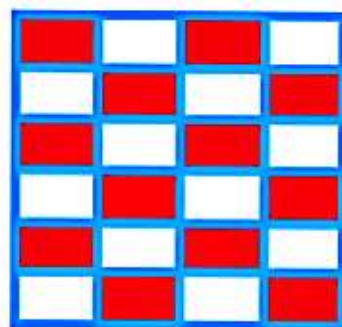
نسبت مساحت ها را می توان به 2 صورت زیر تعیین کرد:

- الف: می توان با تقسیم بندی شکل به واحدهای مساوی، این نسبت ها را تعیین کرد.



مثال:

مساحت قسمت رنگی به مساحت کل شکل چه قدر است؟



جواب:

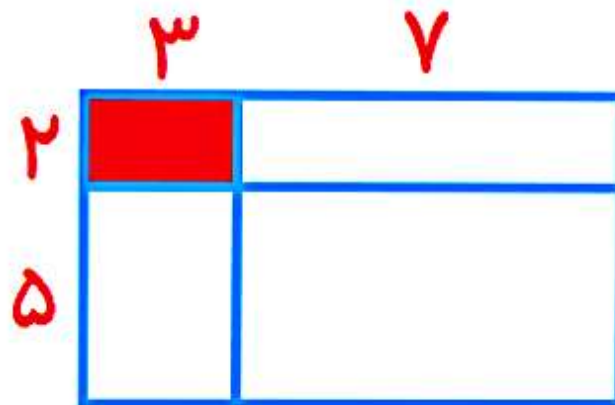
$$\frac{\text{تعداد خانه های رنگ شده}}{\text{تعداد کل خانه ها}} = \frac{12}{25}$$

- ب: در شکل هایی که محاسبه مساحت طبق رابطه های مربوطه، به راحتی امکان پذیر است، با داشتن اندازه های لازم و بدون تقسیم بندی شکل، می توان نسبت مساحت ها را محاسبه کرد و بعد نسبت ها را نوشت.

مثال:

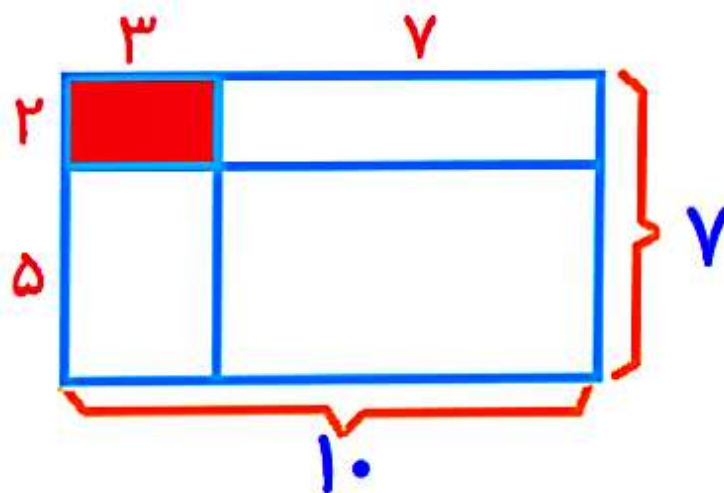


در شکل زیر مساحت قسمت رنگی به مساحت کل را بنویسید.



جواب:

برای مساحت مستطیل بزرگ، باید طول عرض مستطیل بزرگ را در نظر داشته باشیم.



$$\text{مساحت قسمت رنگی} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{مساحت کل} = 7 \times 10 = 70$$

$$\frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت کل}} = \frac{6}{70}$$

مقایسه نسبت ها:

برای مقایسه عملکرد دو نفر یا دو چیز از نسبت ها استفاده می کنیم.

- مثال: مقایسه سرعت دو خودرو در اصل مقایسه نسبت میزان حرکت در واحد زمان آن دو خودرو می باشد.

- مثال: مقایسه پیشرفت کار دو نقاش، مقایسه نسبت میزان رنگ کاری در مدت زمان معین آنها می باشد.

نکته: 

نسبت را با خط کسری نشان می دهیم، پس تمام خواص یک کسر را دارا بوده و می توان مانند کسرها آن را ساده کرد.

پس در مقایسه نسبت ها، جهت سهولت در کار، می توانیم ابتدا آنها را ساده کنیم و بعد ساده شده با هم مقایسه کنیم.

مثال:



علی 540 متر مربع زمین را در 6 روز چمن کاری می کند و رضا 400 متر مربع زمین را در 5 روز چمن کاری می کند. نسبت زمین چمن کاری شده به روز را برای هر دو نفر حساب کنید و عملکرد آنها را با هم مقایسه کنید.

جواب:

$$\text{عملکرد علی} = \frac{\text{زمین چمن کاری شده}}{\text{مدت روز چمن کاری}} = \frac{540}{6}$$

$$\text{عملکرد رضا} = \frac{\text{زمین چمن کاری شده}}{\text{مدت روز چمن کاری}} = \frac{400}{5}$$

$$\frac{540}{6} > \frac{400}{5}$$

نسبت های مساوی:

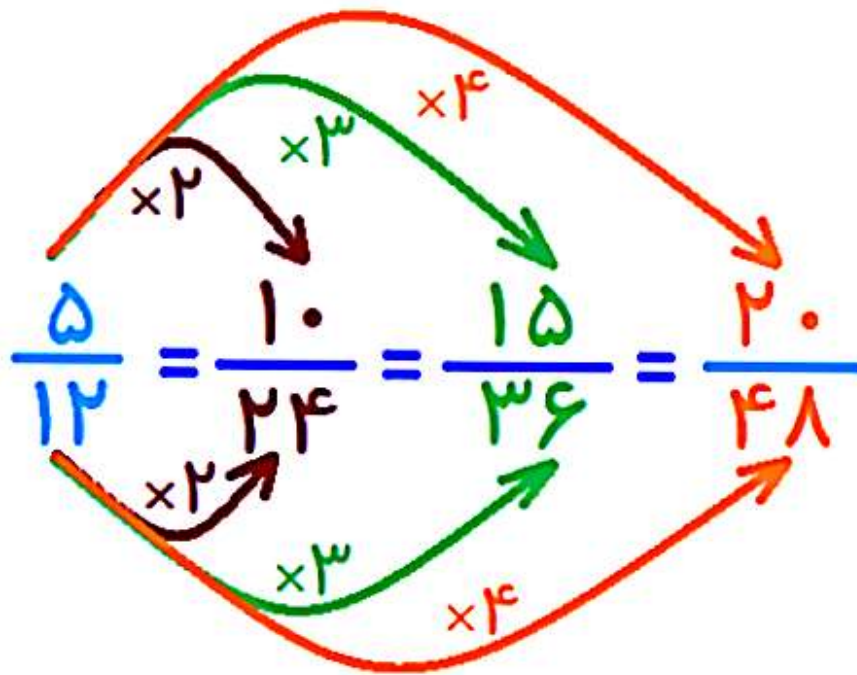
همان طور که پیش از این گفته شد، نسبت ها، تمامی خواص کسرها را دارند.
مثلا می توانی هر دو جز نسبت را بر عددی یکسان ضرب یا تقسیم کنیم. در این صورت نسبت جدیدی که با این ضرب یا تقسیم به دست می آید با نسبت اولیه برابر است.



برای نسبت زیر، 3 نسبت دیگر بنویسید.

$$\frac{5}{12}$$

جواب:



نکته:

حالا این سوال پیشتر می آید که "نسبت" با "کسر" چه تفاوتی دارد؟

- 1- کسر واحد اندازه گیری دارد. ولی نسبت واحد ندارد و عددی مطلق است.
مثلا می گوئیم نسبت وزن چیزی به دیگری نسبت 2 به 5 است و واحدی ذکر نمی کنیم.
- 2- کسر تقسیم کردن است ولی تناسب مقایسه بین دو چیز است.
مثلا می گوئیم نسبت وزن علی به برادرش مثل نسبت 3 به 5 است.
- 3- کسر هر دو (صورت و مخرج) از یک جنس هستند ولی در نسبت خیر.

مثلا می توانیم بگوییم در یک شهر نسبت تعداد ماشین ها به انسانها مثل نسبت 1 به 9 است. در حالی که هر دو از یک جنس نیستند.

4- کسر را نمی توان جابجا کرد (صورت و مخرج) ولی در نسبت جا به جایی وجود دارد. مثلا اگر نسبت سیبها به پرتقالها 2 به 5 است، می توانیم بگوییم نسبت پرتقالها به سیب ها 5 به 2 است.

5- نسبت ها را مانند کسرها نمی توان جمع، تفریق، ضرب و تقسیم کرد. فقط در دو نسبت مشابه می توان نسبت های هر ردیف را با هم جمع کرد.

تناسب:

دو نسبت مساوی، با یکدیگر تناسب تشکیل می دهند.
مانند:

مانند:

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

معمولا تناسب را با جدول نشان می دهیم.
برای مثال تناسب بالا را در جدول به صورت زیر
می توان نشان داد.

۱	۴
۲	۸

نکته: 

در حل مسائل مربوط به نسبت ها، می توانیم هم
از روش تساوی کسر ها و هم از جدول تناسب
استفاده کنیم.

مثال: 

نقاشی در دو ساعت 7 متر مربع را نقاشی می کند

نقاشی در دو ساعت 7 متر مربع را نقاشی می کند
و در چهار روز 16 متر مربع را نقاشی می کند.
نسبت تعداد روز به میزان نقاشی شده را در هر دو
حالت به دست آورید و بررسی کنید آیا این نسبتها
با هم متناسب هستند؟

جواب:

$$\frac{\text{میزان متر مربع نقاشی شده}}{\text{تعداد ساعت کار}} = \frac{7}{16} \text{ و } \frac{2}{8}$$

$$\frac{7}{16} = \frac{2}{8}$$

بعد از ساده کردن، نسبت ها با هم برابر نمی شوند.
لذا تشکیل تناسب نمی دهند و با هم متناسب نیستند

حل مسئله به کمک تناسب:

منظور از حل تناسب اینست که مقدار خواسته
شده را در دو نسبت مساوی به دست بیاوریم.

باید توجه کرد هر کدام از اجزای تناسب اول در چه عدد ضرب یا بر چه عددی تقسیم شده است تا جزء مقابل آنها در تناسب دوم به دست آمده است.

البته باید دقت کنیم واحدها در دو تناسب یکسان باشد.



اتومبیلی 180 کیلومتر را در 1 ساعت و نیم طی می کند. این اتومبیل در هر ساعت چند کیلومتر طی می کند؟

جواب:

۹۰ دقیقه = ۱ ساعت و نیم

۶۰ دقیقه = ۱ ساعت

$$\frac{\text{زمان (دقیقه)}}{\text{مسافت (کیلومتر)}} = \frac{90}{180} = \frac{60}{\square} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{60}{\square}$$

The diagram shows the simplification of the fraction $\frac{90}{180}$ to $\frac{1}{2}$ using red arrows labeled $\div 90$. It then shows the conversion of the second fraction $\frac{60}{\square}$ to $\frac{1}{2}$ using purple arrows labeled $\times 60$ (pointing from 60 to 1) and $\div 60$ (pointing from \square to 2).


$$\square = 2 \times 60 = 120$$

جدول تناسب:

برای حل مسائلی که در آن دو مقدار داده شده باشد، از جدول تناسب استفاده می کنیم.
حالا اگر غیر از خود نسبتها، مجموع یا تفاضل نسبت ها هم داده شده باشد، می توانیم یک ردیف به جدول تناسب اضافه کرده و جدول سه طبقه تشکیل دهیم و باز با همان روش تناسب، مقادیر خواسته شده را به دست آوریم.
به بیان دیگر، در حل مسائل نسبت، می توانیم هر ترکیبی از نسبت های داده شده را به عنوان ردیفی در جدول تناسب اضافه کنیم.



مجموع دو عدد که نسبت آنها 2 به 5 است برابر 28 می باشد. این دو عدد را بیابید.

عدد کوچکتر

عدد بزرگتر

مجموع دو عدد

۲	۸
۵	۲۰
۷	۲۸

$$۲ \times ۴ = ۸$$

$$۵ \times ۴ = ۲۰$$

$$۲ + ۵ = ۷$$

$$\times ۴$$

مثال:



نسبت سن علی به رضا مثل ۲ به ۵ است. اگر اختلاف سن آنها ۹ سال باشد، سن هر کدام چقدر است؟

جواب:

سن علی

سن رضا

تفاضل سن آنها

۲	۶
۵	۱۵
۳	۹

$$۲ \times ۳ = ۶$$

$$۵ \times ۳ = ۱۵$$

$$۵ - ۲ = ۳$$

$$\times ۳$$

در مسائلی که اختلاف یا مجموع دو مقدار داده شده است، ولی در نهایت فقط یکی از مقادیر خواسته می شود، نیازی نیست جدول 3 طبقه درست کنیم و با دست کردن یک جدول 2 طبقه، تنها مقادیر مجموع یا تفاضل و مقدار خواسته شده را در جدول قرار می دهیم.



نسبت سن علی به سن حسین مثل 8 به 11 است. اگر اختلاف سن آنها 6 سال باشد، سن حسین چقدر است؟

جواب:

فقط سن حسین را خواسته است. لذا جدول 2 طبقه می سازیم و نیازی به ساخت جدول 3 طبقه نیست.

سن حسین	۱۱	۵۵	$۱۱ \times ۳ = ۵۵$
تفاضل سن آنها	$۱۱ - ۸ = ۳$	۹	سن حسین

$۱۱ - ۸ = ۳$ $\times ۳$

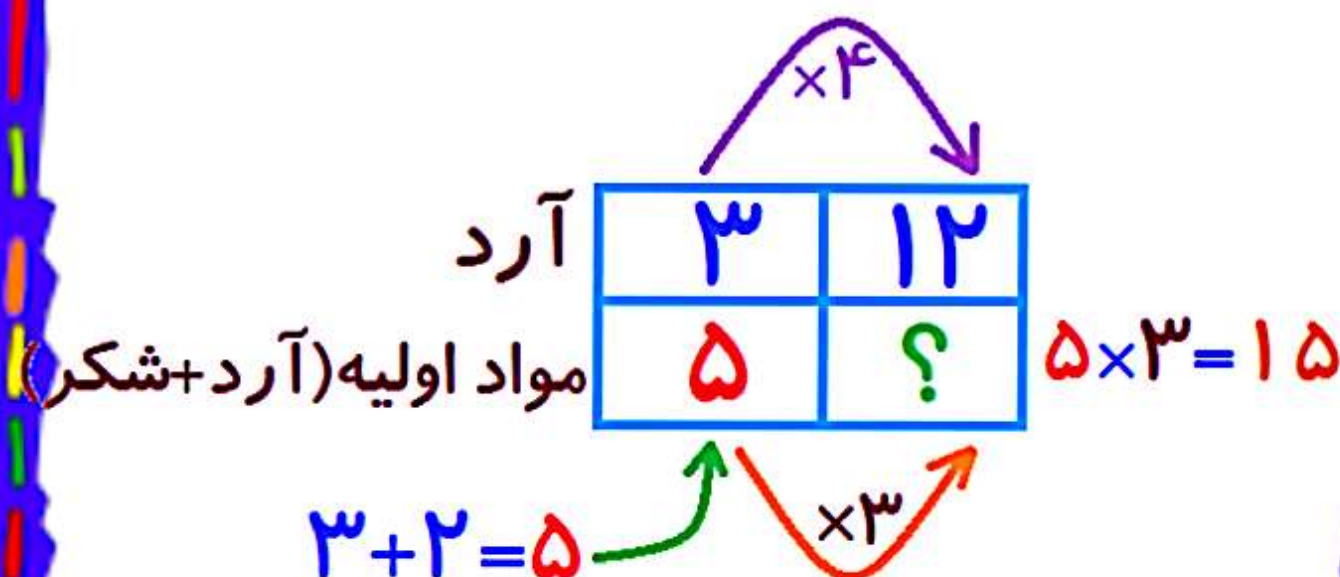
در برخی موارد، نسبت دو مقدار داده می شود و مقدار مجموع یا تفاضل آنها خواسته می شود. در این موارد نیز باید از جدول دو طبقه استفاده کنیم و یک طبقه را به مجموع یا تفاضل نسبت ها اختصاص دهیم.



مثال:

برای تهیه مواد اولیه شیرینی، به ازای هر 3 پیمانه آرد، 2 پیمانه شکر نیاز داریم. با 12 پیمانه آرد، در کل چند پیمانه مواد اولیه شیرینی تشکیل می شود؟

جواب:



درصد:

مفهوم درصد:

از نظر معنا و مفهوم، درصد به معنای کسری از عدد 100 می باشد. یعنی کسری که مخرج آن صد می باشد.

وقتی می خواهیم کسری را که مخرج آن 100 نیست به صورت کسری از صد نشان دهیم، می بایست کسر مساوی با آن را طوری بنویسیم که مخرج 100 داشته باشد.



وقتی می گوییم 2 درصد جمعیت یک شهر دانش آموز کلاس پنجم هستند، یعنی از هر 100 نفر که در این شهر زندگی می کنند، 2 نفر در کلاس پنجم درس می خوانند.



میزان 25 درصد تخفیف، یعنی از هر 100
تومان 25 تومان گرفته نمی شود و فقط 75
تومان گرفته می شود.



هر نسبتی که مخرج آن 100 باشد را می توان به
صورت درصد بیان کرد.
نماد درصد به صورت "%" می باشد.

محاسبه ی درصد:

می توانیم برخی از نسبت ها را می توان به
صورت درصد بنویسیم.
روش کار به این صورت است که کسری با
مخرج 100 را مساوی نسبت مورد نظر قرار داده
و بعد صورت آن را با روش حل تناسب، به دست
می آوریم. به این ترتیب کسری داریم که از نظر
مقدار با نسبت ما مساوی است و مخرج آن صد
می باشد.

نکته:



به طور کلی، برای این که یک نسبت را به صورت درصد بنویسیم، باید در صورت و مخرج آن نسبت، عدد را ضرب کنیم که مخرجش 100 شود.

مثال:



در یک مدرسه تعداد دانش آموزان کلاس پنجم به کل دانش آموزان 2 به 5 است. اگر این مدرسه 100 نفر دانش آموز داشته باشد، تعداد دانش آموزان کلاس پنجم چند نفر است؟ آن را به صورت درصد بیان کنید.

جواب:

کلاس پنجم
کل دانش آموزان

۲	
۵	۱۰۰

$$۲ \times ۲۰ = ۴۰$$

$\times ۲۰$

از هر ۱۰۰ نفر ۴۰ نفر کلاس پنجم هستند.

یعنی ۴۰٪ دانش آموزان کلاس پنجم هستند.

نکته: 

گاهی اوقات برای اینکه بتوانیم کسر مساوی با
مخرج صد را برای کسر موجود بنویسیم، می
بایست ابتدا کسر موجود را ساده کنیم و بعد
صورت و مخرج آن را در عددی ضرب کنیم که
مخرجش ۱۰۰ شود.



یک راننده اتوبوس ۶ ساعت از شبانه روز را
رانندگی می کند. او چند درصد از شبانه روز را
مشغول رانندگی است؟

جواب:

هر شبانه روز ۲۴ ساعت می باشد

$$\frac{\text{ساعت رانندگی}}{\text{کل شبانه روز}} = \frac{6}{24} = \frac{\boxed{}}{100} \xrightarrow{\times 25} \frac{1}{4} = \frac{\boxed{}}{100}$$

The diagram shows the conversion of the fraction 6/24 to an equivalent fraction with a denominator of 100. It uses a yellow arrow pointing from 6/24 to 1/4, with a curved arrow labeled '× 25' above it and a curved arrow labeled '÷ 6' below it. The final step shows 1/4 as a fraction with a denominator of 100, with a curved arrow labeled '× 25' above it and a curved arrow labeled '÷ 4' below it.

$$\Rightarrow \square = 1 \times 25 = 25$$

نکته:

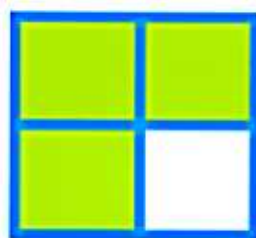


برای محاسبه میزان درصد قسمت رنگ شده شکل داده شده، می بایست ابتدا نسبت مساحت قسمت رنگی به کل شکل را بنویسیم و بعد با مساوی قرار دادن آن با کسری که مخرج صد دارد، به صورت درصد تبدیل کنیم.

مثال:



چند درصد شکل زیر رنگ شده است؟



جواب:

$$\frac{\text{قسمت رنگی}}{\text{کل شکل}} = \frac{3}{4} = \frac{\square}{100} \xrightarrow{\times 25} \square = 3 \times 25 = 75$$

گاهی درصدی از چیزی داده می شود و بعد مقدار را می خواهند. در این صورت باید ابتدا درصد داده شده را به صورت کسری که دارای مخرج 100 می باشد بنویسیم و بعد مقدار را به دست آوریم.



مثال:

علی 3000 تومان پول دارد. او 20% از پولش را به برادرش می دهد. حالا او چند تومان پول دارد؟

جواب:

$$12\% \text{ یعنی } \frac{12}{100}$$

$$\frac{\text{پول داده شده به برادر}}{\text{کل پول}} = \frac{12}{100} = \frac{\boxed{}}{3000} \Rightarrow \boxed{} = 12 \times 30 = 360$$

360 تومان از کل پول (3000 تومان) داده شده است

$$3000 - 360 = 2640$$

2640 تومان از پول باقی مانده است

در مسائل مربوط به "تخفیف" مثل بقیه سوالات، می توان با نوشتن نسبت های متناسب مقادیر مورد نظر را به دست آورد. نکته مهم این که مقدار تخفیف، مبلغی است که پرداخت نمی شود.



مثال:

قیمت یک کتاب 2500 تومان می باشد. آن را با 20% تخفیف خریده ایم. بدون اینکه مبلغ تخفیف را حساب کنید، حساب کنید چقدر باید بپردازیم؟

جواب:

وقتی 20% تخفیف گرفته ایم، یعنی 80% باید پرداخت شود

$$\frac{\text{پول پرداختی}}{\text{کل پول}} = \frac{80}{100} = \frac{\boxed{}}{3000} \Rightarrow \boxed{} = 80 \times 30 = 2400$$

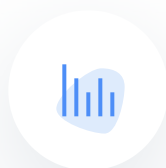
(Note: The diagram shows a red arrow from 80 to the numerator box labeled $\times 30$, and a purple arrow from 100 to the denominator 3000 labeled $\times 30$.)

2400 تومان باید پرداخت شود



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد