



بجروے دست نویس ریاضی ششم

فصل دوم

مہدیہ آتش افروز
مدرس کلاس ششم

مفصل دوم : کسر

کسر
هرگاه قسمتی از یک شکل رنگ شده باشد گویند کسری
از آن رنگ است.

در شکل مقابل $\frac{1}{4}$ مربع رنگ شده است



$\frac{1}{4}$ یعنی یک قسمت از ۴ قسمت مساوی

عدد مخلوط

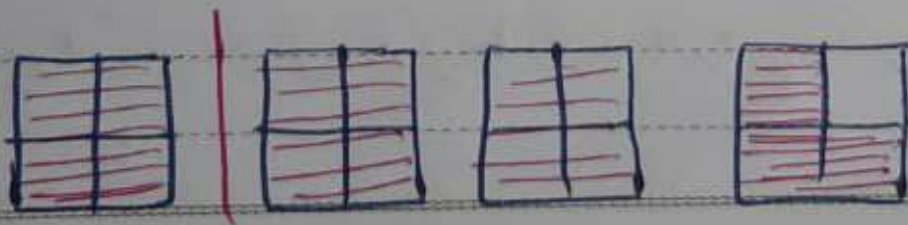
اگر صورت کسر بزرگتر از واحدی، بر مخرجش

بخش پذیر نباشد، آن کسر را می توان به صورت عدد مخلوط

«ترکیبی از عدد صحیح و کسر نوشت»

$$\frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4}$$

مثال



Subject...

Day... Month... Year...

پیدا کردن کوچک ترین مخارج مشترک دو کسر

مسئله حالت برای پیدا کردن کوچک ترین مخارج

مشترک وجود دارد:

حالت اول:

اگر مخارج یکی از کسرها بر مخارج دیگری بخش پذیر باشد

مخرج مشترک عدد بزرگ تر در نظر گرفته می شود

به عنوان مثال بین کسرهایی $\frac{2}{6}$ و $\frac{1}{3}$ چون

عدد ۶ بر ۳ بخش پذیر است بنابراین مخارج مشترک

۶ بین کسرها برابر می باشد

حالت دوم:

اگر مخارج کسرها اعدادی باشند که بر هیچ عدد مشترکی

به غیر از یک بخش پذیر نباشند مخارج مشترک آنها

برابر با حاصل ضرب دو عدد مخرب می باشند برای مثال
برای دو کسر $\frac{2}{7}$ و $\frac{5}{9}$ مخرب مشترک برابر است با

$$9 \times 7 = 63$$

حالت سوم

اگر مخرب کسرها اعدادی باشند که بر اعداد مشترکی غیر از یک

بخش پذیر باشند در این حالت مخرب های مخرب بزرگ تر

را به دست آورده و در هر مرحله به مخرب که حاکم تر تقسیم می کنیم

هرگاه بخش پذیر شد آن مخرب برابر مخرب مشترک دو

کسری باشند

به عنوان مثال برای یافتن مخرب مشترک بین دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{5}{12}$

ابتدا مخرب های عدد ۱۲ را به ترتیب به دست می آوریم

۱. اولین مضربی که بر ۸ بخش پذیر بود آن عدد مخرب مشترک ۱۲ و ۸

$$12 \times 1 = 12$$

$$12 \times 2 = 24 \div 8 = 3$$

می باشد در این جا ۲۴ بر ۸

بخش پذیر است پس مخرب مشترک ۲۴ می شود

ساختن کسرهای مساوی

(الف) هرگاه صورت و مخزنج کسری را بر عدد طبیعی

بزرگتر از ۱ تقسیم کنیم کسری مساوی کسر اولیه

$$\frac{4}{8} = \frac{3}{4}$$

Diagram showing the simplification of $\frac{4}{8}$ to $\frac{3}{4}$ by dividing both numerator and denominator by 2. Arrows point from 4 to 3 and 8 to 4, with a "÷ 2" label above and below the arrows.

به دست می آید

(ب) هرگاه صورت و مخزنج کسری را در عدد طبیعی بزرگتر

از ۱ ضرب کنیم کسری مساوی کسر اولیه به دست

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Diagram showing the expansion of $\frac{3}{4}$ to $\frac{6}{8}$ by multiplying both numerator and denominator by 2. Arrows point from 3 to 6 and 4 to 8, with an "x 2" label above and below the arrows.

می آید

جمع و تفریق کسرها به کمک محاسبه

اگر مخزنج کسرها برابر نبوده اند ابتدا این آضا مخزنج

مشترک گرفته پس صورت ها را با هم جمع یا تفریق

می کنیم

مثال:

$$\frac{7}{17} - \frac{2}{34} = \frac{14}{34} - \frac{2}{34} = \frac{11}{34}$$

$$\frac{8}{15} + \frac{2}{30} = \frac{16}{30} + \frac{2}{30} = \frac{18}{30}$$

جمع و تفریق اعداد مخلوط به کمک محاسبه

روش اول: برای جمع و تفریق اعداد مخلوط آن‌ها را به

کسر تبدیل کرده و محاسبه می‌کنیم

روش دوم: قسمت‌های عدد صحیح را با هم

و قسمت‌های کسری را با هم جمع و تفریق می‌کنیم در نهایت

جواب این دو قسمت را با هم جمع یا از هم کم می‌کنیم

$$4\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{10} = 3\frac{2+5-1}{10} = 3\frac{6}{10} = 3\frac{3}{5}$$

$$3\frac{3}{5}$$

Subject.....

Day..... Month..... Year.....

۱۴+۲

$$\frac{41}{7} - \frac{25}{14} = \frac{1}{2} - \frac{2}{14} - \frac{5}{14} = \frac{14-5}{14} = \frac{9}{14}$$

نکته: در تقریق اعداد مخلوط ممکن است $1\frac{11}{14}$

کسر عدد مخلوط اولی از مخلوط دومی کوچک تر باشد. در این

حالت یک واحد از سمت صحیح عدد مخلوط اولی کم کرده

و به اندازه ی مخرب کسر به صورت کسر عدد : عدد اولی

امضای کنیم (مانند مثال بالا)

$$\frac{3}{5} - \frac{3}{5} = \frac{28}{25} \Rightarrow \text{مثال}$$

$$2\frac{13}{25}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{5}{8} - \frac{7}{20} = \frac{24+25-14}{40} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$$

$$4 - 2\frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

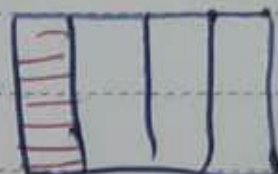
$$\frac{4}{1} - \frac{7}{2} = \frac{12-7}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

مقایسه ی کسرها :

هرگاه مخارج های دو کسر مساوی باشند کسری که صورت

بزرگ تر دارد بزرگ تر است

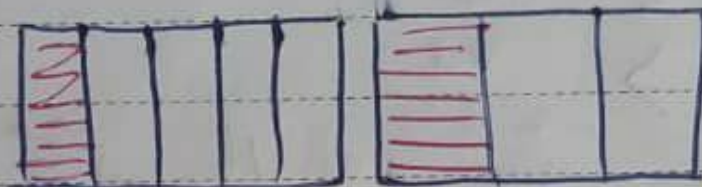
$$\frac{12}{12} > \frac{1}{12}$$



هرگاه صورت های دو کسر برابر باشند کسری که مخرج

کوچک تر دارد بزرگ تر است

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$$



هرگاه دو کسر نه صورت های مساوی نه مخارج های

مساوی داشته باشند کسرهای مساوی و هم مخرج هر کسر را

مقایسه ی کنیم یا از رابطه ی طرفین وسطین استفاده می کنیم

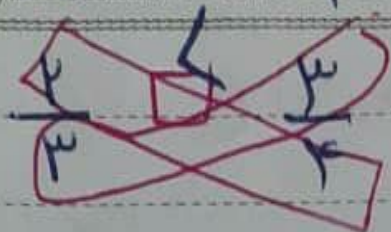
$$\frac{2 \times 4}{3 \times 4}$$

$$\frac{3 \times 4}{4 \times 3}$$

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

Subject

Day 1 Month 9 Year 9



از رابطه‌ی طرفین وسطین

مثال: بین دو کسر علامت مناسب بگذارید

$$\frac{7}{10} \square \frac{4}{10}$$

$$\frac{5}{12} \square \frac{5}{14}$$

صورتها مثل هم

هستند کسری که مخزن

کوچکتر تر دارد بزرگتر است

$$\frac{7}{15} \quad \frac{2 \times 3}{5 \times 3}$$

ابتدا مخزن مشترک می‌گیریم مخزن مشترک

برابر با ۱۵ است

$$\frac{7}{15} > \frac{4}{15}$$

$$\frac{7}{15} > \frac{4}{14}$$

یا مخزن مشترک می‌گیریم یا از راه

طرفین وسطین

$$\frac{7}{24} > \frac{4}{14}$$

$$\frac{14}{48} > \frac{9}{48}$$

مقایسه‌ی اعداد مخلوط

● روش اول: به طور کلی می‌توانیم با تبدیل اعداد مخلوط به کسرها کسرهای را با هم مقایسه کنیم

● روش دوم: ابتدا قسمت‌های صحیح اعداد مخلوط با هم

مقایسه می‌شوند. در صورت مساوی بودن قسمت‌های صحیح قسمت کسری عددها با هم مقایسه می‌شوند.

نکته

هر عدد مخلوط از هر کسر کوچک‌تر از واحد بزرگ‌تر است

$$۱\frac{۱۱}{۱۲} > ۱\frac{۳}{۷}$$

نکته

در مقایسه‌ی دو عدد مخلوط باید دقت کنیم که قسمت کسری

عدد داده شده بزرگ‌تر از واحد نباشد. در غیر این صورت

ابتدا آن را اصلاح می‌کنیم و طوری می‌نویسیم تا قسمت کسری

Subject.....

Day..... Month..... Year.....

کرمک تراز واحد شود

به عنوان مثال:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

عددهای داده شده را با هم مقایسه کنید

$$\frac{19}{11} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{19}{11} \approx \frac{1}{1}$$

$$\frac{2}{5} > \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{5} \approx \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \approx \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} < \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{5} < \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \approx \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

Subject.....

Day..... Month..... Year.....

حاصل عبارات زیر را به دست آورید

$$\frac{4}{4} + \frac{2}{2} - \frac{1}{1} = \frac{4+2-1}{1} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\frac{4}{1}$$

$$\frac{6}{20} - \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{6}{20} - \frac{15}{20} - \frac{4}{20} =$$

$$\frac{6}{20} - \frac{19}{20} = -\frac{13}{20}$$

$$4 - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{12}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{12}{3} + \frac{1}{4} = \frac{12+1}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{1+1+5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{4}{9} - \frac{2}{15} = \frac{40}{45} - \frac{6}{45} = \frac{34}{45}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{2}{3} = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} - \frac{8}{12} = -\frac{5}{12}$$

ضرب کسرها

در ضرب دو یا چند کسر صورت ها را در هم و مخارج ها نیز

در هم ضرب می کنیم. البته در صورتی که بتوان قبل از

ضرب کردن صورت و مخارج کسرها را ساده کرد ابتدا

ساده سپس ضرب می کنیم

مثال

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{75}$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{11} = \frac{20}{77}$$

ضرب اعداد کسری به کمل شکل

هرگاه بخواهیم ضرب دو کسر را روی یک شکل نمایش دهیم،

باید هر یک از کسرها را جداگانه روی یک شکل نشان دهیم

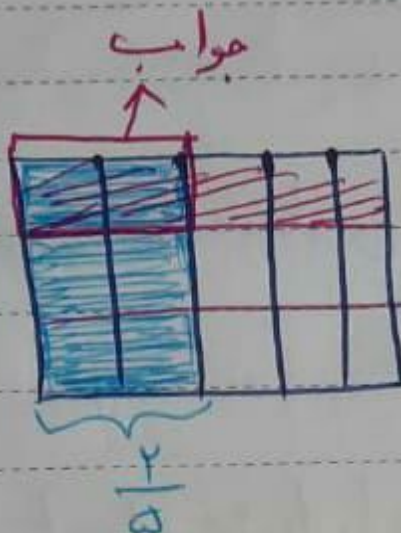
به عنوان مثال برای محاسبه $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ ابتدا کسر دوم

یعنی $\frac{2}{5}$ را رنگ کرده سپس $\frac{1}{3}$ شکل را هاشوری زینتر

مستقی که هم هاشور خورده و هم رنگ شده «دو بار رنگ شده»

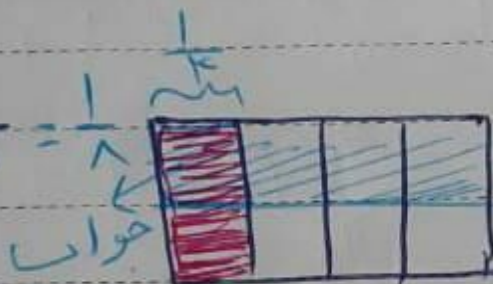
جواب است

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$



دو بار رنگ شده ها
در صورت

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

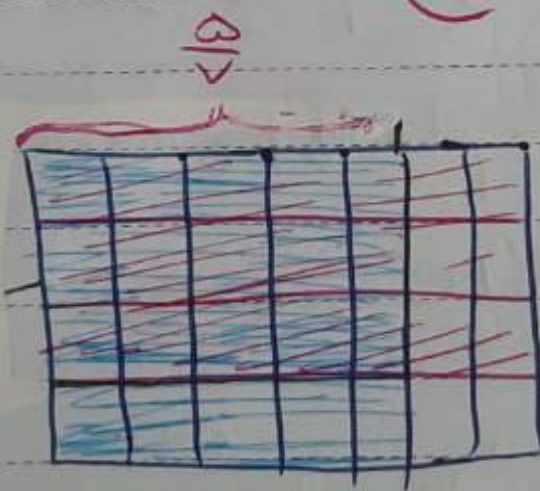


وکل خانه ها در خارج

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} =$$

$$\frac{15}{28}$$

جواب



دو بار رنگ شده ها در صورت وکل در خارج

نکته

هرگاه عددی در معکوسش ضرب بشود حاصل مساوی

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$$

یک می شود

ضرب هر کسر در یک مساوی خود کسر است

$$\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$$

ضرب کسرها و اعداد مخلوط با عکس

$$\frac{1}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{2}{5}$$

برای ضرب اعداد مخلوط در هم ابتدا آن‌ها را به صورت

کسر نوشته و سپس ضرب را انجام می دهیم. بهتر است

قبل از ضرب کردن در صورت امکان کسرها را

ساده کنیم

$$\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{7}{8}$$

مکروس یک عدد یا کسر

هرگاه حاصل ضرب دو عدد یا دو کسر برابر یک باشد

آن دو عدد یا دو عدد را **مکروس** یکدیگری نامیم همه اعداد

و کسرها به **ضرب** مکروس دارند

• برای پیدا کردن مکروس یک عدد یا کسر آن را به صورت

کسری نوشته و جای صورت و مخرج آن را عوض می کنیم

مثال:

$$\text{الف مکروس} \quad \frac{18}{5} \rightarrow \frac{5}{18} \quad \text{ب} \quad \frac{1}{9} \xrightarrow{\text{مکروس}} \frac{9}{1} \quad \text{ج} \quad \frac{1}{9} \xrightarrow{\text{مکروس}} 9 \quad \text{د} \quad 1 \xrightarrow{\text{مکروس}} 1$$

$$\frac{1}{9} \times \frac{9}{1} = 1$$

نکته

اگر نخواهیم مکروس یک عدد مخلوط را مشخص کنیم ابتدا باید

آن را به صورت کسر در آوریم و سپس کسر را مکروس کنیم

$$3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4} \xrightarrow{\text{مکروس}} \frac{4}{13}$$

● عددهای یک و (۱-) تنها اعدادی هستند که با معکوس

خود برابرند

پیدا کردن مقدار مجهول در یک تساوی

یکی از کاربردهای ضرب کردن کسرها، پیدا کردن مقدار

مجهول در یک تساوی است به عنوان مثال در تساوی

زیر برای پیدا کردن مقدار $\square$ دو عدد روبه رو به هم

یعنی ۲۵ و ۱۲ را در هم ضرب کرده و حاصل را به

عدد روبه رو به $\square$ یعنی ۱۰ تقسیم می کنیم

مثال

$$\frac{25}{\square} = \frac{10}{12} \Rightarrow \square = \frac{25 \times 12}{10} = 30$$

سوال مقدار مربع را در هر یک از عبارات مشخص کنید

$$\frac{\square}{30} = \frac{20}{25} \Rightarrow \square = \frac{30 \times 20}{25} = 24$$

Subject..

Day.. Month.. Year..

$$\frac{48}{\square} = \frac{36}{27} \Rightarrow \square = \frac{48 \times 27}{36} = 36$$

تقسیم کسرها

تقسیم کسرها به کمک مثل

تقسیم کسر کوچک تر از واحد بر یک عدد طبیعی

① ابتدا کسر را به صورت عمومی رسم می کنیم

$$\frac{4}{5} \div 4 =$$

② به صورت افقی عدد صحیح را هم رسم می کنیم

③ ردیف اول رنگ شده های نشوند صورت و کل مثل

می نشوند مخزن

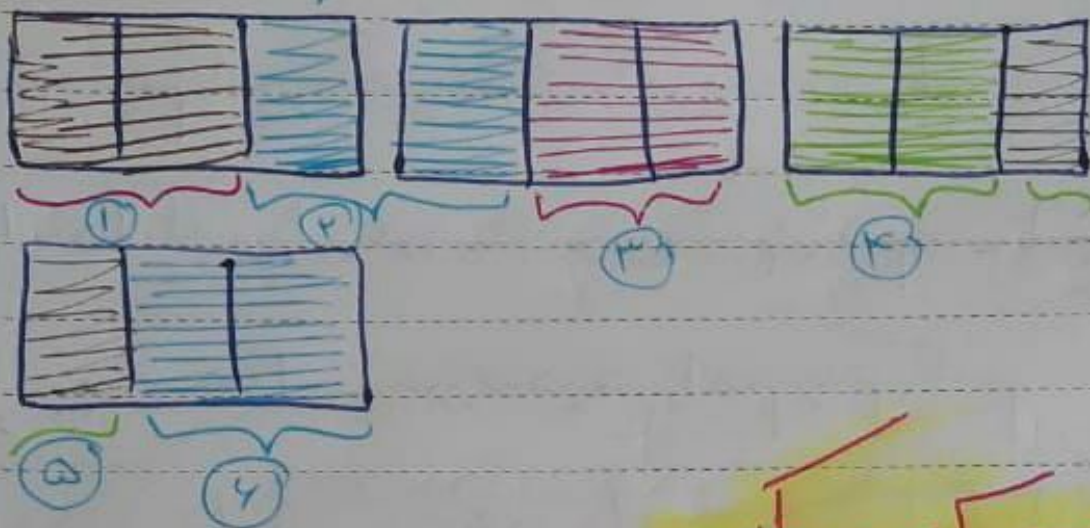
$\frac{4}{5} \div 4 =$		جواب در صورت	

تقسیم یک عدد طبیعی «صحیح» بر کسر

۱) به اندازه یک عدد صحیح تقاطع می کنیم $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = 6$

۲) به اندازه مخرج کسر دوم تقاطع را تقسیم بندی می کنیم

۳) به اندازه ی صورت از تقاطع جدا می کنیم



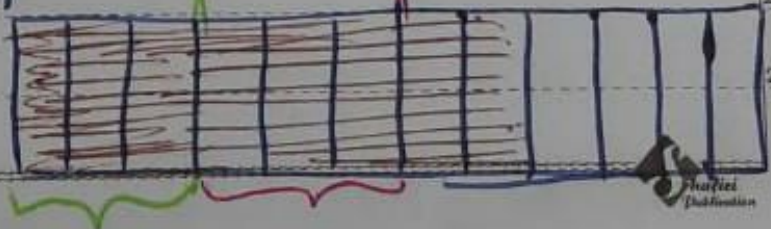
تقسیم کسر بر کسر

۱) اگر هم مخرج نبودن هم مخرج می کنیم

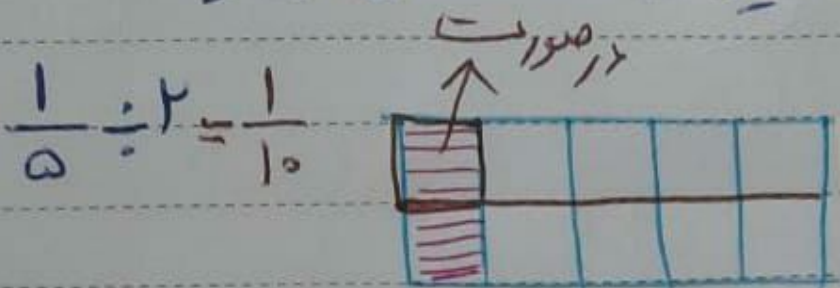
۲) کسر اول را رسم می کنیم

۳) کسر دوم را در کسر اول جدا می کنیم

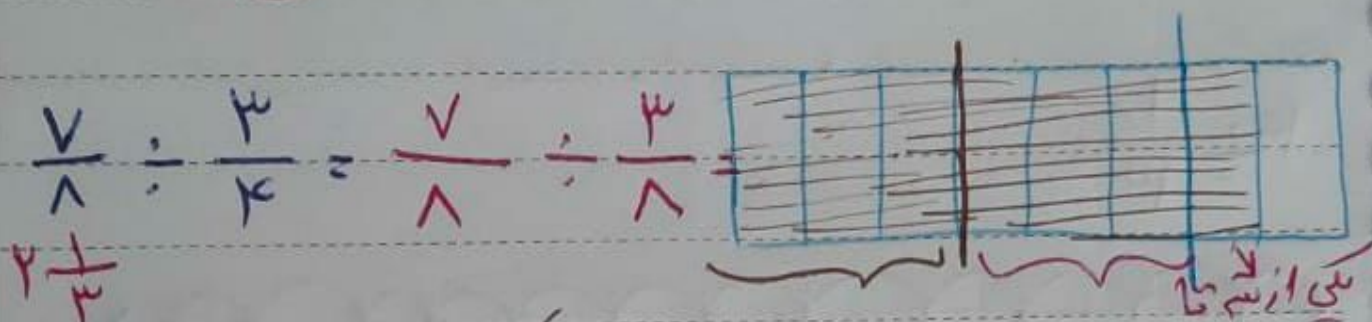
$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{12} \div \frac{4}{12} = 2 \times \frac{2}{3}$$



حاصل تقسیم های زیر را با کمک شکل پیدا کنید



ردیف اول در صورت و کل خانه ها در مخرج



اول هم مخرج دوم کسر اول که $\frac{7}{8}$ هست را رسم

می کنیم و سوم کسر دوم را در کسر اول جدا می کنیم

تقسیم کسرها به کمک محور

① ابتدا عدد صحیح را روی محور نشان می دهیم $\frac{1}{2} \div \frac{1}{5} = 5$

سپس هر واحد را به ۲ قسمت تقسیم کرده



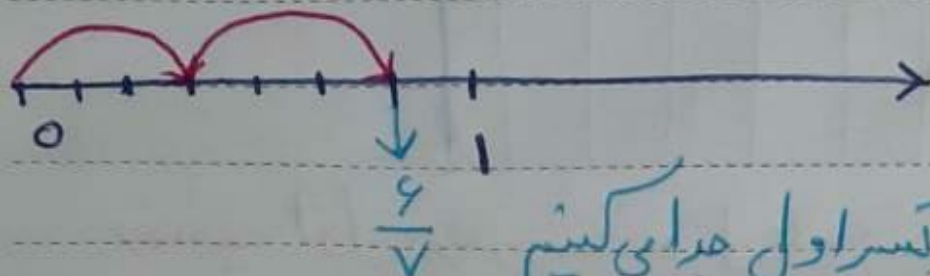
② حالا $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ بیش ی رویم تا به نقطه ی پنج برسیم

Subject.....

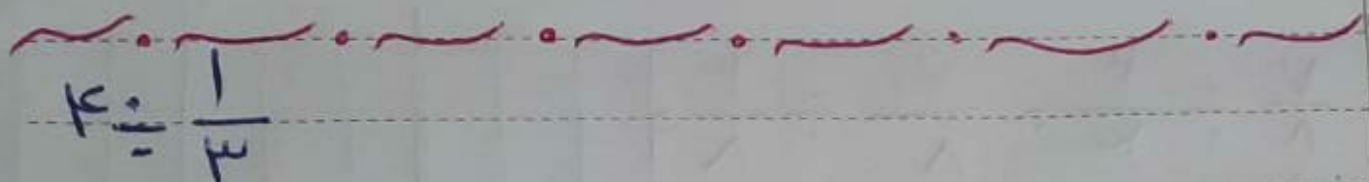
Day..... Month..... Year.....

① کسر اول را روی محور مشخص کرده

$$\frac{6}{7} \div \frac{3}{7}$$



② کسر دوم را در کسر اول جدا می کنیم



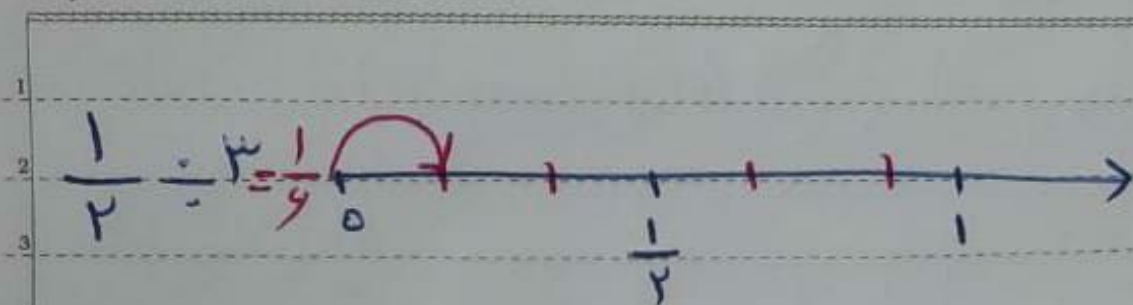
③ ابتدا عدد صحیح را روی محور مشخص می کنیم

④ هر واحد محور را سه قسمت کرده

⑤ از صفر $\frac{1}{3}$ تا $\frac{1}{3}$ پیش می رویم تا به نقطه $\frac{4}{3}$

برسیم. تعداد $\frac{1}{3}$ ها برابر با $\frac{4}{3}$ است که جواب

مسأله ما است



① ابتدا $\frac{1}{2}$ را روی محور مشخص می‌کنیم

② حالا $\frac{1}{6}$ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم

③ به اندازه‌ی صورت کسر جدا می‌کنیم «اندازه‌ی هر قسمت برابر $\frac{1}{6}$ از کل واحد است»

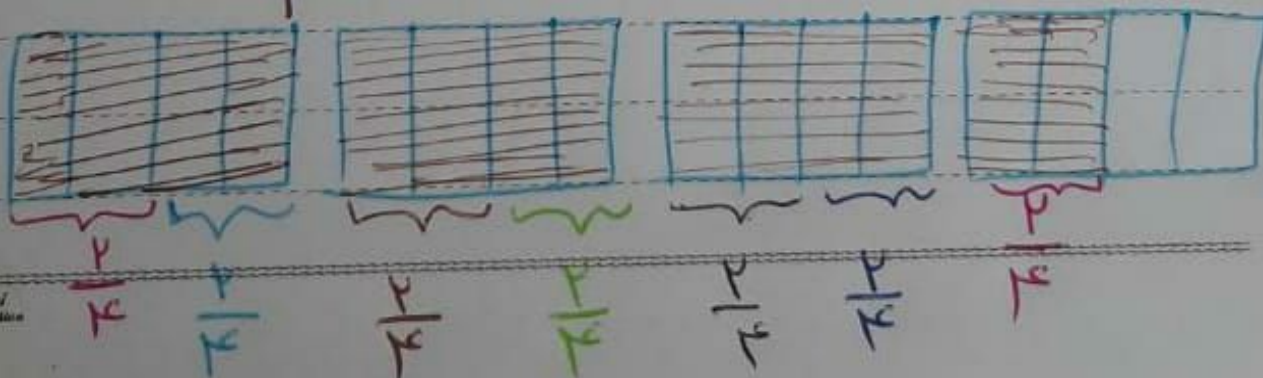
تقسیم یک عدد مخلوط به یک کسر «شکل»

$$3\frac{1}{2} \div \frac{2}{4} = 3\frac{2}{4} \div \frac{2}{4} = \boxed{7}$$

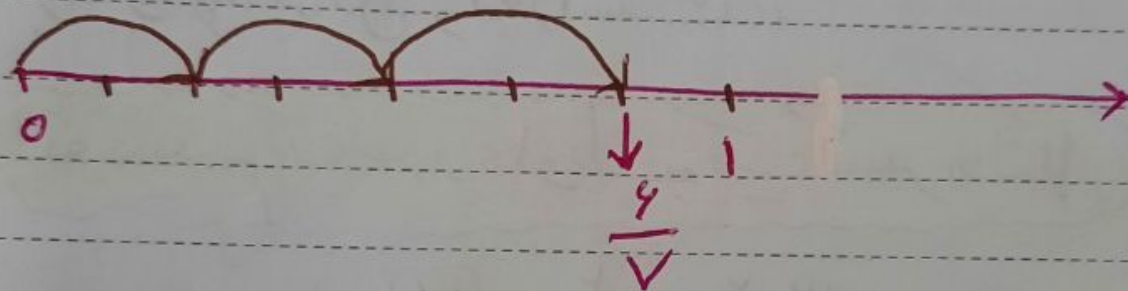
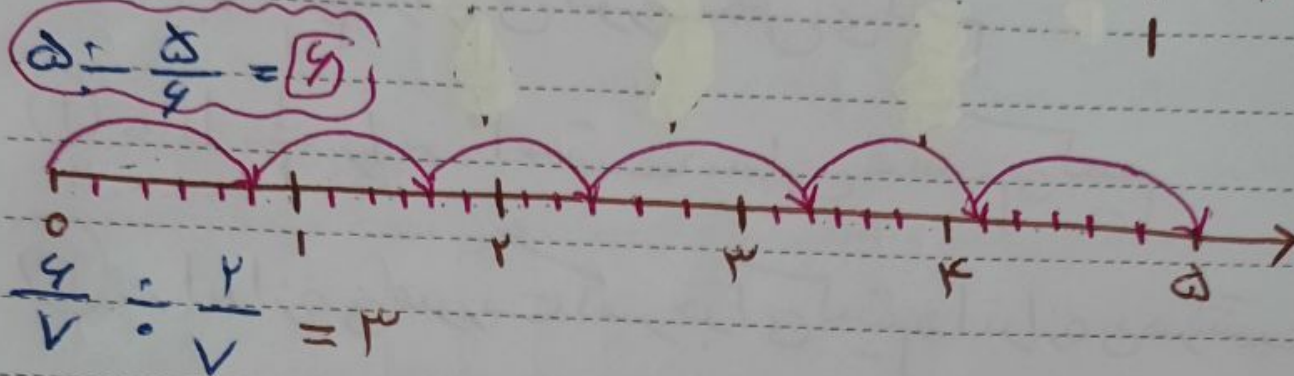
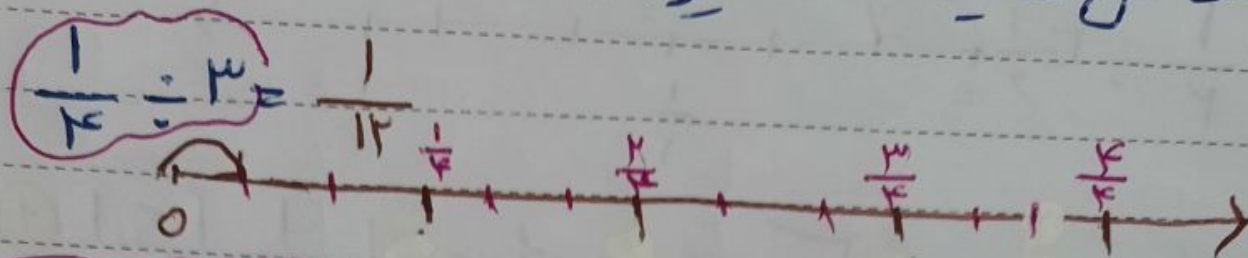
④ ابتدا اعداد را را هم مخارج می‌کنیم

⑤ حال باید $3\frac{2}{4}$ را رسم کنیم

⑥ مقدار کسر $\frac{2}{4}$ را در آن پیدا کنیم



حاصل تقسیمات زیر را با کمک محور بیابید



تقسیم کسرها و اعداد مخلوط به کمک محاسبه

برای تقسیم کسرها دو روش وجود دارد

$$\frac{3}{4} \div \frac{17}{6} = \frac{9}{12} \div \frac{34}{12} = \frac{9}{34}$$

روش اول: کسرها را هم مخزج می کنیم. سپس صورت ها

را بر هم تقسیم می کنیم

روشن دوم

① کسر اول را می نویسیم

② علامت تقسیم تبدیل به ضرب

③ کسر دوم را معکوس می کنیم

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

$$\frac{25}{36} \div \frac{15}{18} = \frac{25}{36} \times \frac{18}{15} = \frac{20}{9} = 2 \frac{2}{9}$$

تقسیم اعداد مخلوط به کمک محاسبه

برای تقسیم اعداد مخلوط ابتدا باید اعداد مخلوط را به کسر

تبدیل کنیم مثلاً

$$2 \frac{1}{3} \div 3 \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \div \frac{17}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{17} = \frac{35}{51}$$

$$4 \frac{2}{7} \div 1 \frac{2}{3} = \frac{30}{7} \div \frac{5}{3} = \frac{30}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{7} = 2 \frac{4}{7}$$

Subject.....

Day..... Month..... Year.....

محاسبات با کسر

$$\textcircled{1} \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{3}}{\frac{1}{3} \times \frac{3}{3}} = \frac{\frac{3}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{6} \div \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

خط کسری همان تقسیم است. ممکن است که

کسری وجود داشته باشد که صورت و مخزن آن کسر

خود یک عدد کسری یا عدد مخلوط باشند در این حالت

جواب صورت را بر جواب مخزن تقسیم کنیم

$$\frac{\frac{7}{6}}{\frac{14}{8}} = \frac{7}{6} \div \frac{14}{8} \Rightarrow \frac{7}{6} \times \frac{8}{14} = \frac{2}{3}$$

روش دوم $\frac{197}{100}$
تزدیک $\times$ تزدیک

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = \frac{6}{2}$$

برای سرعت و راحتی کار بهتر است صورت کسر

یا المارا در مخارج کسر پایین ضرب کنیم و در صورت کسر

جدید بنویسیم و مخارج کسر یا المارا در صورت کسر پایین

ضرب کرده و در مخارج کسر جدید قرار دهیم و سپس حاصل

را به دست آوریم.

کسرهای مرکب

به کسرهایی که در صورت و مخارج آن ها اعداد کسری

و مخلوط با هم جمع و تفریق یا ضرب و تقسیم شده اند

کسر مرکب می گویند. در این نوع کسر ها حاصل صورت

و مخارج را جداگانه به دست می آوریم و برهم تقسیم می کنیم

$$\frac{2 - 1\frac{1}{3}}{\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{3}{4} \div \frac{9}{4}} = \frac{5}{3} \div \frac{3}{9} = \frac{5}{3} \times \frac{9}{3} = \frac{15}{3}$$

صورت
محاسبی صورت $2 - 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

محاسبی مخزن $\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$

$$2 - \frac{1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{4}} = 2 - \frac{\frac{4}{3}}{\frac{9}{4}} = 2 - \frac{16}{27} = 1\frac{11}{27}$$

$$\frac{11}{9}$$

$$\frac{1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{4}} = \frac{4}{3} \div \frac{9}{4} = \frac{4}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{27}$$

$$\frac{2\frac{1}{4} + \frac{2}{5}}{\frac{7}{10} - \frac{4}{10}} = \frac{2\frac{1}{4} + \frac{2}{5}}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{11}{5} + \frac{2}{5}}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{13}{5}}{\frac{3}{10}} = \frac{13}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{13}{5} \times \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$$

$$\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

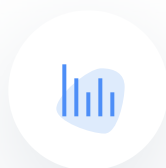
محاسبی صورت $2\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = 2\frac{15}{20} + \frac{8}{20} = 2\frac{23}{20}$

$$2\frac{23}{20}$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد