



جزوه دست نویس ریاضی ششم

فصل چهارم

مهدیه آتش افروز

مدرس پایه ششم

تقارن حیرتشی
تقارن محوری «خط تقارن»

تقارن نقطه ای «مرکز تقارن»

محور تقارن «خط تقارن»

خط فرضی است که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم

می کند به طوری که هرگاه شکل را روی آن خط تابانید

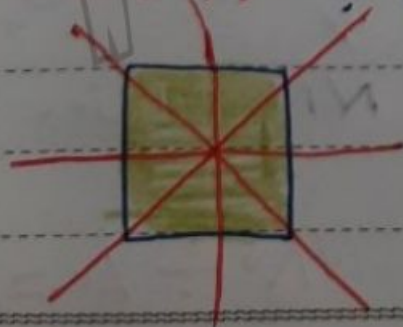
دو قسمت مساوی کاملاً بر روی هم منطبق می شوند



نکته

شکل های منظم «شکل های ضلع هایش با هم مساوی

و زاویه هایش با هم مساوی است» به تعداد اضلاعشان

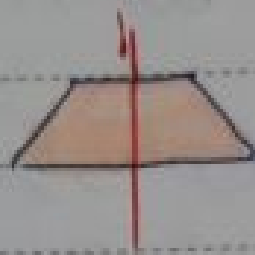
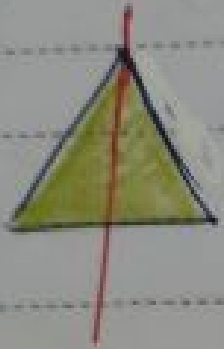


خط تقارن دارند

نکته

مثلث متساوی الساقین و دوزنق متساوی الساقین

بیب خط تقارن دارند.



خط بی نهایت خط تقارن دارد

پاره خط دو خط تقارن دارد که یکی از آن ها روی خودش

منطبق است

منبع خط بی خط تقارن دارد که روی خودش منطبق است

مرکز تقارن یک شکل

وقتی شکلی حول نقطه ای دقیقاً جرخش ۳۶۰ درجه داشته

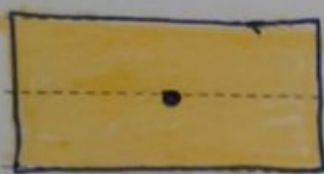
باشد و بعد از آن دقیقاً روی خودش منطبق گردد

نقطه ی مورد نظر مرکز تقارن شکل می باشد مثلاً

۱ اگر شکل مستطیل زیر را حول نقطه‌ی مشخص شده بچرخانیم

۳ شکل مستطیل دوباره روی خودش منطبق می‌گردد و

۵ نقطه‌ی مورد نظر مرکز تقارن مستطیل می‌باشد



بعد از چرخش 180° درجه



نکته

۱۲ بعضی از شکل‌ها مانند مربع، مستطیل، لوزی،

۱۴ متوازی‌الاضلاع و ... دارای مرکز تقارن می‌باشند،

۱۶ زیرا اگر این شکل‌ها را حول نقطه مشخصه 180° درجه

۱۸ بچرخانیم شکل روی خودش منطبق می‌گردد «مرکز تقارن»

۲۰ شکل‌های زیر، حل بر خورد قطره‌های باشد



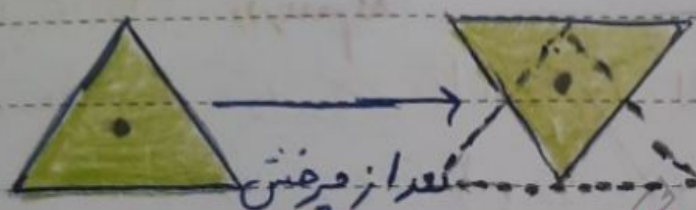
نکته

بعضی از شکل ها مانند مثلث و ذوزنقه و ... دارای

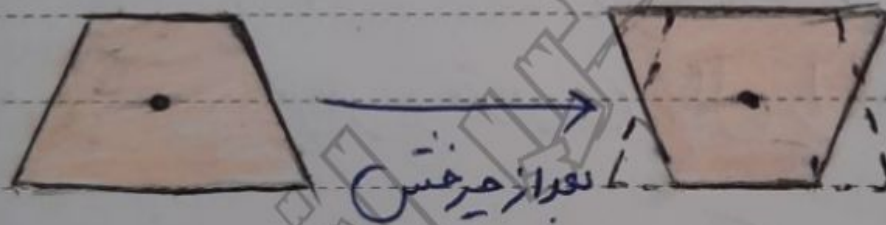
مرکز تقارن نمی باشند زیرا اگر این شکل ها را حول

هر نقطه ای مشغفی ۱۸۰ درجه بچرخانیم، شکل روی

خودش منطبق نمی گردد



خطوط نقطه چین نشان دهنده شکل قبل از چرخش



می باشد

نکته

نقطه یک مرکز تقارن دارد

خط بی شمار مرکز تقارن دارد

پاره خط یک مرکز تقارن دارد

نیم خط مرکز تقارن ندارد

تقارن مرکزی

قرینه‌ی هر شکل نسبت به یک نقطه را تقارن مرکزی

می‌گویند

روش اول به دست آوردن قرینه‌ی یک شکل نسبت

به یک نقطه

رسم تقارن مرکزی یا استفاده از انتقال شکل نسبت به محور عمودی

می‌خواهیم قرینه‌ی شکل رو به رو را نسبت به نقطه‌ی (م)

به دست آوریم ابتدا از نقطه‌ی «م» دو خط عمود بر هم

رسم می‌کنیم سپس قرینه‌ی شکل را نسبت به محور عمودی

به دست می‌آوریم سپس قرینه‌ی شکل جدید را نسبت

به محور افقی به دست می‌آوریم شکل نهایی قرینه‌ی

شکل نسبت به نقطه‌ی «م» است



(م)



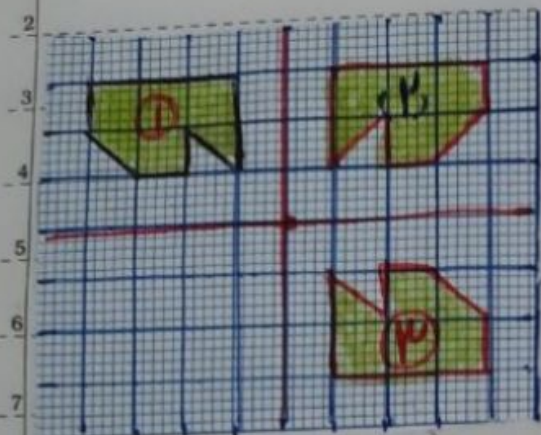
قرینه‌ی شکل (ا) نسبت به

محور عمودی



قرینه‌ی شکل (ا) نسبت به محور افقی

به کمک روش اول قرینه شل را نسبت به نقطه م بر دست

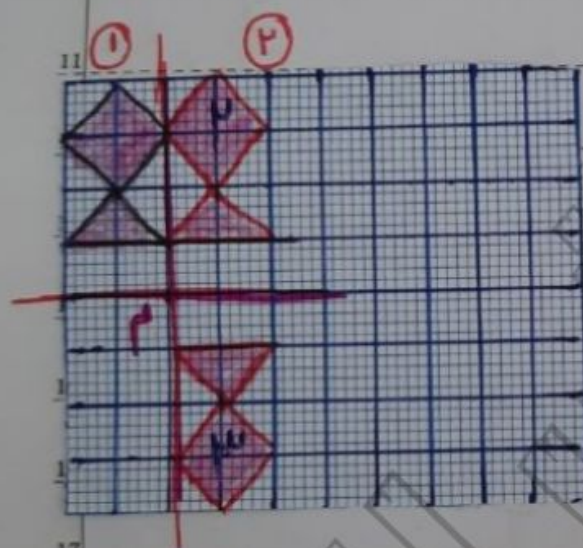


از نقطه ی م دو خط عمود بر هم

رسم می کنیم ابتدا قرینه شل را نسبت

به محور عمودی و سپس قرینه شل به

دست آمده نسبت به خط افقی را رسم می کنیم



روش دوم: رسم تقارن مرکزی یا استفاده از انتقال رأس های

شل نسبت به نقطه ی مورد نظر

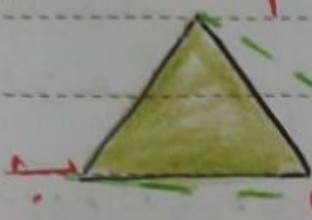
ابتدا رأس های شل مورد نظر را مشخص کرده و در صورت

نیاز نام گذاری یا شماره گذاری کنیم هر رأس را با

استفاده از خط کش به نقطه م وصل کرده و به همان

اندازه ادا مر داده و مکان قرینیه رأس های مورد نظر را

مشخص کنید و با همان ترتیب شکل اولیه نقاط را به هم



وصل می کنیم



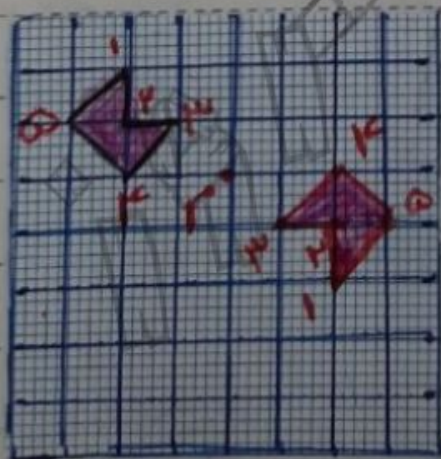
توجه

اگر در یک صفحه ی شطرنجی از ما بخواهد که قرینیه ی یک

شکل را نسبت به یک نقطه به دست بیاوریم می توان

قرینیه ی هر رأس شکل را نسبت به مرکز تقارن یا شش

حرکت های افقی و عمودی به دست آوریم



روش سوم

برای قرینه کردن یک شکل نسبت به یک نقطه «نقطه تقارن»

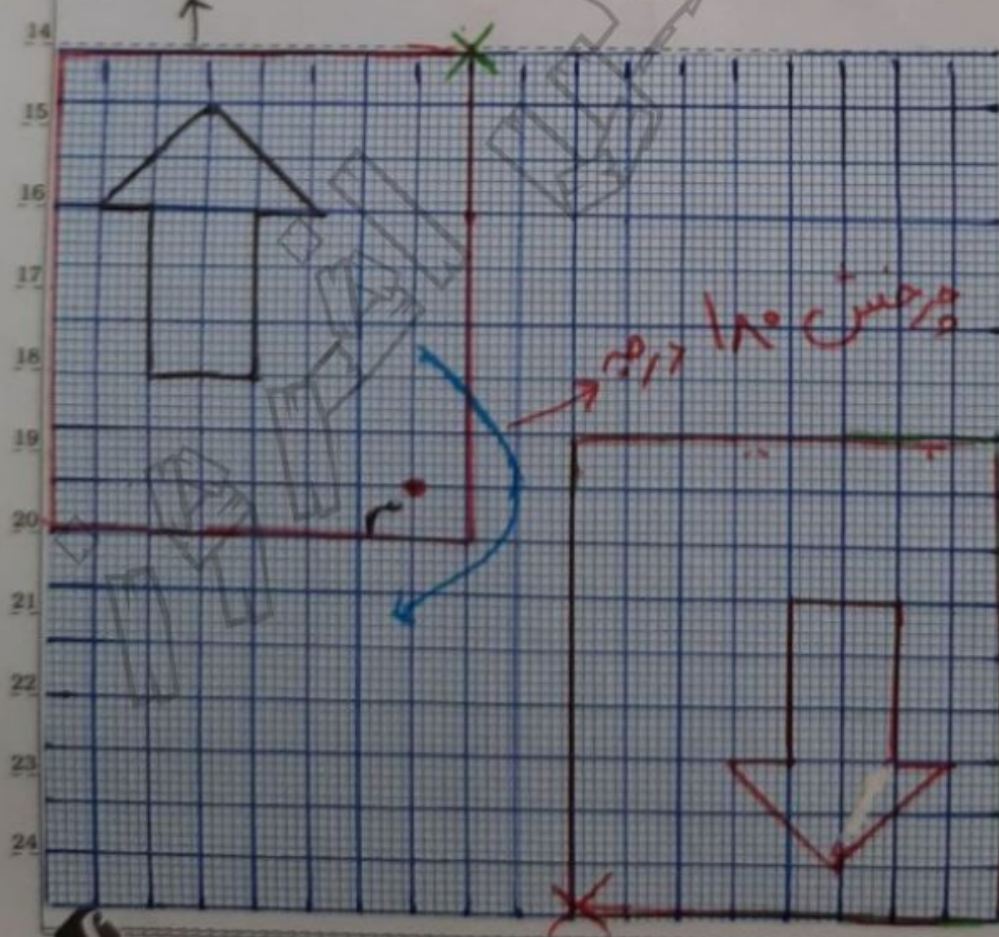
یک کاغذ شفاف یا پلک را روی شکل قرار می دهیم و تصویر شکل

را روی کاغذ شفاف رسم می کنیم. سپس نوک مداد را روی مرکز

تقارن قرار دادن و کاغذ شفاف را ۱۸۰ درجه در جهت عقربه های

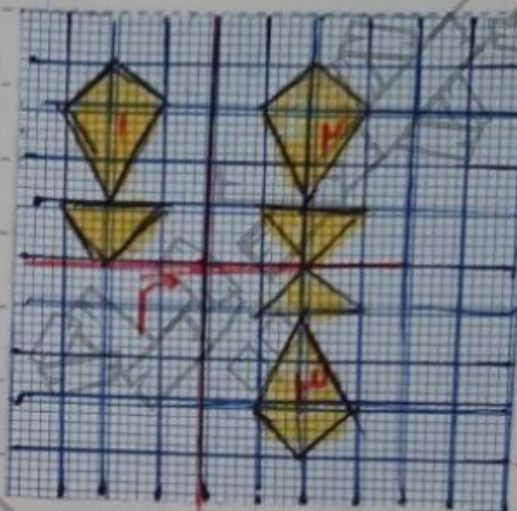
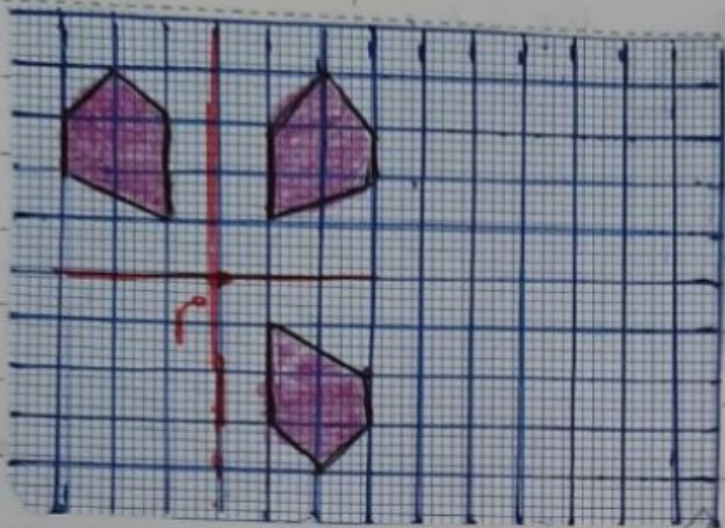
ساعت می چرخانیم و شکل حاصل را رسم می کنیم این شکل

قرینه ی شکل اصلی نسبت به نقطه ی تقارن است. ↑ ظن



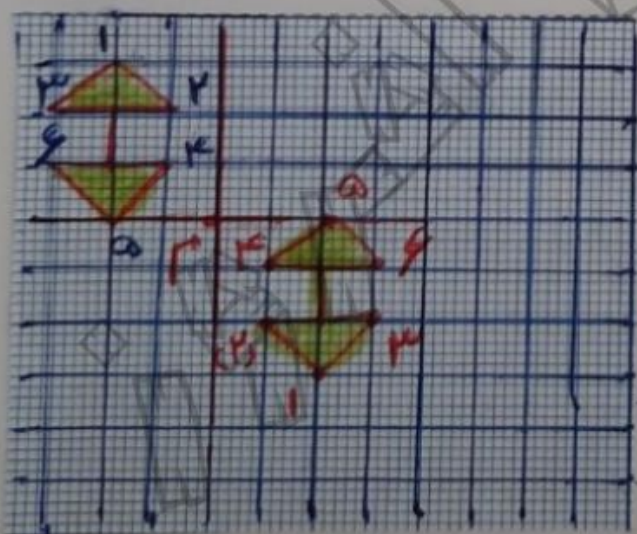
پاروش اول تقارن شل ها را نسبت به نقطه «م»

به دست آورید



به کمک روش دوم قرینه‌ی شل را نسبت به مرکز

تقارن نقطه «م» به دست آورید



قرینه‌ی هر رأس شل را

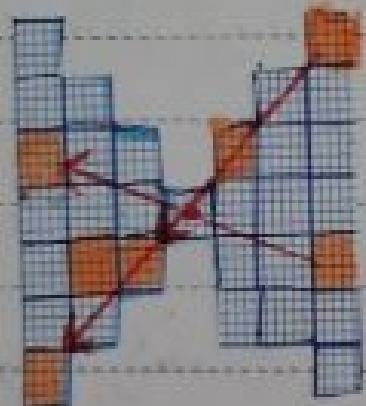
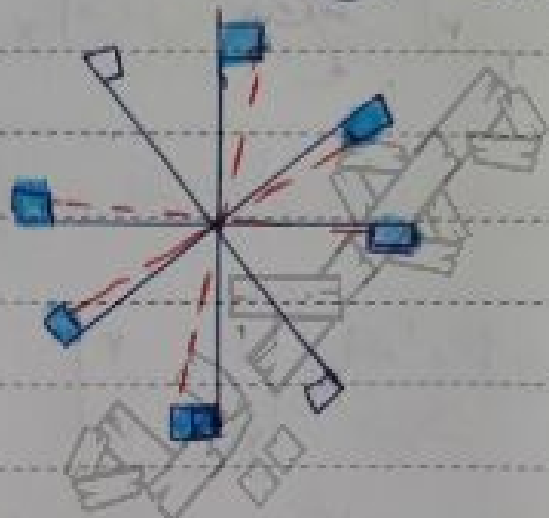
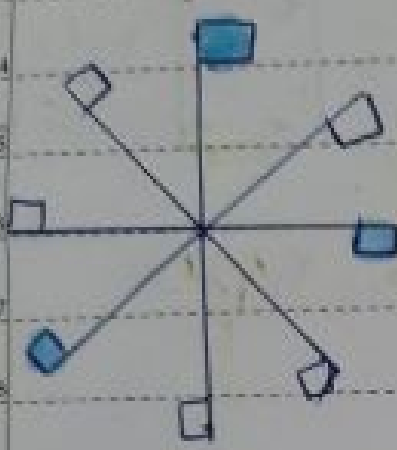
نسبت به مرکز تقارن با

شماردن حرکت‌های افقی

و عمودی به دست آورید

مثال: شکل های زیر را طوری رنگ کنید که نقطه مرکزی «م» باشد

مرکز تقارن باشد



دوران

در سال قبل با مفهوم دوران «چرخش» آشنا شدیم

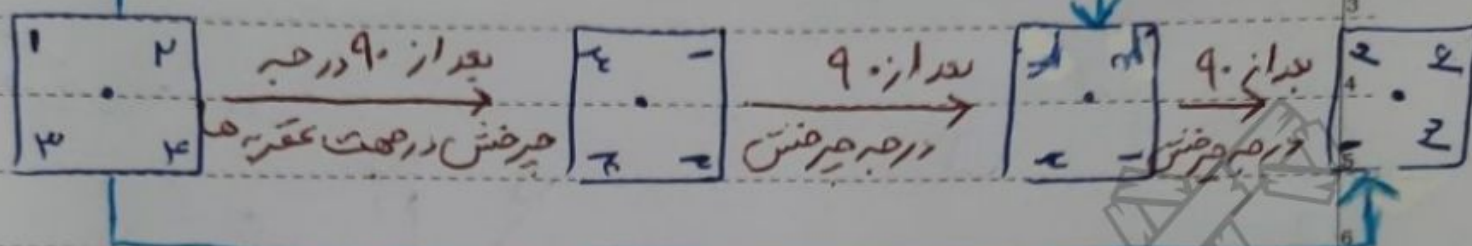
در هر چرخش، مرکز دوران، زاویه و جهت چرخش اهمیت زیادی دارد. در «دوران» دو جهت زیر مهم هستند



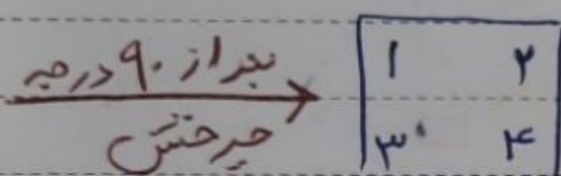
جهت حرکت عقربه های ساعت

جهت حرکت عقربه های پادساعتی

به دوران های شکل زیر دست کنید
بعد از ۸۰ درجه چرخش در جهت عقربه های ساعت



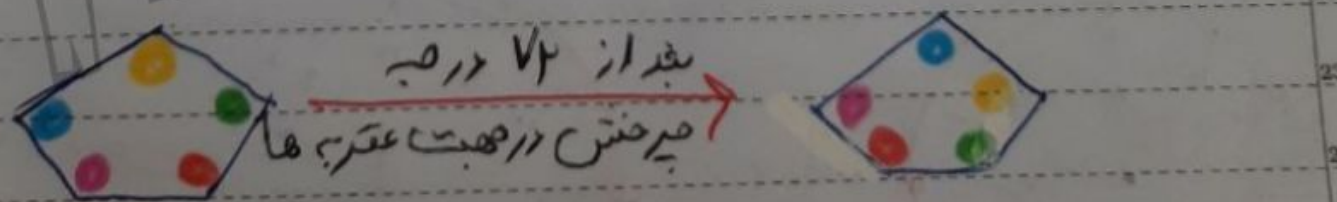
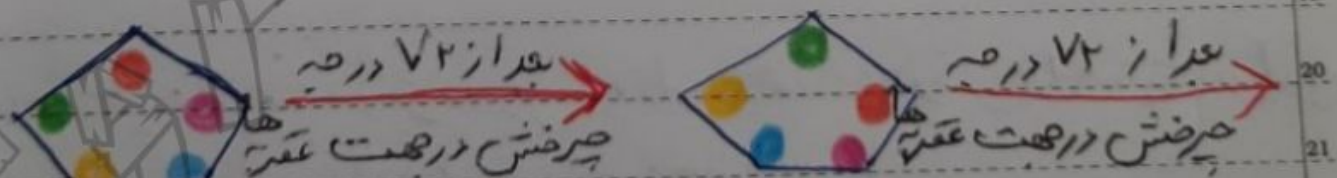
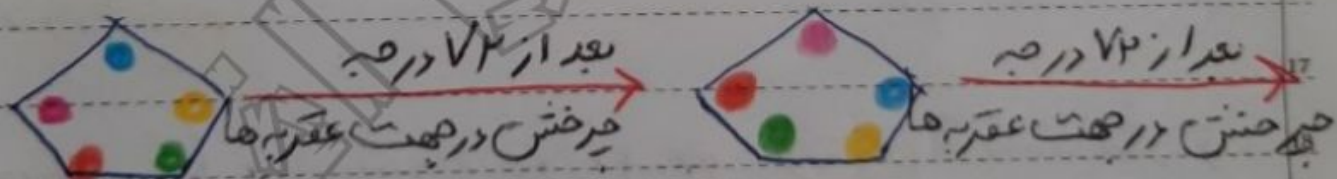
بعد از ۲۷۰ درجه چرخش در جهت عقربه های ساعت



همان طور که ملاحظه می کنید این شکل با ۴ چرخش

یا همان ۳۶۰ درجه چرخش به موقعیت اولیه

خود برگشت

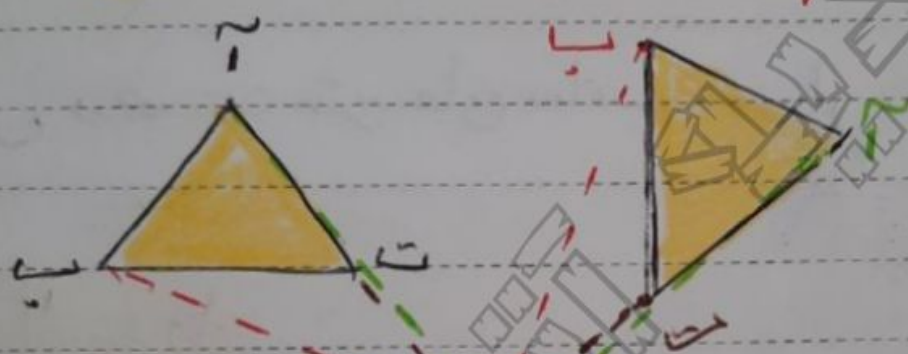


همان طور که ملاحظه می کنید این شکل پس از

۵ بار ضربه زدن یا همان ۳۶ درجه ضربه زدن

به موقعیت اولیه خود بازگشت

طریقه رسم دوران یا نکته ی یک شکل



برای رسم شکل با دوران ۹۰ درجه حول یک نقطه هر

رأس از شکل را به نقطه ی مورد نظر وصل کنید حال به کمک

گونیا یا نقاله یک زاویه ی راست از نقطه ی دوران

رسم کنید مثلاً در شکل نقطه ی آ را به نقطه ی ن وصل کنید و

آن را اندازه بزنید حال لبه ی گونیا روی ضلع «ان» بگذارید

و روی ضلع دیگر گونیا به همان اندازه ادامه دهید

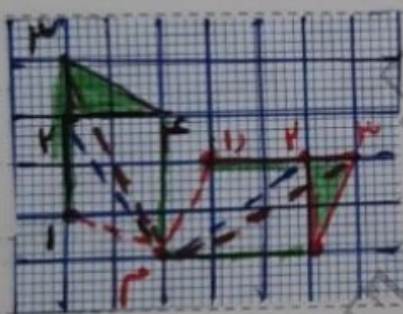
۱. ضلع **درج** آ. شکل جدید مشعشع می شود

۳. دقت کنید بین دو ضلع از شکل و شکل دوران زاویه

۹۰ درجه وجود دارد

۷. این کار را برای هر رأس و ضلع دیگر تکرار کنید

۹. شکل در جهت عقربه های ساعت دوران یافته است



۱۲. مثال ۲

۱۶. تقارن غیر خشی

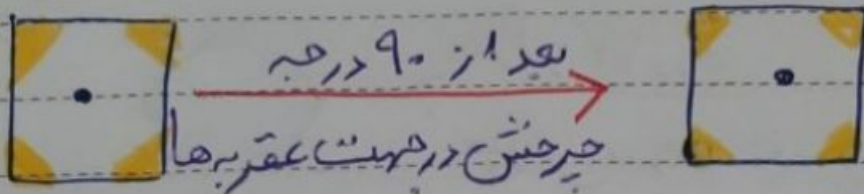
۱۸. وقتی شکل را حول یک نقطه به اندازه 180° درجه یا

کم تر در جهت حرکت عقربه های ساعت

۲۲. و شکل روی خودش منطبق نشود گوییم شکل

۲۴. تقارن غیر خشی دارد

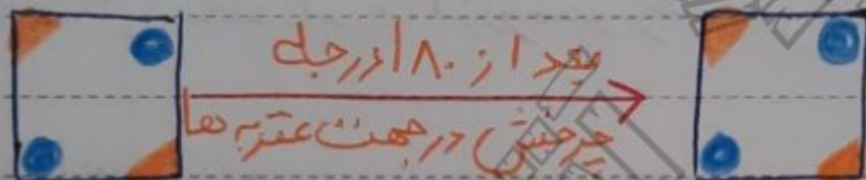
مثال



چون این شکل بعد از ۹۰ درجه چرخش در جهت حرکت عقربه‌های

ساعت دوباره روی خودش منطبق می‌شود پس دوران

چرخشی دارد



شکل بعد از ۱۸۰ درجه چرخش در جهت حرکت عقربه‌های

ساعت دوباره روی خودش منطبق می‌شود پس دوران

مثال



اگر شکل را از ۱۸۰ درجه بچرخانیم هیچ

گاه بر خودش منطبق نمی‌شود لذا این شکل دوران

چرخشی ندارد



بعد از ۷۲ درجه

چرخش در جهت عقربه‌ها



تشکیل تقاطع چرخشی دارد

درس سوم محورها و مختصات

صفحه‌ی مختصات از دو محور عمودی و افقی تشکیل

شده است.

محور افقی را محور طول و محور عمودی را محور

عرض‌ها می‌گویند

به محل تقاطع این محورها مبدأ مختصات می‌گویند

هر نقطه در صفحه را با دو عدد به صورت [طول] [عرض] نشان می‌دهیم

و آن را مختصات نقطه می‌نامیم.

عرد یا الما این در مختصات یک نقطه، مؤلفه افقی «طول»

و عدد پایینی مؤلفه‌ی عمودی «عرض» آن نقطه می باشد

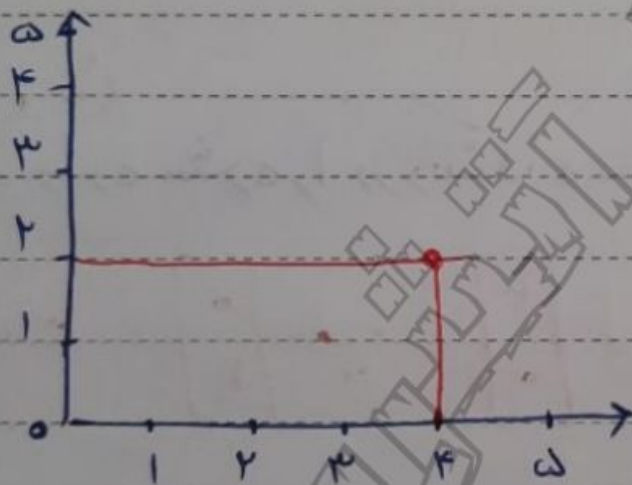
برای پیدا کردن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک نقطه

باید از آن نقطه دو خط عمود بر محورها رسم کرده و فاصلی

محل تقاطع آن‌ها با محورها را تا مبدأ مختصات پیدا

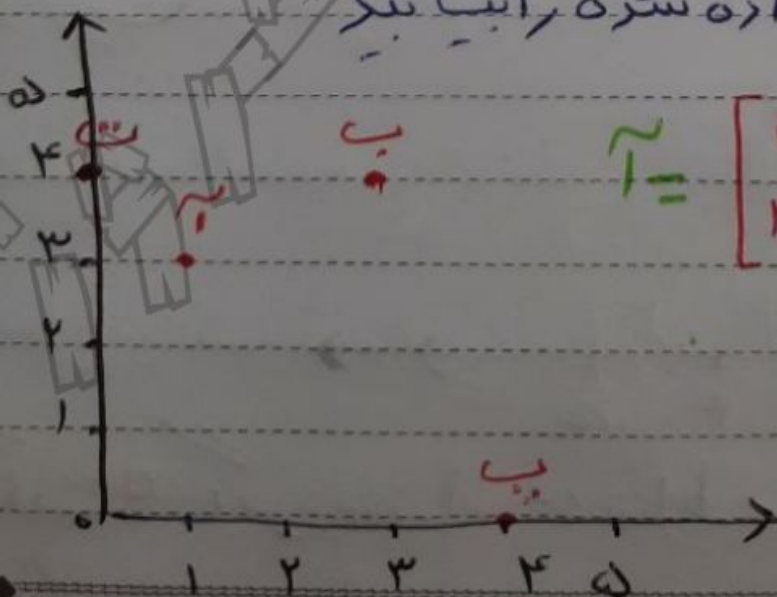
کنیم مثلاً نقطه‌ی A در شکل زیر دارای مختصات

(ست)



مثال

مختصات نقاط داده شده را بنویسید



$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

نکته

نقاطی که روی محور طول ها قرار دارند (مثل نقطه ی ب)

در مثال قبل (عرصه آن صفر است)

نقاطی که روی محور عرصه ها قرار دارند (مثل نقطه ی

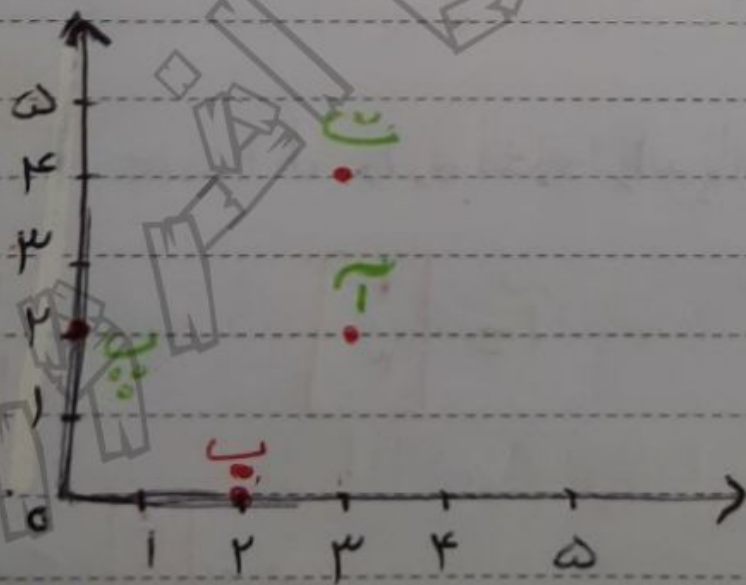
ب در مثال قبل) طول آنها صفر است

مثال (۲)

نقاط داده شده را در دستگاه مختصات نمایش دهید

$$\begin{matrix} \text{ب} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} & \text{ا} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} & \text{ج} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{د} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

پاسخ:



اگر مختصات نقاط داده شده باشند،

نکته

برای نمایش آن ها کافی است از مبدأ محققات ابتدا

بر اندازه ی عدد را داشته برای طول به صورت افقی

و بر اندازه ی عدد را داشته برای عرض به صورت عمودی

حرکت کرده و نقطه را مشخص می کنیم

رسم مثل های هگزایی در صفحه و به دست آوردن

مساحت آن ها

با داشتن محققات رأس های یک مثل و نمایش آن ها

در دستگاه محققات می توان یک مثل را در دستگاه محققات

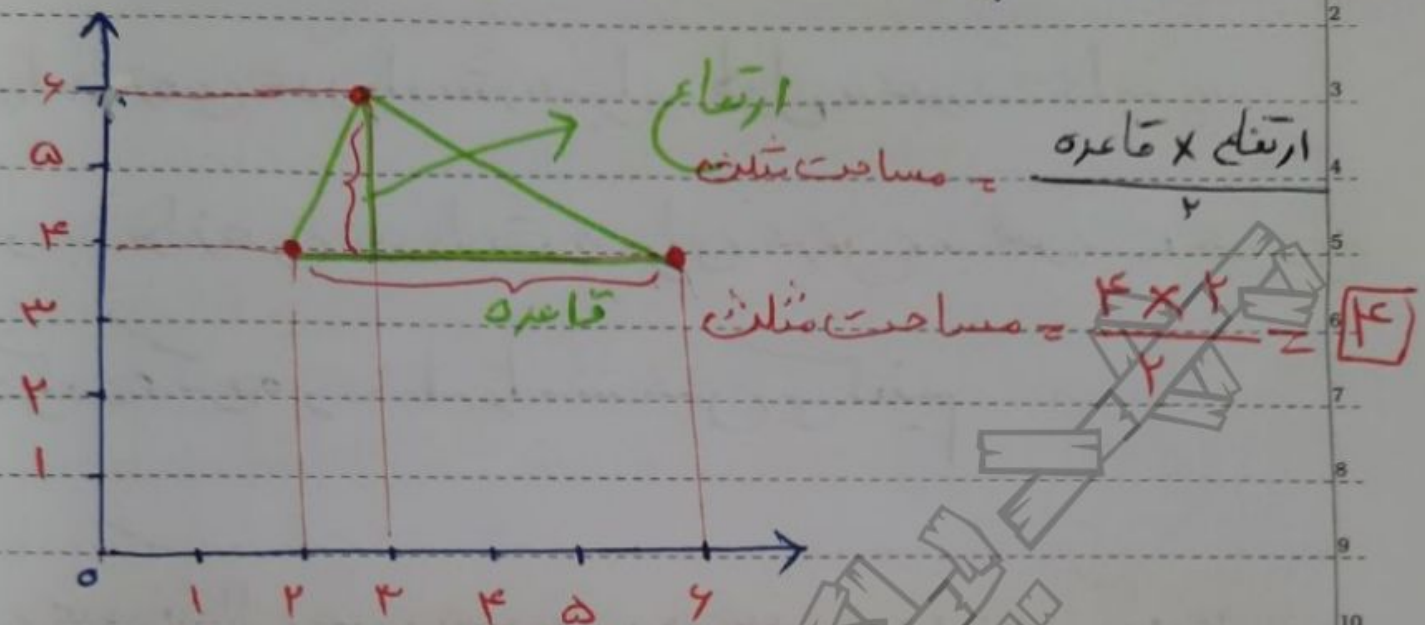
رسم نمود. همچنین می توان از راه شمرده مربع های داخل

مثل با استفاده از فرمول های هگزایی مساحت مثل را حساب کرده

مثال:

مثلث با رأس های $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ را در صفحه محققات

رسم کرده و سپس مساحت آن را بیابید



انتقال

به جای جاشدن یک شکل را مترادف خط انتقال

می گوئیم و اگر منقبضات نقاط رأس های یک شکل را در

نظر گرفته و طول آن ها را با یک عدد و عرض آن ها

را هم با یک عدد جمع کنیم، آن شکل به جای دیگری از صفحه

منتقل می شود که به این عمل انتقال می گویند

نکته: در انتقال، شکل عیناً منتقل می شود و طول

افزای و مساحت شکل تغییر نمی کند

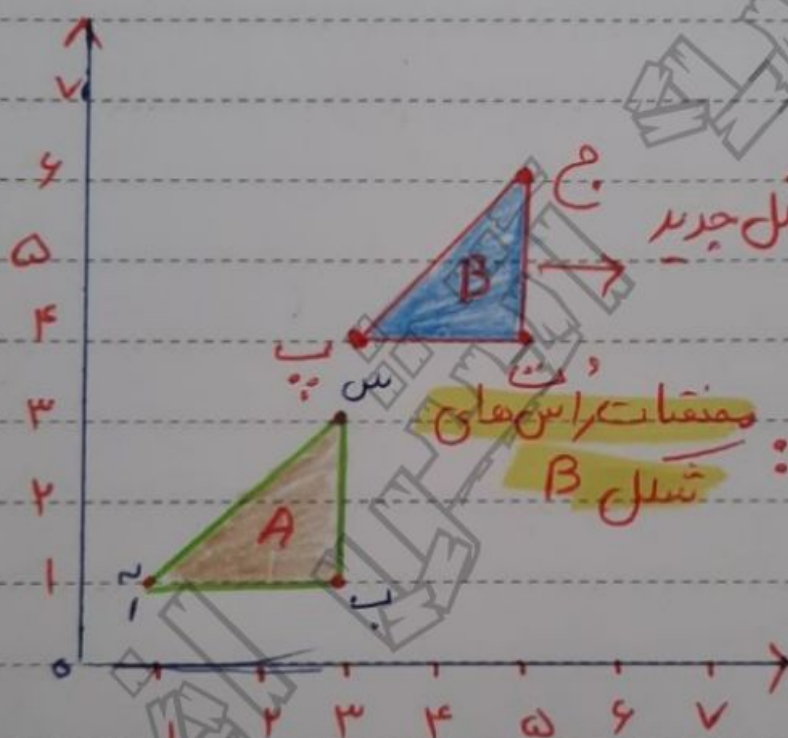
مثال

مختصات رأس‌های مثل (A) را به دست آورده و سپس

آن را ۲ واحد به سمت راست و ۳ واحد به بالا منتقل کنید

مختصات رأس‌های مثل جدید را پیدا کرده و سپس آن را

رسم کنید



مثل جدید

مختصات رأس‌های
مثل B

$$پ = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ و } ت = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$ج = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

پاسخ:

$$پ = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad ت = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad ج = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

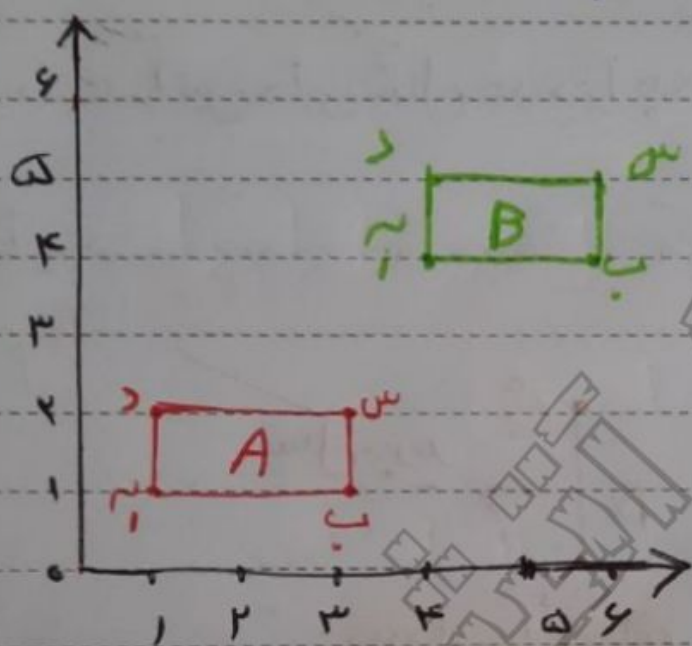
مختصات رأس‌های مثل A

حالا طول هر یک از نقاط را با ۲ و عرض هر یک از آنها را با ۳ جمع می‌کنیم تا مختصات مثل جدید به دست آید «B»

مثال:

مختصات رأس‌های مثلث A و B را پیدا کرده و مقایسه کنید.

کمیتر. سپس، رابطه‌ی بین آن‌ها را بنویسید.



ماتریس

مثلث A: $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\vec{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

مثلث B: $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ و $\vec{d} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود اگر طول و عرض رأس‌های

مثلث A را با عدد ۳ جمع کنیم مثلث B به دست می‌آید.

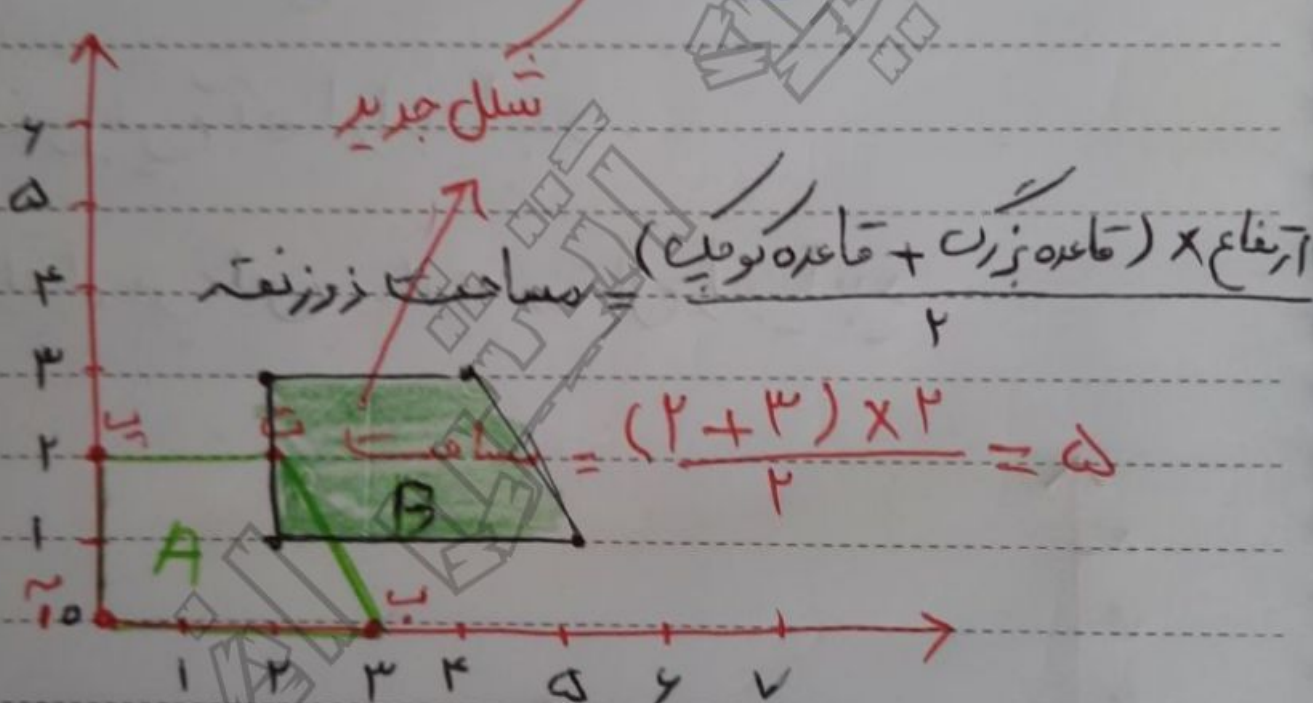
مثال:

۱) زوزنقهای بارأس های $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

ت را رسم کرده و مساحت آن را بیابید

۲) مختصات هر رأس آن را ۲ واحد به سمت راست

و ۱ واحد به بالا منتقل کرده و مختصات شکل جدید را به دست آورید



مختصات رأس شکل جدید: $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$

ت

بزرگ نما بین

اگر محققات رأس های یک شکل در عددی ضرب

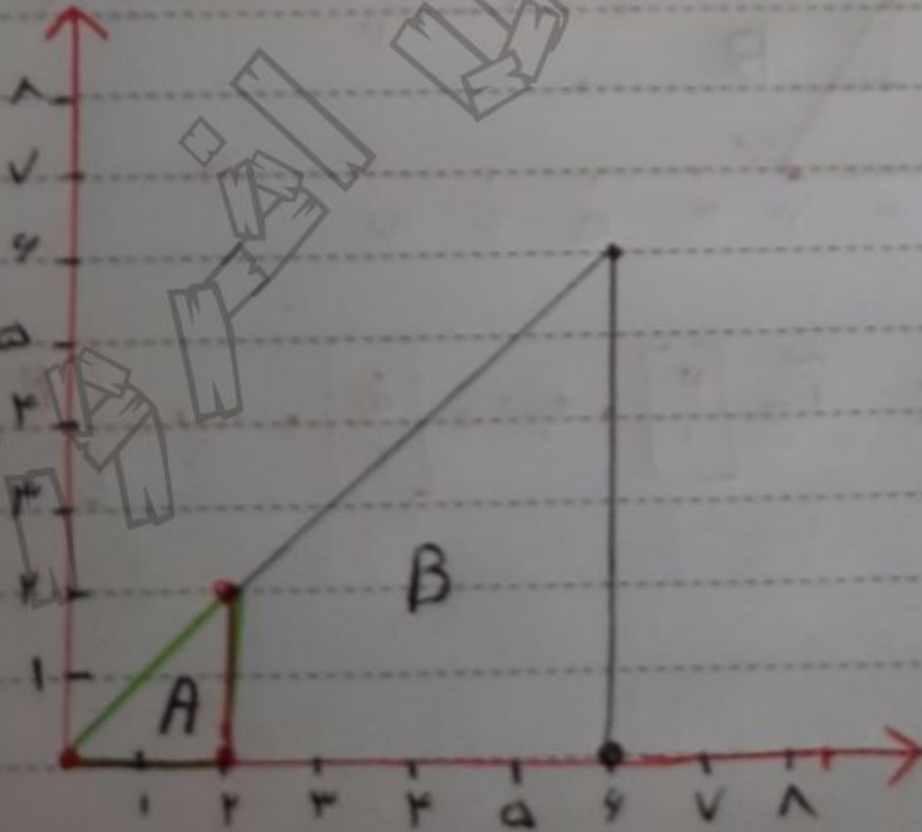
شود شکل اولیه چند برابر می شود

مثال

محققات رأس های شکل A و B را پیدا نموده و

رابطه ی بین آنها را پیدا کنید

پایه رابطی بین این دو شکل را پیدا کنید



شکل A: $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

شکل B: $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

همانطور که مشاهده می شود، محققات رأس های شکل

B، سه برابر محققات رأس های شکل A است

(ب)

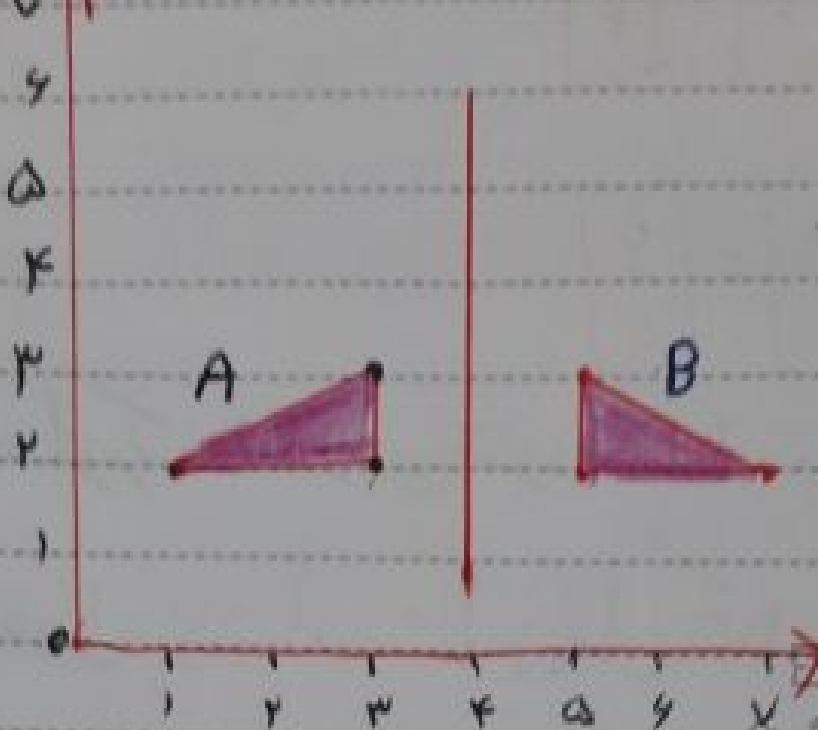
مساحت شکل A: $\frac{2 \times 2}{2} = 2 \Rightarrow \frac{1 \times 1}{2} = 1$

مساحت شکل B: $\frac{4 \times 4}{2} = 8$
مساحت شکل B ۴ برابر شکل A است

مثال:

در شکل زیر قرینه ی شکل A را نسبت به خط عمودی رسم کرده

و محققات رأس شکل A و قرینه اش را به دست آورید



مختصات رأس‌های
شکل A: $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

مختصات رأس‌های قرینه‌ی شکل
و شکل B: $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

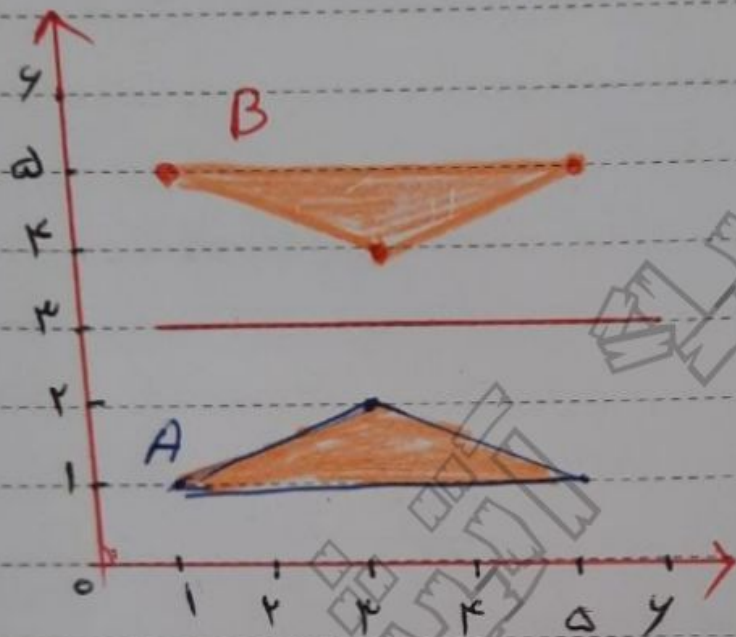
همان‌طور که مشاهده می‌شود چون محور تقارن خواص عمودی

است عرض‌های نقاط شکل اصلی با عرض‌های نقاط

متناظر در شکل قرینه یکسان است

مثال

در شکل زیر قرینه‌ی شکل A را نسبت به خط افقی رسم کرده
و مختصات رأس‌های شکل A و قرینه‌اش را به دست آورید



مختصات رأس‌های شکل A : $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

مختصات رأس‌های قرینه‌ی
شکل A (شکل B): $\begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix}$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، اگر محور تقارن افقی

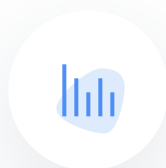
باشد طول‌های نقاط شکل اصلی با طول نقاط متناظر در

شکل قرینه‌اش یکسان است



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد