

ریاضی : هفتم

فصل پنجم : شمارنده ها و اعداد اول

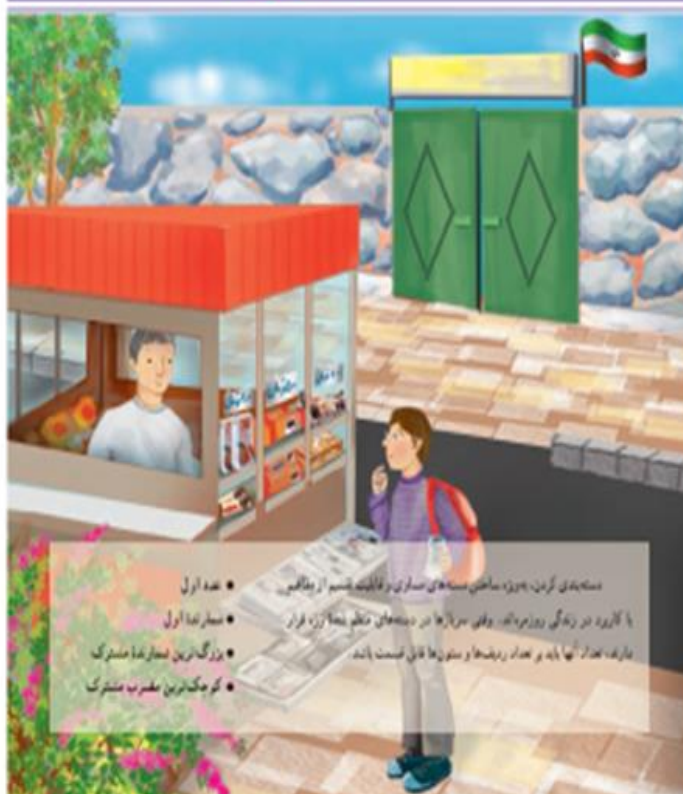
صفحه: ۵۵ تا ۶۸

تهیه کننده : احمد فرخ و ند

در تهیه این فایل از اسلایدهای استاد یونس جمال پور و سایت زیر استفاده شده است. یونس جمال پور lali-riazi.blogfa.com



فصل ۵ شمارنده ها و اعداد اول



- دسته بندی کردن، به روز ساختن دسته های عددی و قابلیت تقسیم از واقعیت
- با آوردن در رنگی روزمره اند. وقتی سر بازار در دسته های منظم به کار برده قرار
- دارند، تعداد آنها باید بر تعداد رنگها و ستون ها قابل قسمت باشد.
- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ ترین شمارنده مشترک
- کوچک ترین مضرب مشترک

۵۶

عدد اول

فعالیت



۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. تعداد ثبت نام شده ها و تعداد

سراپ هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها

مناسب است؟ چرا؟ والیبال، زیرا می توان آن را به ۲ دسته ۶ نفره تقسیم کرد

در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۶	۶	۵	۲	۲

با کمترین جابه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شوند.

۱ نفر از بدمینتون به پینگ پنگ و ۳ نفر از فوتسال به بسکتبال منتقل شوند

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی سه دسته ۲ تایی $۳ \times ۲ = ۶$

یعنی شش دسته ۱ تایی $۶ \times ۱ = ۶$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنا کنید (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند).

یعنی ۱۰ را می‌توان ۵ تا ۵ تا شمرد $۱۰ \div ۵ = ۲$

$$۱۰ \div ۲ = ۵$$

یعنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد.

یعنی ۱۰ را می‌توان ۱ تا ۱ تا شمرد $۱۰ \div ۱ = ۱۰$

۴- مانند نمونه ۱۲ دایره را به دسته‌های مساوی تقسیم کنید؛ یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به این ترتیب

شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.



شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

شمارنده‌های ۱۵: ۱, ۳, ۵, ۱۵

شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

شمارنده‌های ۸: ۱, ۲, ۴, ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ است. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم است؟ چرا؟

زیرا ۱۲ را می‌توان به دسته‌های ۴ تایی تقسیم کرد و هر دسته ۳ تایی را

می‌توان به دسته‌های ۲ تایی تقسیم کرد پس نتیجه می‌گیریم ۲ شمارنده ۱۲ نیز هست

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم است؟ چرا؟

a شمارنده b }
b شمارنده c } c شمارنده a

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹	۱	۳	۹	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۴	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

عدد ۱ شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد ۱ است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد خود آن عدد است.

همه شمارنده‌های یک عدد آن عدد را می‌شمارد.

بعضی از عددها فقط ۲ شمارنده دارند

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل ۲ شمارنده دارد.

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



$$7 = 1 \times 7$$

یعنی ۱ بسته‌ی ۷ تایی

$$7 = 7 \times 1$$

یعنی ۷ بسته‌ی ۱ تایی

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده، عدد یک و خود آن عدد

است، **عدد اول** می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۳ و ۱۷

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟ **بله**

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و با روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک نشان دهید.

۱	۲	۳	۴ ۲×۲	۵	۶ ۲×۳	۷	۸ ۲×۴	۹ ۳×۳	۱۰ ۲×۵
۱۱	۱۲ ۲×۶	۱۳	۱۴ ۲×۷	۱۵ ۳×۵	۱۶ ۲×۸	۱۷	۱۸ ۲×۹	۱۹	۲۰ ۲×۱۰
۲۱ ۳×۷	۲۲ ۲×۱۱	۲۳	۲۴ ۳×۸	۲۵ ۵×۵	۲۶ ۲×۱۳	۲۷ ۳×۹	۲۸ ۴×۷	۲۹	۳۰ ۳×۱۰

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ است؟ چرا؟

۲۴۷ را بر ۱۷ تقسیم می‌کنیم چون باقیمانده تقسیم صفر نمی‌شود پس شمارنده ی آن نیست

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش‌پذیر بود، می‌توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟

بله، می‌توان به دسته‌های ۳ تایی تقسیم کرد

۱۵، ۲۵، ۱۰، ۳۰

۳- چهار عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد.

۳۴۵، ۹۲۴، ۵۵۵، ۳۶۰

۴- کدام یک از عددهای روبه‌رو بر ۱۵ بخش‌پذیر است؟ چرا؟

اعدادی بر ۱۵ بخش‌پذیرند که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش‌پذیر باشند

۵- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۲۴ ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴ ۱۸ ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸ ۲۰ ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰

۳۰ ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰ ۴۰ ۱، ۲، ۴، ۵، ۸، ۱۰، ۲۰، ۴۰ ۵۰ ۱، ۲، ۵، ۱۰، ۲۵، ۵۰

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

* عدد ۲۹ اول است. ☒ * هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. ☐ عدد ۱ فقط یک شمارنده دارد.

* تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. ☐ عدد ۲ زوج و اول است.

* اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. ☒

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد.

دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟



۶ گروه ۶ نفره ۹ گروه ۴ نفره ۱۲ گروه ۳ نفره

۸- وقتی می نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟

بله، زیرا ۱۸ را می توان ۳ تا ۳ تا و یا ۶ تا ۶ تا شمرد

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟

خیر، عدد ۱۶ دارای ۵ شمارنده است

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

خیر، زیرا عدد مورد نظر به هر دو عدد بخش پذیر است

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

* مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی زوج است.

* مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی زوج است.

* مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی فرد است.

پس از تکمیل کردن جمله‌های فوق (می‌توانید با حدس و آزمایش جمله‌ها را کامل کنید) به سؤال زیر پاسخ دهید.

* آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول است؟

زیرا اگر دو عدد اول ۳ و ۵ را با هم جمع کنیم حاصل آن ۸ می‌شود که عدد اول نیست

شمارنده اول

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

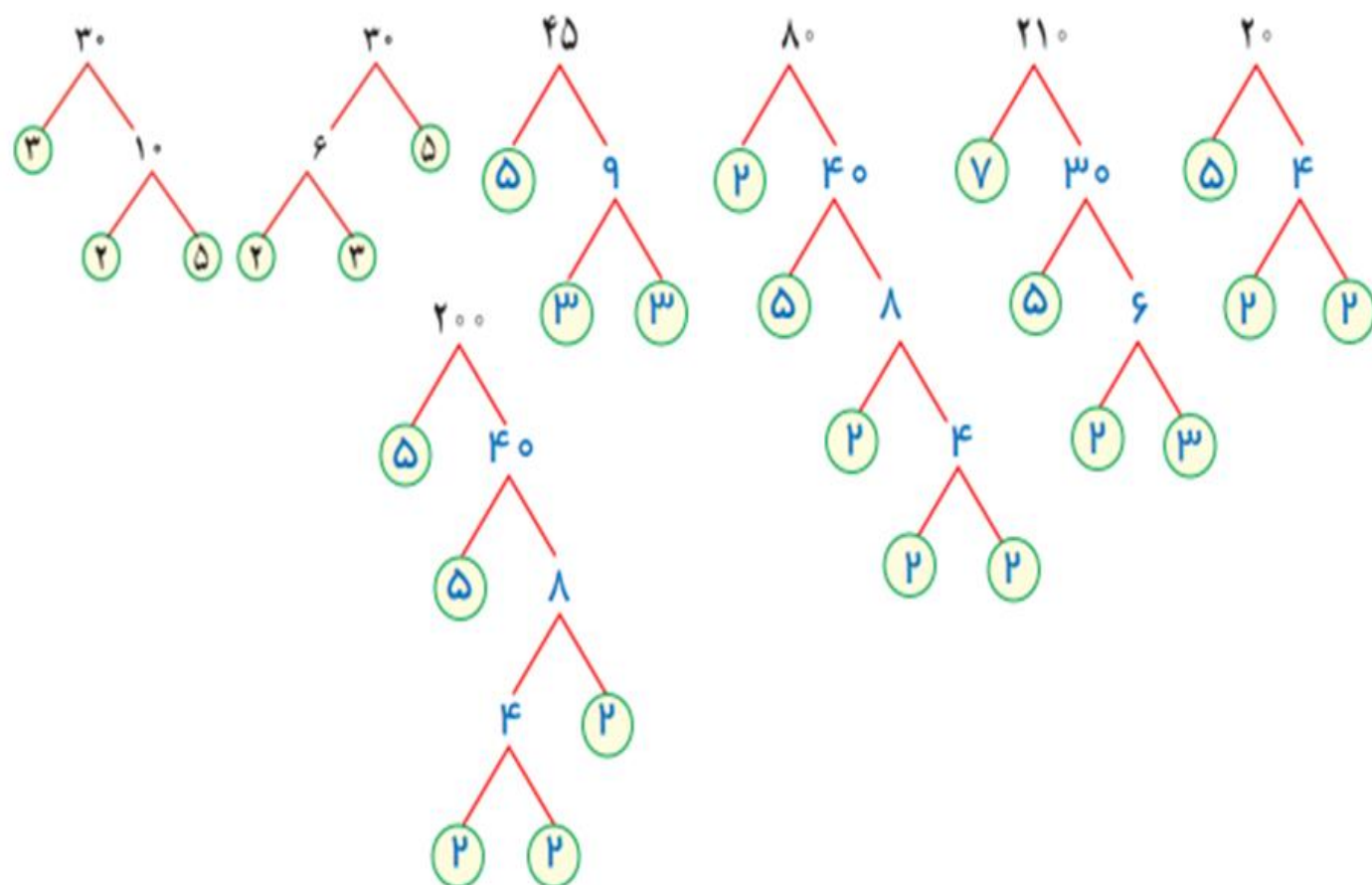
شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول اند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی اند؟ ۷, ۵ شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست آورد.

$$\text{مانند: } 12 = 3 \times 2 \times 2$$

به نظر شما عدد ۷ چند شمارنده اول دارد؟ چرا؟

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

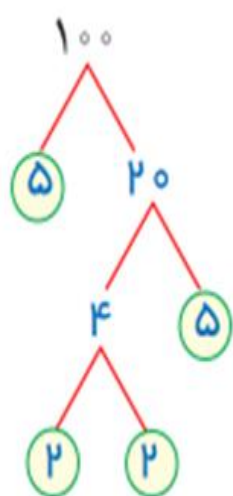
$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

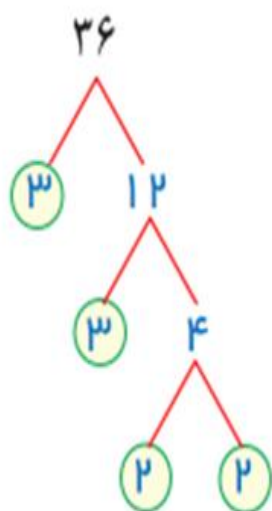
$$2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

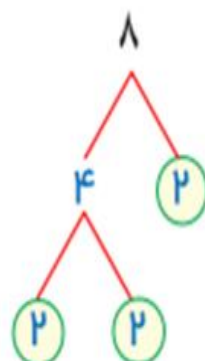
۱- شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده‌ی اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۲- با راهبرد الگوسازی می‌توان تمام شمارنده‌های یک عدد را پیدا کرد. در زیر تمام شمارنده‌های عدد ۱۲ با توجه به تجزیه آن پیدا شده است. به همین روش تمام شمارنده‌های عدد ۱۰۰ را پیدا کنید.

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

۱ : هیچ شمارنده اولی استفاده نشود

$1 \times 2 = 2$ و $1 \times 3 = 3$: یک شمارنده اول استفاده شود

$1 \times 2 \times 2 = 4$ و $1 \times 2 \times 3 = 6$: دو شمارنده اول استفاده شود

$1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$: سه شمارنده اول استفاده شود

شمارنده‌های ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{\cancel{9} \times 2}{\cancel{9} \times 3} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن (نوشتن عدد به صورت ضرب عامل‌های اول) عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5}}{\cancel{2} \times \cancel{5} \times \cancel{5}} = \frac{2}{5} \quad \frac{28}{42} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{7}} = \frac{2}{3} \quad \frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند، ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

عرض	طول
۱	۱۸
۲	۹
۳	۶

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟ چرا؟ **خیر، زیرا هیچ کدام از شمارنده‌های صورت با مخرج ساده نمی‌شود**

$$\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} \quad \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15} \quad \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35} \quad ۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.$$

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشد؟

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

$$a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$4, 6, 10, 15$$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی اند؟ $2, 3, 5$ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشد.

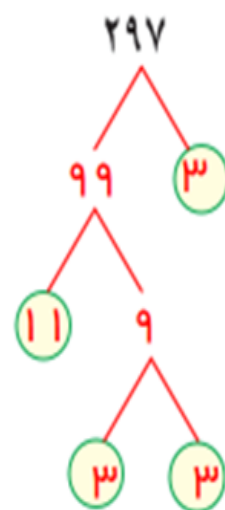
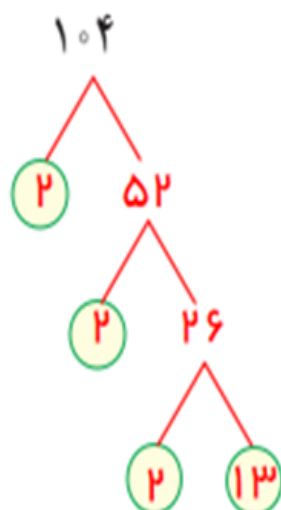
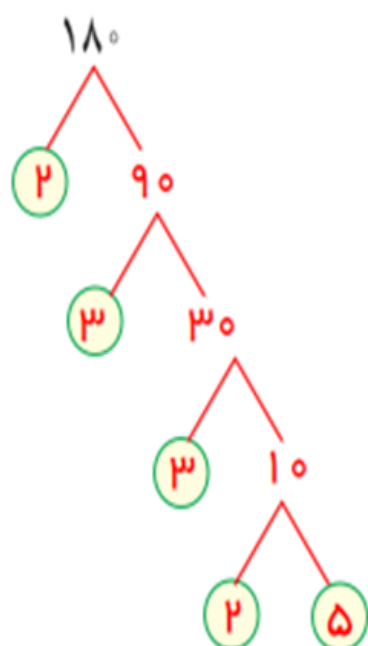
$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$$

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

$$b = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3$$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی اند؟ $2, 3, 5$

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کنید و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.



۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول اند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول ارائه کنید.

$$۱۳ = ۱۳$$

$$۵ = ۵$$

$$۷ = ۷$$

اعداد اول اعدادی هستند که تنها شمارنده اول آنها خودشان است

۸- جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. عدد ۱ شمارنده اول ندارد ✗

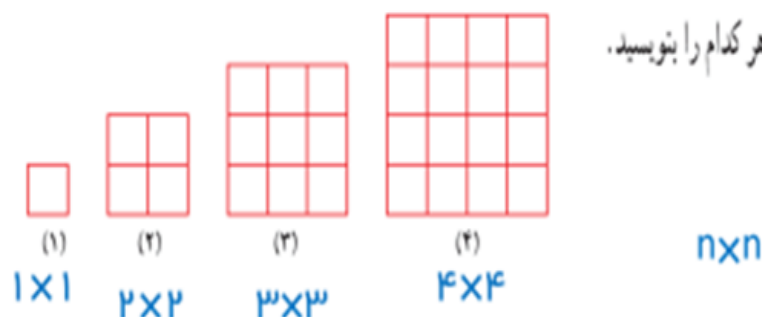
ب) اگر عددی زوج باشد، یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است. ✓

$$۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷ \times ۱۱ = ۲۳۱۰$$

ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد. ✗

د) تعداد عددهای اول بی‌پایان اند. ✓

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله nام هر کدام را بنویسید.





ف ۳۰ دانش آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده

کرد؟ چرا؟

۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

کلاس اول ب، ۳۶ دانش آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان

برپا کرد؟ چرا؟

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟ ۱، ۲، ۳، ۶

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری

تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

۱، ۲، ۳، ۶ = شمارنده‌های مشترک دو عدد ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸ : تمام شمارنده‌های ۱۸

۶ = بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴ : تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۲۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود. $۲ \times ۳ = ۶$

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند؛ بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را **م.م.م** می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می‌دهند. مانند:

$$(۱۸ و ۲۴) = ۶$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$(۱۲ \text{ و } ۱۴) = ۲$$

$$۱۴ = ۲ \times ۷$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$(۲۰ \text{ و } ۳۰) = ۲ \times ۵ = ۱۰$$

$$۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۵$$

$$۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$(۴۸ \text{ و } ۳۶) = ۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$$

$$۴۸ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۳۶ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$(۴۲ \text{ و } ۳۰) = ۲ \times ۳ = ۶$$

$$۴۲ = ۲ \times ۳ \times ۷$$

$$۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$$



۱- می‌خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های

بر کنیم. ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

$$۱۶ = ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶$$

$$۱, ۲, ۳, ۴$$

$$۱۲ = ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲$$

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشند (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟

چرا؟

۴

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشند (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب

است؟ چرا؟

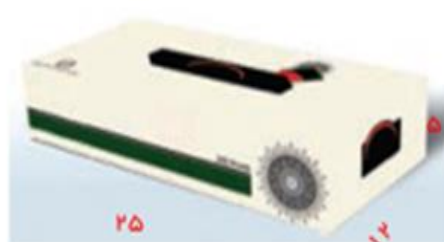
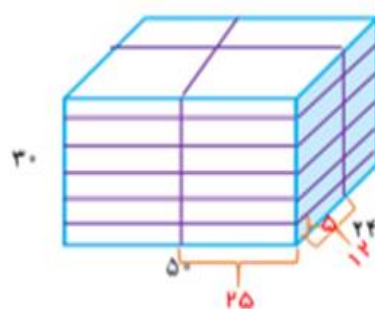
۱

۲- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین

۶۳

کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی متر جا می گیرد؟ **۲۴ عدد**

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند؟ با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟ **ابعاد جعبه دستمال کاغذی شمارنده ی ابعاد کارتن است**



۶۴

عددهای زیر تجزیه شده اند، ب.م.م های خواسته شده را به دست آورید.

کار در کلاس

$$۲۸ = ۲ \times ۲ \times ۷$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۳۶ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$(۲۸ و ۱۲) = ۲ \times ۲ = ۴ \quad (۲۸ و ۳۶) = ۲ \times ۲ = ۴ \quad (۱۲ و ۳۶) = ۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲ \quad (۱۲ و ۲۸ و ۳۶) = ۲ \times ۲ = ۴$$

۶۴



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی

می شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه ها برای این کار مناسب است؟

بزرگ ترین پیمانه کدام است؟ **بزرگترین پیمانه ۶** $۱۸ = ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸$

$$۱۲ = ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲$$

پیمانه های مناسب ۱, ۲, ۳, ۶

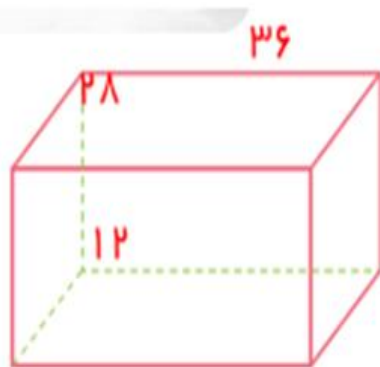
۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی متر را با مکعب های

مساوی پر کرده ایم. بزرگ ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت

چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می شود؟

$$۱۲ = ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲ \quad \text{شمارنده های مشترک} = ۱, ۲, ۴$$

$$۲۸ = ۱, ۲, ۴, ۷, ۱۴, ۲۸ \quad \text{بزرگترین شمارنده مشترک} = ۴$$



$$۳۶ \div ۴ = ۹$$

$$۲۸ \div ۴ = ۷$$

$$۱۲ \div ۴ = ۳$$

$$\text{تعداد مکعب ها} = ۹ \times ۷ \times ۳ = ۱۸۹$$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می شود.

$$\begin{aligned} a &= a \times 1 \\ b &= b \times 1 \end{aligned}$$

$$(a, b) = 1$$

اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچک تر ب.م.م دو عدد است.
چون عدد کوچکتر عدد بزرگتر را می شمارد
کوچک ترین مقسوم علیه مشترک (یا شمارنده مشترک) هر دو عدد ۱ است.
زیرا همه اعداد بر یک بخش پذیرند

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{35}{245} = \frac{\cancel{5} \times \cancel{7}}{\cancel{5} \times \cancel{7} \times 7} = \frac{1}{7}$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید. ب.م.م = حاصل ضرب عامل های مشترک

$$(91, 117) = 13 \quad (216, 108) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108 \quad (121, 55) = 11$$

$$91 = 7 \times 13$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$117 = 3 \times 3 \times 13$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$55 = 5 \times 11$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(30, 12) = 6$$

۶ شمارنده ۱۲ است

۶ شمارنده ۳۰ است

$$(2, 2) = 2 \quad (8, 8) = 8 \quad (n, n) = n *$$

$$(8, 4) = 4$$

۴ شمارنده ۴ است

۴ شمارنده ۸ است

* ب.م.م دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

* اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می شود یا خود a .

$$(5, 2) = 1$$

$$(5, 10) = 5$$

۱- مضرب های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می آید. مضرب های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و 3×5 و 3×4 و 3×3 و 3×2 و 3×1 و 3×0 و $3 \times (-1)$ و $3 \times (-2)$ و $3 \times (-3)$ و $3 \times (-4)$ و $3 \times (-5)$ و ...

... و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و -۳ و -۶ و -۹ و -۱۲ و -۱۵ و ...

۲- مضرب های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می آید.

مضرب های طبیعی را به اختصار مضرب می گویم. مضرب های عددهای زیر را بنویسید.

۲ مضرب های ۲ : ... و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ :

۷ مضرب های ۷ : ۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲, ۴۹, ۵۶, ...

۵ مضرب های ۵ : ۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰, ۳۵, ۴۰, ...

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ **مضرب ها ادامه دارند.**

۶۵

۱- به سؤال های زیر پاسخ دهید :

دهمین مضرب ۹ : ۹۰

سومین مضرب ۶ : ۱۸

اولین مضرب ۷ : ۷

۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ ۴

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ ۱۰

۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ ۲۴

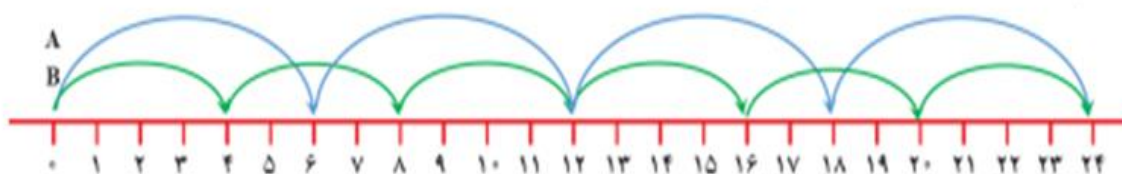
۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ ۱۸

۲- آیا تعداد شمارنده های یک عدد محدود است؟ **بله**

تعداد مضرب های یک عدد چطور؟ **غیر**

در یک بازی رایانه ای مهره A، ۶ تا ۶ حرکت می کند و مهره B، ۴ تا ۴ حرکت می کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد

صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند؟



A مضارب : ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۰, ۳۶, ۴۲, ۴۸, ... مضارب مشترک : ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

۱۲ : کوچک ترین مضرب مشترک. مضارب B : ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ۲۸, ۳۲, ۳۶, ...

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار **م.م.ک** می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[۶ و ۴] = ۱۲$$

به‌عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ۷۲, ۹۰, ۱۰۸, ...

مضارب ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۶۰, ۷۲, ۸۴, ۹۶, ...

مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ... $[۱۲ و ۱۸] = ۳۶$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$[۱۲ و ۱۸] = ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۳ = ۳۶$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید.

می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید. $A = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۵$ $B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$ $[A و B] = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۲ \times ۵$

حاصل ضرب عامل‌های مشترک در غیر مشترک

۱- تساوی $۶ \times ۴ = ۲۴$ را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنا کرد؛ جاهای خالی را کامل کنید.

ششمین مضرب ۴ عدد ۲۴ است.

۴ شمارنده ۲۴ است.

چهارمین مضرب ۲۴ عدد ۶ است.

۶ شمارنده ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۶ و ۴ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است، یعنی کوچک ترین عددی را پیدا می کنیم که به هر دو مخرج بخش پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع ها و تفریق ها را با کمک ک.م.م مخرج ها به دست آورید.

$$\frac{5 \times 34 \times 2}{6 \times 39 \times 2} = \frac{15+8}{18} = \frac{23}{18}$$

$$[6, 9] = 18$$

$$\frac{7 \times 4}{15 \times 42 \times 3} + \frac{9 \times 32 \times 8 + 27}{60} = \frac{55}{60}$$

$$[15, 20] = 60$$

$$\frac{15 \times 37 \times 2}{12 \times 318 \times 2} = \frac{45+14}{36} = \frac{59}{36}$$

$$[12, 18] = 36$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافری حرکت می کند.
اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می کنند. ساعت ۱۲ ظهر
دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور
همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟

$$20 = 20, 40, 60, 80, 100, \dots$$

$$30 = 30, 60, 90, 120, 150, \dots$$

$$[20, 30] = 60$$

یعنی ۶۰ دقیقه پس از شروع حرکت : که می شود ساعت ۱۳ دو اتوبوس همزمان حرکت می کنند



۲- یک پیست دوومیدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید
و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه یک دور کامل میدان دو
را طی کند و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل طی کند، پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم
به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟

$$35 = 35, 70, 105, 140, 175, \dots$$

$$21 = 21, 42, 63, 84, 105, \dots$$

$$[35, 21] = 105$$

$$105 \div 21 = 5$$

فرامرز ۵ دور می زند

$$105 \div 35 = 3$$

امید ۳ دور می زند

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، چون هم بر ۷ و هم بر ۳۰ بخشپذیر است **۶۷**

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، چون هم بر ۷ و هم بر ۳۰ بخشپذیر است

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟ بی شمار $۲۱۰, ۴۲۰, ۶۳۰, ۸۴۰, \dots$

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

* اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است.

چون شمارنده های مشترک و غیر مشترک هر دو عدد در تجزیه عدد بزرگتر وجود دارد.

* اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

چون شمارنده مشترک اول ندارند.

* ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست. چون ب.م.م آن ها یک است.

۶۷

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$$n = [1, n] \quad * \quad 5 = [1, 5]$$

$$n = [n, n] \quad * \quad 6 = [6, 6]$$

* ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. $\left. \begin{array}{l} (12, 18) = 6 \\ [12, 18] = 36 \end{array} \right\} \rightarrow$ عدد ۶ شمارنده ی عدد ۳۶ است

* حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

$$\left. \begin{array}{l} [25, 30] = 150 \\ (25, 30) = 5 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} 5 \times 150 = 750 \\ 25 \times 30 = 750 \end{array}$$

$$25 \times 30 = 750$$

۶- به صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$$[۲۰ \text{ و } ۳۰] = ۱۰ \quad (۵ \text{ و } ۷) = ۱ \quad (۱۵ \text{ و } ۳) = ۳ \quad [۱۲ \text{ و } ۴] = ۱۲$$

$$[۳۰ \text{ و } ۵۰] = ۱۵۰ \quad (۳۸ \text{ و } ۱۹) = ۱۹ \quad [۱۵ \text{ و } ۳۰] = ۳۰ \quad (۴ \text{ و } ۹) = ۱$$

$$[۴ \text{ و } ۹] = ۳۶ \quad [۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۷] = ۴۲ \quad (۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۷) = ۱ \quad [۴ \text{ و } ۶] = ۱۲$$

۶۸

۵

مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال

بزنید. ● عدد اول ● شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد ● شمارنده اول ● مضرب ● ب.م.م ● ک.م.م

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه

کنید. ● نوشتن شمارنده‌های یک عدد ● پیدا کردن عدد‌های اول

● پیدا کردن شمارنده اول یک عدد ● ساختن عدد‌های مختلف با شمارنده‌های اول

● پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد

● تجزیه عدد به شمارنده‌های اول

● پیدا کردن ب.م.م دو عدد ● نوشتن مضرب‌های یک عدد

● پیدا کردن ک.م.م دو عدد ● رابطه بین مضرب و شمارنده

درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

ر صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $۱۲ = ۳ \times ۴$ معانی مختلف آن را بیان کنید.

۴ شمارنده ی ۱۲ است ۱۲ مضرب چهارم ۳ است

۳ شمارنده ی ۱۲ است ۱۲ مضرب سوم ۴ است

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م.و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$۷۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۶۰ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵$$

$$(۷۲, ۶۰) = ۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$$

$$[۷۲, ۶۰] = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۳ \times ۵ = ۳۶۰$$

۳- عددهای اول بین ۵۰ تا ۸۰ را بنویسید.

$$۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹$$

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

$$A = ۲ \times ۳ \times ۳ = ۱۸$$

$$A = ۲ \times ۳ = ۶$$

$$A = ۲ \times ۳ \times ۲ = ۱۲$$

$$A = ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۳ = ۳۶$$

$$(۱۸, ۱۲) = ۲ \times ۳ = ۶$$

$$(۶, ۳۶) = ۲ \times ۳ = ۶$$

$$[۱۸, ۱۲] = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۲ = ۳۶$$

$$[۶, ۳۶] = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۲ = ۳۶$$