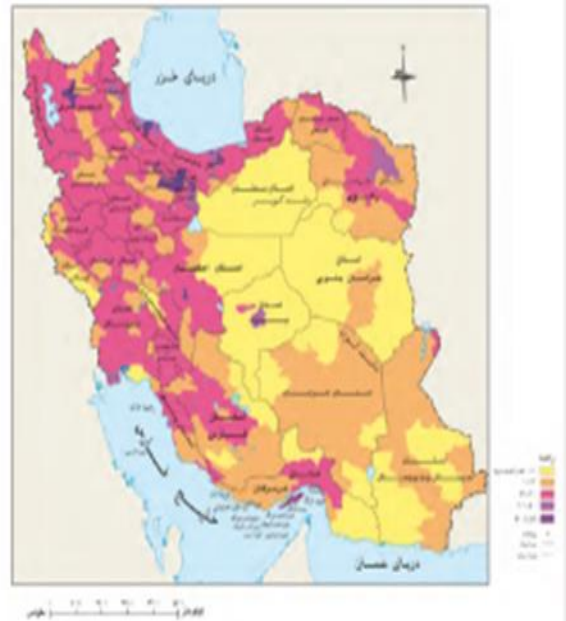


ریاضی : هشتم

فصل اول : عددهای صحیح و گویا

صفحه: ۱ تا ۱۸

تهیه کننده: احمد فرخ وند



عددهای گویا در زندگی واقعی و نیز در علوم چون ریاضیات و فیزیک کاربردهای زیادی دارند. ما بسیاری از اندازه‌ها را با عددهای گسری و اعشاری بیان می‌کنیم.

یادآوری عددهای صحیح

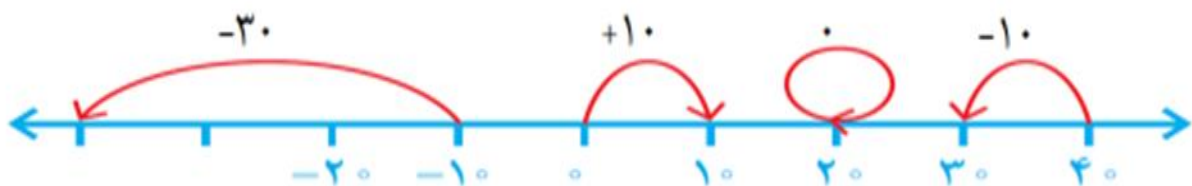
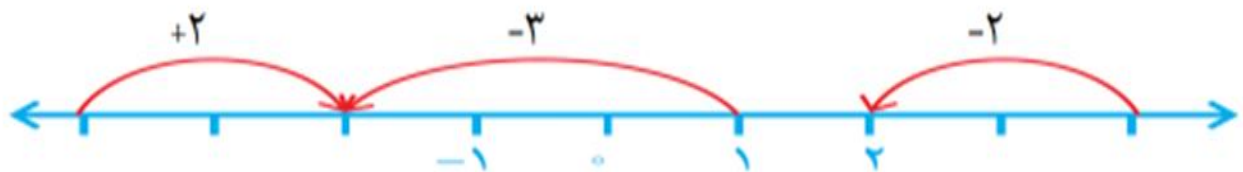
۲

فعالیت



با انجام دادن تمرین‌های زیر، آنچه را در سال گذشته درباره عددهای صحیح یاد گرفته‌اید، مرور کنید.

۱- برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.



۲

۲- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد صحیح	۶	-۴	$-(-۷)$	۰	۸	-۵	۳
قرینه آن	-۶	۴	-۷	۰	-۸	۵	-۳

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-۱۶+۱۲=-۴ \quad ۸-۱۲=-۴ \quad -۳+۹=۶ \quad -۴-۸=-۱۲$$

$$-۳ \times ۷ = -۲۱ \quad -۸ \div (-۴) = ۲ \quad -۱۲ \div ۲ = -۶ \quad -۴ \times (-۳) = ۱۲$$

۴- حاصل عبارت‌ها را با توجه به ترتیب انجام عملیات به دست آورید.

$$-۸-۳ \times ۵ = -۸-۱۵ = -۲۳ \quad -۱۶ \div ۲ \times ۳ - ۴ = -۸ \times ۳ - ۴ = -۲۴ - ۴ = -۲۸$$

$$۱ - ۲ \times (۱ - (۸ - ۹)) = ۱ - ۲ \times (۱ + ۱) = -۴ \div ۴ - ۴ \times ۳ = -۱ - ۱۲ = -۱۳$$

$$۱ - ۴ = -۳$$

ترتیب انجام عملیات

۱- پرانتزها (داخل ترین پرانتز)

۲- توان یا جذر

۳- ضرب یا تقسیم (چپ به راست)

۴- جمع یا تفریق

۳

۵- عبارت $۲۹-۳۷+۴۳$ را چهار دانش‌آموز محاسبه کرده‌اند. راه حل هریک را توضیح دهید.

$$-۴۳+۳۷-۲۹=-۴۳-۲۹+۳۷=-۷۲+۳۷=-۳۵$$

راه حل علی:

توضیح: عددهای هم علامت را کنار هم قرار داده تا جمع کردن را راحت تر کند

$$-۴۳+۳۷-۲۹=-۴۳+۸=-۳۵$$

راه حل مجتبی:

توضیح: از سمت راست جمع‌ها را انجام داده است.

$$-۴۳+۳۷-۲۹=-۶-۲۹=-۳۵$$

راه حل مرتضی:

توضیح: از سمت چپ جمع‌ها را انجام داده است.

	د	ی
-	۴	۳
+	۳	۷
-	۲	۹

$$-۴۰ - ۳$$

$$+۳۰ + ۷$$

$$-۲۰ - ۹$$

$$-۳۰ - ۵ = -۳۵$$

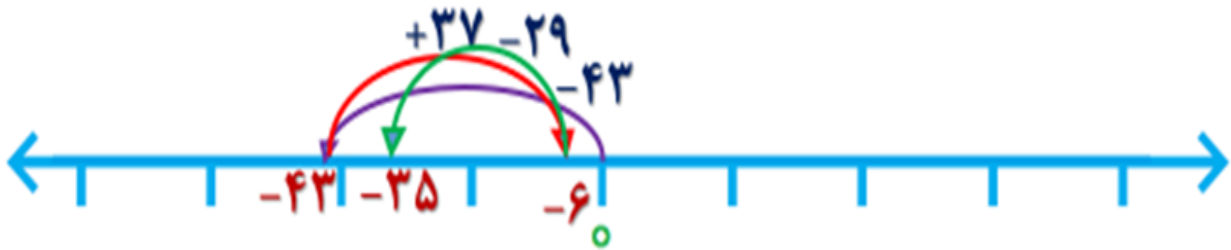
راه حل مصطفی:

توضیح: یکان را با یکان و دهگان را با دهگان جمع کرده است.

شما کدام راه حل را می‌پسندید؟ چرا؟ راه حل علی، چون همیشه کار را راحت می‌کند

آیا راه حل دیگری برای پیدا کردن حاصل این عبارت سراغ دارید؟

ابتدا با استفاده از محور تعیین علامت کرده و سپس جواب می‌دهیم



کار در کلاس



۱- حاصل عبارت‌های زیر را با روش مورد نظر خود به دست آورید.

$$\begin{array}{l} +17 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ -(-17) + 14 - 13 - 19 = 17 + 14 - 13 - 19 = 31 - 32 = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +7 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ -(-7) - 2 + (-9) = 7 - 2 - 9 = 7 - 11 = -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +4 \quad +19 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ -18 - (-4) - (-19) = -18 + 4 + 19 = -18 + 23 = +5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underbrace{\hspace{3.5cm}} \\ -24 - 97 + 100 - 23 = -144 + 100 = -44 \end{array}$$

۳

۲- حاصل عبارت $۱۰+۳-۷-۲$ را به دو روش حساب کرده ایم. کدام درست و کدام نادرست است؟ توضیح دهید.

$$۱۰+۳-۷-۲=۱۳-۵=۸ \quad \text{X}$$

اشتباه است؛ چون دو تا عدد منفی را از هم کم کرده است در صورتی که باید عددهای هم علامت را با هم جمع کنیم

$$۱۰+۳-۷-۲=۱۳-۹=۴ \quad \text{✓}$$

۳- قبل از انجام دادن محاسبات، در عبارت‌های داده شده خوب دقت کنید و با دسته‌بندی مناسب، راه ساده‌ای پیدا کنید. راه حل خود را با راه‌حل‌های دوستانتان مقایسه کنید و آن‌گاه با ماشین حساب درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید.

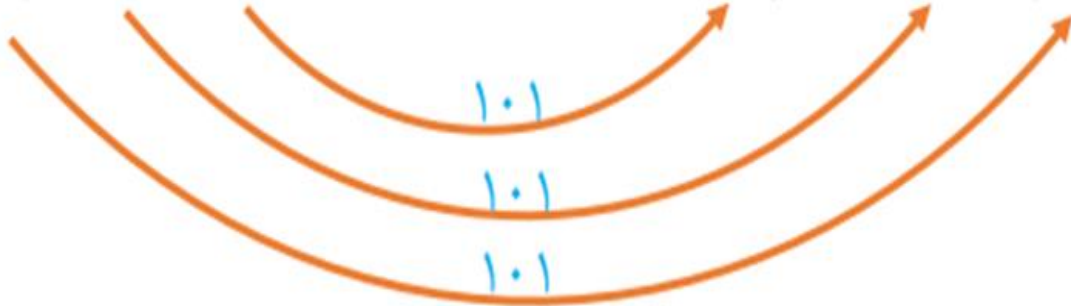
$$-۴۰+۳۵+۸۰-۱۷-۴۰=۳۵-۱۷=۱۸$$

$$-۳۲-۲۱+۱۲+۳ \times ۷= -۳۲+۱۲= -۲۰$$

۴

۴- یکی از ریاضی‌دانان بزرگ در کودکی جمع عددهای از ۱ تا ۱۰۰ را با روشی ابتکاری محاسبه کرد.

$$۱+۲+۳+\dots+\dots+\dots+۹۸+۹۹+۱۰۰=$$



چند جفت عدد با هم جمع شده‌اند؟ ۵۰

حاصل جمع هر جفت عدد چند است؟ ۱۰۱

حاصل عبارت چند می‌شود؟ $۵۰ \times ۱۰۱ = ۵۰۵۰$

۴

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. روش کار را توضیح دهید.

$$-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 = 3 \times (+2) = 6$$

جمع هر دو نای متوالی می‌شود +۲. پس حاصل به صورت ضرب ۳ در +۲ است.

$$(10-1)(9-1)(8-1)\dots(-9-1)(-10-1) = \bullet$$

از ۹ تا -۱۱ در هم ضرب می‌شوند که در صفر هم ضرب می‌شود پس جواب صفر است.

۶- ابتدا در مربع‌های خالی علامت‌های «+» یا «-» بگذارید. سپس، عبارت داده شده را محاسبه کنید و همهٔ عددهای صحیح ممکن را که به دست می‌آیند، از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$-3 \square (+7) \square 2$$

$$-3 \square (+7) \square 2 = -3 + 9 = 6 \quad -3 \square (-7) \square 2 = -12$$

$$-3 \square (+7) \square 2 = 4 - 2 = 2 \quad -3 \square (-7) \square 2 = -10 + 2 = -8$$

۴

فعالیت



در جاهای خالی علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت زیر، بزرگ‌ترین

$$-5 \square (-6) \square (+3) \square (-9)$$

مقدار ممکن شود.

در زیر، چهار پاسخ به این مسئله داده شده که فقط یکی از آنها درست است. آن را مشخص

کنید و دلیل نادرست بودن پاسخ‌های دیگر را هم توضیح دهید.

$$-5 \square (+) \square (-6) \square (+) \square (+3) \square (+) \square (-9) = -5 - 6 + 3 - 9 = -11 - 6 = -17 \quad \text{پاسخ اول:}$$

$$-5 \square (+) \square (-6) \square (-) \square (+3) \square (+) \square (-9) = -5 - 6 - 3 - 9 = -23 \quad \text{پاسخ دوم:}$$

$$-5 \square (-) \square (-6) \square (+) \square (+3) \square (-) \square (-9) = -5 + 6 + 3 + 9 = 1 + 12 = 13 \quad \text{پاسخ سوم:}$$

$$-5 \square (+) \square (-6) \square (+) \square (+3) \square (-) \square (-9) = -5 - 6 + 3 + 9 = -11 + 12 = 1 \quad \text{پاسخ چهارم:}$$

پاسخ سوم درست است؛ چون دنبال بزرگ‌ترین پاسخ هستیم.



۲ و ۱ و ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴-
 ۵- و ۶- و ۷- و ...
 ... و ۱ و ۰ و ۱ و ۲-

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$-(-2) = +2 \quad (12 \text{ و } 18) = 6$$

- ۱- عددهای خواسته شده را بنویسید.
- الف) عددهای صحیح بین ۳ و ۵- را بنویسید.
- ب) عددهای صحیح کوچکتر از ۴- را بنویسید.
- ج) عددهای صحیح بزرگتر از ۳- را بنویسید.
- ۲- مانند نمونه، جدول را کامل کنید.

عدد	+۳	۰	۵ ^۳	$\sqrt{4}$	(۱۲ و ۱۸)	-(-۲)
طبیعی	✓	X	✓	✓	✓	✓
صحیح	✓	✓	✓	✓	✓	✓

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-8 + 6 - 12 + 14 - 20 + 22 = +2$$

$$-8 + 7 - 6 + 8 - 7 + 6 = 0$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 = 1 - 4 + 9 - 16 = 10 - 20 = -10$$

$$3 - (2 - (1 - 7) - 1) = 3 - (2 + 6 - 1) = 3 - 7 = -4$$

$$3 - 4 \times 5 = 3 - 20 = -17$$

$$-8 - 4 \div 2 = -8 - 2 = -10$$

۴- هر یک از عبارت‌های زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟

- کوچک‌ترین عدد طبیعی: **۱**
- بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی: **-۱**
- کوچک‌ترین عدد زوج طبیعی: **۲**
- کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت: **۱**
- بزرگ‌ترین عدد زوج طبیعی سه رقمی: **۹۹۸**
- کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی دو رقمی: **۱۱**

۵

۵- جدول زیر را کامل کنید؛ طوری که حاصل جمع عددهای هر ردیف، با مجموع عددهای هر ستون و هر قطر مساوی باشد.

-۸	۶	-۴
۲	-۲	-۶
۰	-۱۰	۴

جمع عددهای روی قطر $6 = -8 - 2 + 4$

پس در جاهای خالی عدد هایی می نویسیم تا جمع هر سطر یا ستون $6-$ شود.

۶

معرفی عددهای گویا

فعالیت



۱- نقطه هایی که روی محور مشخص شده اند، چه عددهایی را نشان می دهند؟

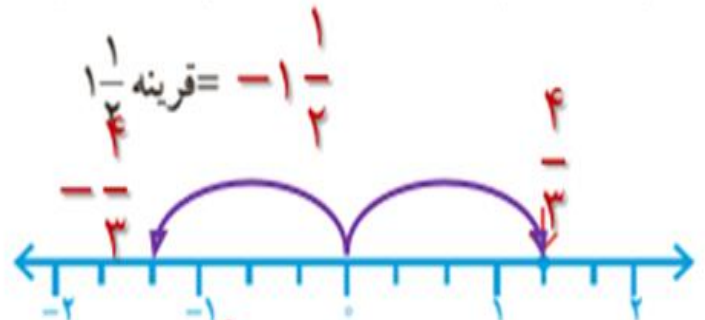
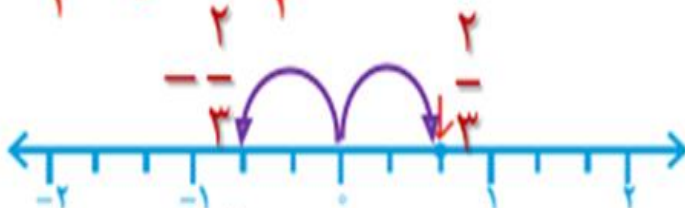


۲- قرینه هر عدد را روی محور پیدا، و تساوی ها را مانند نمونه، کامل کنید.



$$\frac{1}{2} \text{ قرینه } = -\frac{1}{2}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ قرینه } = -1\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{3} \text{ قرینه } = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} \text{ قرینه } = -\frac{4}{3}$$

۶

۳- به این ترتیب، می‌توانید قرینه همه کسرهایی که با آنها آشنا شده‌اید را بنویسید:

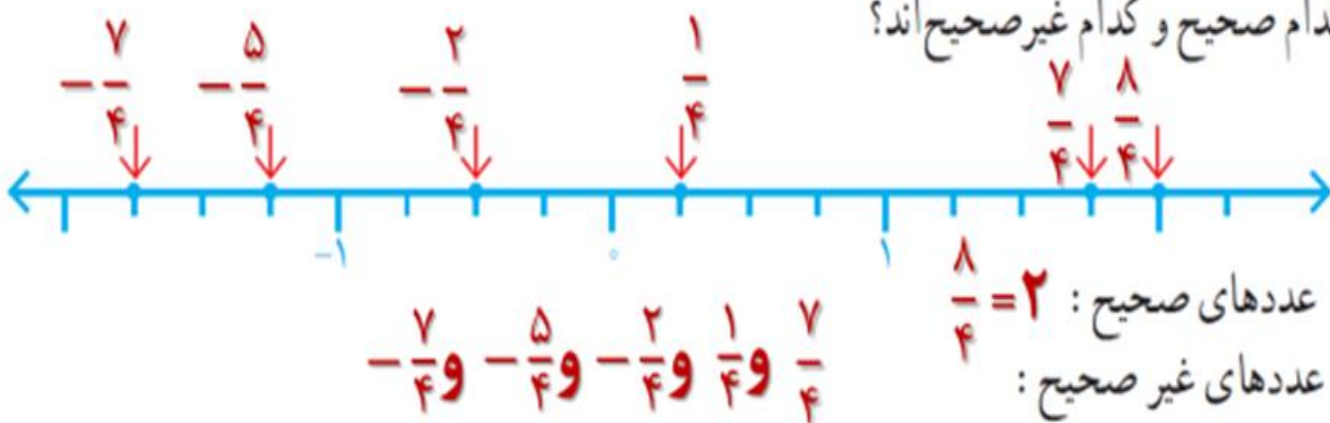
$$1/0 = -0/1 \quad \text{قرینه} \quad 1/10 = 1 \frac{1}{10} \quad \text{قرینه} \quad -1 \frac{9}{10} = -2 \frac{1}{10} \quad \text{قرینه} \quad 2 \frac{1}{5} = 2 \frac{2}{10} \quad \text{قرینه} \quad 0 = \text{قرینه} \quad 0$$

۴- کسرها را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$+3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4} \quad -\frac{7}{5} = -1 \frac{2}{5} \quad +\frac{14}{3} = +4 \frac{2}{3} \quad -2 \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

۵- نقطه‌هایی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددهایی را نمایش می‌دهند؟ از این عددها،

کدام صحیح و کدام غیر صحیح‌اند؟



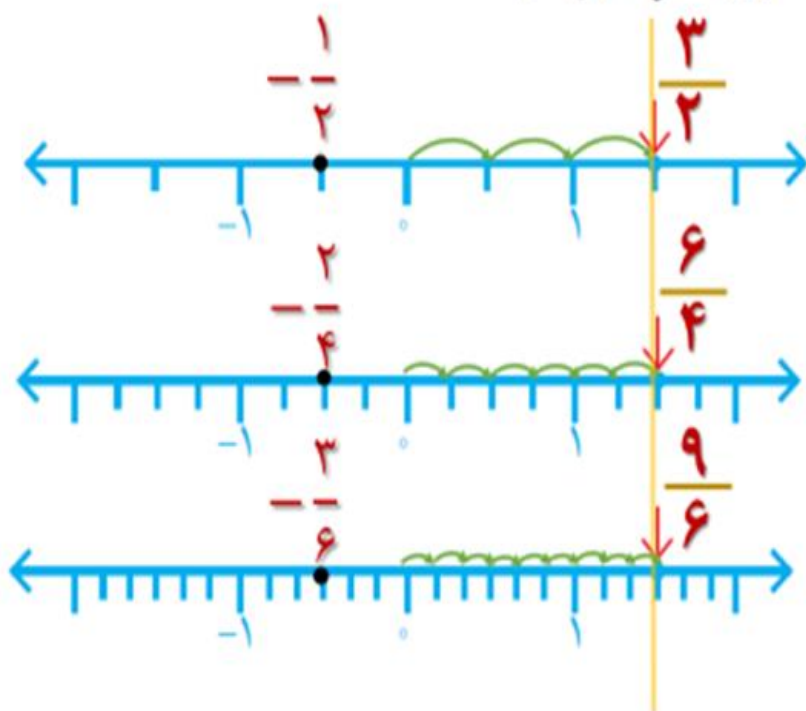
۷

۶- الف) نقطه‌های مشخص شده روی محورها چه کسرهایی را نشان می‌دهند؟ آیا این سه کسر

با هم مساوی‌اند؟ نتیجه را به صورت تساوی کسرها بنویسید.

بله

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6}$$



ب) تساوی کسرهایی را روی

محور نمایش دهید. $-\frac{1}{2} = -\frac{2}{4} = -\frac{3}{6}$

۷

۷- مقدار x را به دست آورید.

$$-\frac{3}{7} = -\frac{12}{x} \rightarrow x = \frac{-12 \times 7}{-3} = 28 \quad -\frac{4}{6} = -\frac{x}{15} \rightarrow x = \frac{-15 \times (-4)}{6} = 10$$

۱- کسره‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید. برای ساده کردن، صورت و مخرج را بر ب م م صورت و مخرج تقسیم می‌کنیم.

$$-\frac{108}{6} = -\frac{18}{1} = -18 \quad +\frac{66}{42} = \frac{11}{7} \quad -\frac{90}{126} = -\frac{5}{8}$$

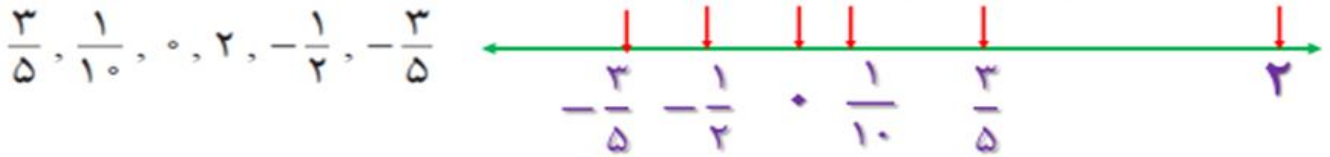
کار در کلاس 

۲- عقربه چه عددی را نشان می‌دهد؟ بنویسید.



۷

۳- به کمک محور، عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.



۴- در جای خالی علامت مناسب > یا < یا = بگذارید.

$$\frac{3}{5} \otimes 0/25 \quad -\frac{1}{7} \otimes -\frac{11}{5} \quad -\frac{3}{6} \otimes -0/5$$

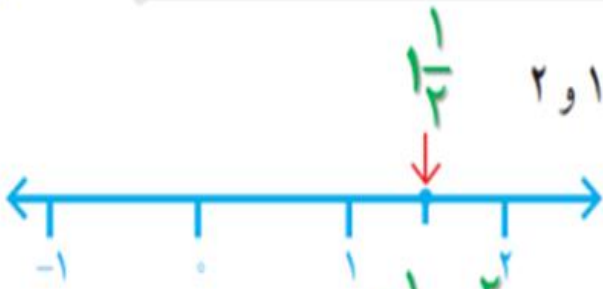
۵- هریک از عددها را در جدول زیر در جای خود قرار دهید و جدول را کامل کنید.

$$\frac{17}{7}, \frac{1}{15}, -1\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{25}{6}, +\frac{35}{7}, 2\frac{7}{10}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{2}{10}$$

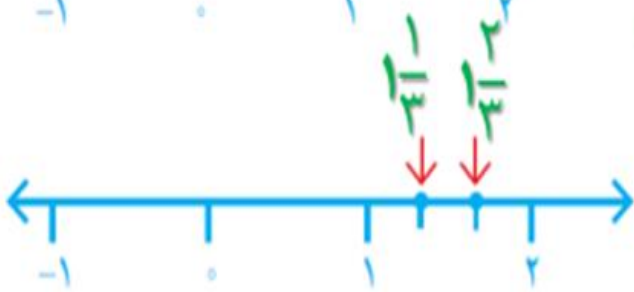
کوچک‌تر از ۳-	بین ۳- و ۲-	بین ۲- و ۱-	بین ۱- و ۰ ۰ < x < -۱	بین ۰ و ۱ ۱ < x < ۰	بین ۱ و ۲ ۲ < x < ۱	بزرگ‌تر از ۲ x > ۲
$-\frac{3}{5}, -\frac{25}{6}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{2}{10}$	نیست	$-1\frac{2}{5}$	نیست	$\frac{1}{15}$	نیست	$\frac{17}{7}$ و $2\frac{7}{10}$ و $3\frac{5}{7}$



۱- روی محور روبه‌رو فاصله بین عددهای ۱ و ۲ را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم.



نقطه مشخص شده چه عددی را نشان می‌دهد؟
 ۲- اگر فاصله عددهای ۱ و ۲ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم، نقطه‌های مشخص شده چه عددهایی را نشان می‌دهند؟



۳- در شکل زیر، فاصله بین دو عدد ۱ و ۲ را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم اما آن را بزرگ‌تر رسم کرده‌ایم تا شما نقطه‌ها را بهتر ببینید اکنون مانند نمونه مشخص کنید که هر نقطه چه عددی را نشان می‌دهد.



۸ در تساوی زیر، عدد اعشاری $\frac{1}{2}$ را به صورت کسری نوشته‌ایم. شما هم در محور بالا عددهای اعشاری را به صورت کسری نشان دهید. **انجام شد.**

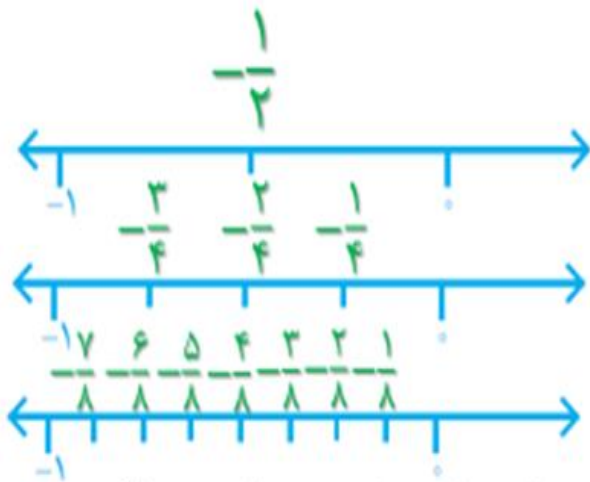
$$\frac{1}{2} = 1\frac{2}{10} = \frac{12}{10}$$

۴- چگونه می‌توانیم بین دو عدد ۱ و ۲، تعداد بیشتری عدد کسری بنویسیم؟ توضیح دهید.
بین دو عدد را به قسمت‌های بیشتری تقسیم کنیم. مثلاً به ۲۰ قسمت تقسیم کنیم.

۵- آیا می‌توانیم بگوییم بین دو عدد ۱ و ۲ کسرهای بی‌شماری وجود دارد؟ **بله**

آیا همین نتیجه را می‌توان برای عددهای ۱- و ۲- نیز تکرار کرد؟ **بله**

بین هر دو عدد صحیح چند عدد کسری وجود دارد؟ بی‌شمار

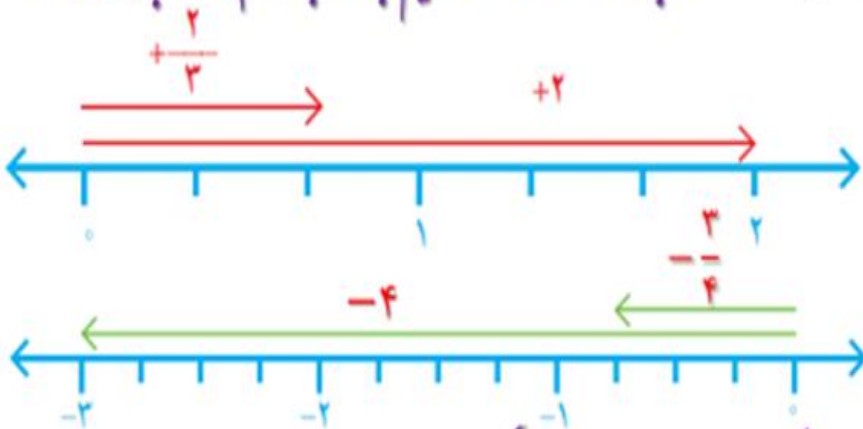


با توجه به محورهای روبه‌رو و تقسیم‌شدن فاصله بین دو عدد 0 و -1 کسرهای مختلفی بین این دو عدد بنویسید.

توضیح دهید چگونه بین هر دو عدد کسری هم می‌توانیم، کسرهای بی‌شماری پیدا کنیم. بین هر دو عدد کسری را می‌توان با چند بار نصف کردن به هر تعداد دلخواه تقسیم کرد. پس می‌توان بی‌شمار کسر پیدا کرد.



۱- چگونه می‌توانیم به کمک بردارهایی که در شکل نمایش داده شده‌اند، درستی تساوی‌ها را نتیجه بگیریم؟ توضیح دهید. اگر بردار $+2$ را سه قسمت کنیم، به سه تا بردار $\frac{2}{3} +$ تبدیل می‌شود.



$$+2 \div 3 = \frac{+2}{3} = +\frac{2}{3}$$

$$-3 \div 4 = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

اگر بردار -3 را چهار قسمت کنیم، به چهار تا بردار $-\frac{3}{4}$ تبدیل می‌شود. پس حاصل تقسیم -3 بر 4 می‌شود $-\frac{3}{4}$.

۲- مانند نمونه، کسر مساوی هر کسر را بنویسید.

$$\frac{-2}{3} = -2 \div 3 = -(2 \div 3) = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$-\frac{-4}{7} = +\frac{4}{7}$$

$$\frac{-3}{-4} = +\frac{3}{4}$$

توجه

به هر عدد که بتوان به صورت کسر $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح باشند و $b \neq 0$ نوشت، عدد گویا می‌گوییم.

تمرین



۱- آیا می‌توان گفت هر عدد صحیح و هر عدد طبیعی نیز یک عدد گویاست؟ چرا؟

زیرا می‌توان عدد یک را برای مخرج آن‌ها گذاشت.

۲- هریک از کسرهای سطر اول را به کسر مساوی‌اش در سطر دوم وصل کنید.

$$\begin{array}{cc} \frac{-3}{5} & \frac{-3}{-5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{3}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \frac{-3}{-4} & \frac{-3}{-4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \end{array}$$

عدد	نوع	عدد	نوع	عدد	نوع	عدد	نوع	عدد	نوع	عدد	نوع
$\frac{12}{-4}$		$\frac{-1}{5^3}$		$\frac{-4}{-2}$		$\frac{-8}{-3}$		$\frac{3}{5}$		0	
		✓								✓	
✓		✓			✓		✓	✓	✓	✓	
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	گویا

۴- ابتدا علامت هر عبارت را تعیین و سپس آن را ساده کنید.

$$\frac{-1 \times (-18)}{12 \times 16} = + \frac{3}{4}$$

$$\frac{1 \times 18}{12 \times 16} = + \frac{3}{4}$$

$$\frac{1^0 \times (-2)}{-7 \times 25} = - \frac{4}{35}$$

فعالیت جمع و تفریق عددهای گویا

فعالیت

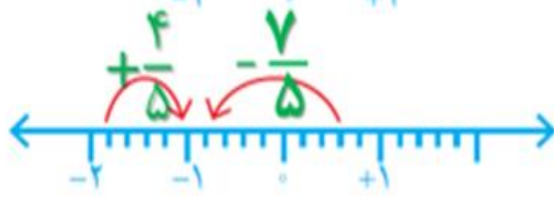
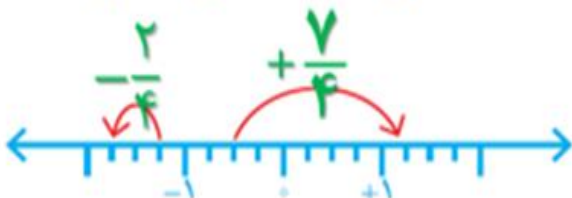
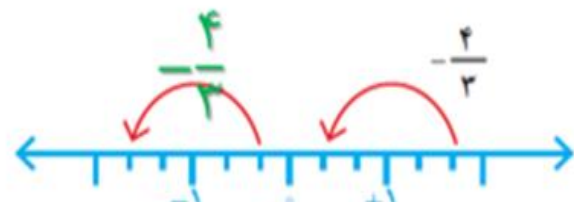
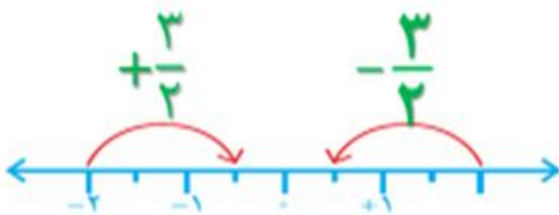
۱- با توجه به درس سال گذشته برای حرکت‌های روی محور، یک جمع عددهای صحیح بنویسید.



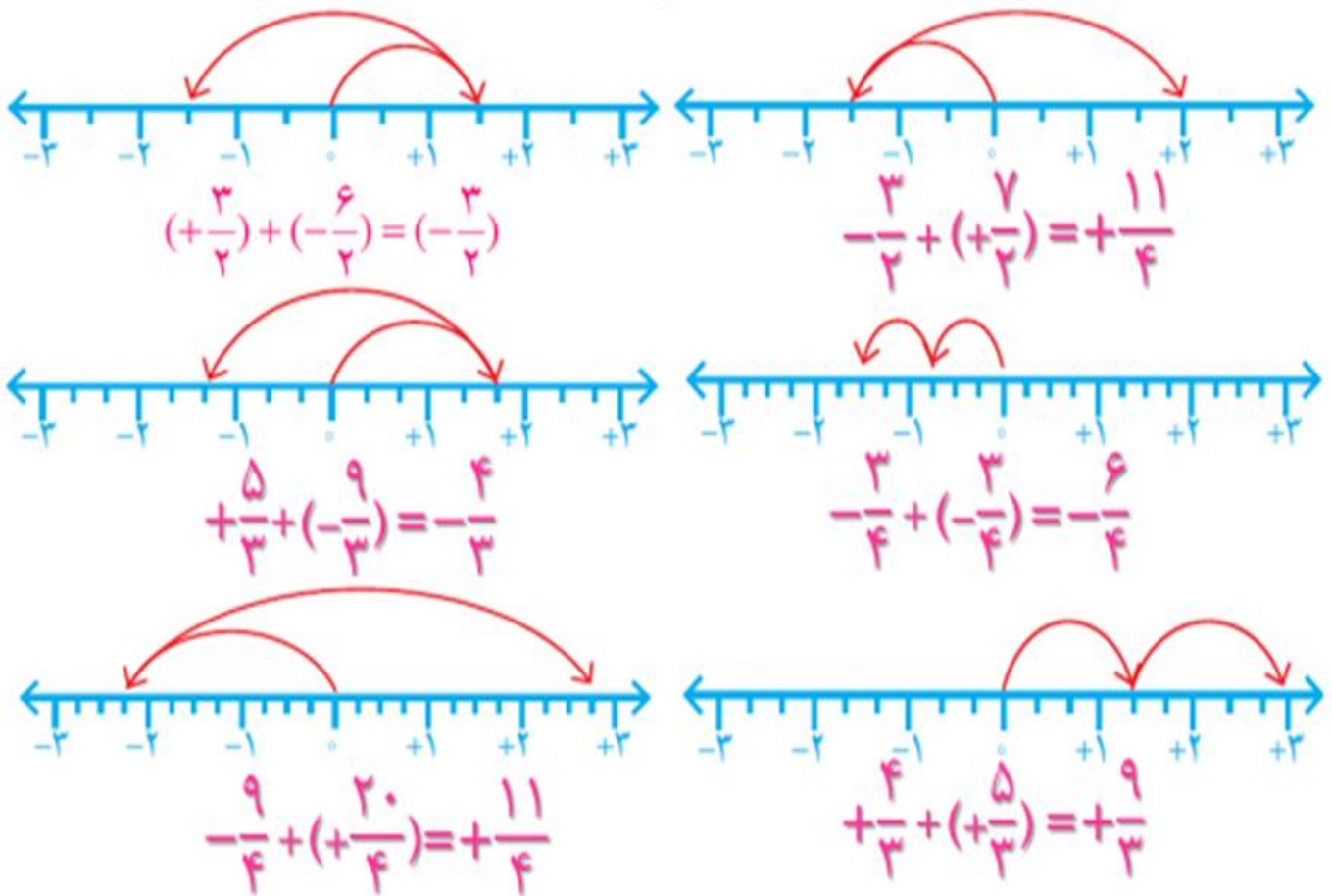
$$+3 + (-5) = -2$$

$$-2 + (-3) = -5$$

۲- با توجه به سؤال ۱، برای هر حرکت روی محور، عددی متناظر بنویسید.



۳- برای محورهای زیر مانند نمونه، یک جمع با عددهای گویا بنویسید.



۴- عبارت‌های زیر را مانند نمونه به صورت جمع دو عدد گویا بنویسید.

$$\frac{5}{8} - \frac{7}{8} = \frac{5}{8} + (-\frac{7}{8}) = -\frac{2}{8}$$

$$-\frac{5}{8} - (-\frac{7}{8}) = -\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{3}{5} + (-\frac{4}{5}) = -\frac{1}{5}$$

$$-\frac{3}{5} - (+\frac{4}{5}) = -\frac{3}{5} + (-\frac{4}{5}) = -\frac{7}{5}$$

$$0/50 - 0/85 = \frac{50}{100} + (-\frac{85}{100}) = -\frac{35}{100} = -0/35$$

$$-2/3 - 5/8 = -\frac{23}{24} + (-\frac{15}{24}) = -\frac{38}{24} = -19/12$$

$$-12/3 - (-7) = -\frac{123}{10} + (+\frac{70}{10}) = -\frac{53}{10} = -5/3$$

$$25/5 - 18/4 = \frac{250}{100} + (-\frac{184}{100}) = -\frac{34}{100} = -6/6$$

۱۱

۵- مانند نمونه، عددها را ابتدا به طور تقریبی به نزدیک ترین عدد صحیح گرد کنید؛ سپس، حاصل عبارت را به دست آورید.

$$-17/9 - (-8/001) + 12/87 = -18 - (-8) + 12 = -18 + 8 + 12 = 3$$

$$-1\frac{14}{15} + 2\frac{1}{17} - 3\frac{2}{19} = -2 + 2 - 3 = -3$$

کار در کلاس



به کمک محور، حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. ابتدا تفریق ها را به صورت جمع

بنویسید.

$$-\frac{4}{3} - (+\frac{5}{3}) = -\frac{4}{3} + (-\frac{5}{3}) = -\frac{9}{3} = -3$$

$$(+\frac{7}{5}) + (-\frac{9}{5}) = -\frac{2}{5}$$

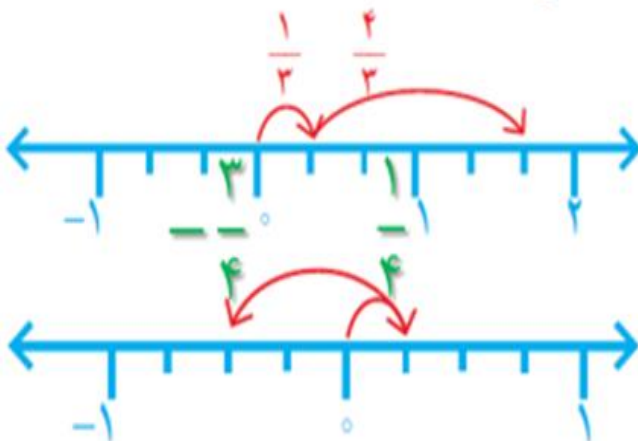
$$-\frac{3}{2} - (-\frac{5}{2}) = -\frac{3}{2} + (+\frac{5}{2}) = +\frac{2}{2}$$

۱۲

فعالیت



۱- برای هر کدام از محورهای یک تساوی جمع بنویسید.



$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{4} + (-\frac{3}{4}) = -\frac{2}{4}$$

حاصل عبارت روبه رو را به دست آورید و با حاصل جمع بالا مقایسه کنید.

$$\frac{1 + (-3)}{4} = -\frac{2}{4}$$

با هم برابرند.

با توجه به تساوی‌های زیر، توضیح دهید که چگونه می‌توانیم حاصل جمع و تفریق دو عدد گویا را با استفاده از جمع و تفریق دو عدد صحیح به دست آوریم.

$$-\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{-3+2}{5} \qquad -\frac{3}{7} - \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{-3-(-4)}{7} = \frac{-3+4}{7}$$

وقتی مخرج‌ها مساوی‌اند، یکی از مخرج‌ها را می‌نویسیم و سپس صورت‌ها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم.

۲- مانند نمونه، ابتدا مخرج‌ها را یکی کنید؛ سپس، جمع و تفریق‌ها را انجام دهید.

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{4} = \frac{20}{28} - \frac{21}{28} = \frac{20-21}{28} = -\frac{1}{28}$$

$$\frac{6}{5} + \frac{7}{5} = \frac{6+7}{5} = \frac{13}{5}$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{-9+8}{12} = -\frac{1}{12}$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{-3-2}{6} = -\frac{5}{6}$$

$$-\frac{2}{5} - \frac{-2}{3} = \frac{-6+10}{15} = \frac{4}{15}$$

کار در کلاس



۱- مانند نمونه، حاصل هر یک از عبارت‌ها را به دست آورید.

$$\left(+\frac{7}{9}\right) + \left(-\frac{4}{9}\right) = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\left(-\frac{7}{9}\right) - \left(-\frac{4}{9}\right) = \frac{-7+4}{9} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

$$\left(-\frac{6}{11}\right) + \left(+\frac{8}{11}\right) = \frac{-6+8}{11} = \frac{2}{11}$$

$$\left(-\frac{6}{11}\right) - \left(+\frac{8}{11}\right) = \frac{-6-8}{11} = -\frac{14}{11}$$

$$-\frac{6}{11} - \frac{8}{11} = \frac{-6-8}{11} = -\frac{14}{11}$$

$$\left(-\frac{6}{5}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) = \frac{-30-12}{25} = -\frac{42}{25}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\left(-\frac{4}{7}\right) - \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{-36+35}{63} = -\frac{1}{63}$$

$$-\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{-4+4}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

$$-\frac{3}{4} - \frac{15}{8} = \frac{-6-15}{8} = -\frac{21}{8}$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$4 + \frac{3}{7} = 4 \frac{3}{7} = \frac{28}{7} + \frac{3}{7} = \frac{31}{7} \quad 4 + \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{28}{7} - \frac{3}{7} = \frac{25}{7} \quad -4 + \left(-\frac{3}{7}\right) = -4 \frac{3}{7} = -\frac{31}{7}$$

$$-4 + \frac{3}{7} = \frac{-28 + 3}{7} = -\frac{25}{7} \quad 4 - \frac{3}{7} = \frac{28 - 3}{7} = \frac{25}{7} \quad -4 - \frac{3}{7} = -4 \frac{3}{7} = -\frac{31}{7}$$

حالا مانند نمونه، هر عدد مخلوط را به صورت دو عدد صحیح و کسری در آورید و با هم جمع کنید.

$$-2 \frac{1}{2} = -2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \quad -3 \frac{3}{4} = -3 + \left(-\frac{3}{4}\right) \quad +4 \frac{1}{3} = +4 + \left(+\frac{1}{3}\right)$$

تمرین



۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$-\frac{4}{15} + \frac{4}{5} = \frac{-4 + 12}{15} = \frac{8}{15}$$

$$-\frac{3}{8} - \frac{5}{12} = \frac{-9 - 10}{24} = -\frac{19}{24}$$

$$-2 - \frac{5}{3} = -2 \frac{5}{3} = -\frac{11}{3}$$

$$-2 + \frac{3}{5} = \frac{-10 + 3}{5} = -\frac{7}{5}$$

$$-2 \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{3} = 1 + \frac{-3 + 2}{6} = 1 + \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{6 - 1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$-4 \frac{1}{5} - 2 \frac{1}{2} = -6 + \frac{-2 - 5}{10} = -6 \frac{7}{10}$$

$$7 \frac{1}{3} - 10 \frac{1}{4} = -3 + \frac{4 - 3}{12} = -3 + \left(\frac{1}{12}\right) = \frac{-36 + 1}{12} = -\frac{35}{12}$$

۲- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$\begin{cases} -25 + 75 = 50 \\ -0.25 + 0.75 = 0.50 \end{cases} \quad \begin{cases} -9 + 3 = -6 \\ -0.9 + 0.3 = -0.6 \end{cases} \quad \begin{cases} 7 - 12 = -5 \\ 0.7 - 1.2 = -0.5 \end{cases}$$

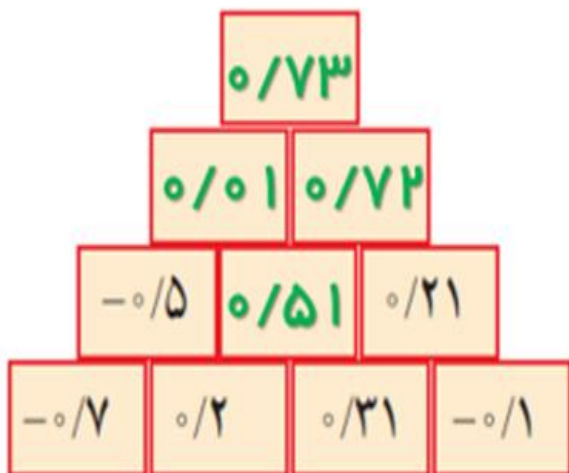
بین این تساوی‌ها چه رابطه‌ای را مشاهده می‌کنید؟

مثل هم هستند؛ فقط پایینی اعشار دارد.

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$12/8 - 15/4 = -2/6 \quad -25/8 + 7/2 = -17/8 \quad -4/1 - 3/7 = -7/8$$

۴- به کمک الگویابی جاهای خالی شکل را پر کنید.





۱- مانند نمونه، ضرب عددهای گویا را به ضرب عددهای صحیح تبدیل کنید. با توجه به حاصل عبارت‌ها، جدول را برای ضرب دو عدد گویا کامل کنید.

$$-\frac{2}{3} \times (+\frac{3}{4}) = \frac{-2}{3} \times \frac{+3}{4} = \frac{(-2) \times (+3)}{3 \times 4} = -\frac{2 \times 3}{3 \times 4} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4} \times (+\frac{5}{7}) = \frac{-3}{4} \times \frac{+5}{7} = \frac{-3 \times +5}{4 \times 7} = -\frac{3 \times 5}{4 \times 7} = -\frac{15}{28}$$

$$-\frac{2}{9} \times (-\frac{4}{7}) = \frac{-2}{9} \times \frac{-4}{7} = \frac{(-2) \times (-4)}{9 \times 7} = +\frac{2 \times 4}{9 \times 7} = +\frac{8}{63}$$

$$\frac{3}{5} \times (\frac{10}{9}) = \frac{3 \times 10}{5 \times 9} = +\frac{30}{45}$$

$$\frac{4}{3} \times (-\frac{9}{4}) = \frac{+4}{3} \times \frac{-9}{4} = \frac{(+4) \times (-9)}{3 \times 4} = -\frac{4 \times 9}{3 \times 4} = -\frac{36}{12}$$

\times	+	-
+	+	-
-	-	+

۲- با توجه به جدول بالا، ابتدا علامت حاصل ضرب را تعیین کنید. سپس، مانند نمونه، با ضرب کسرهای حاصل را پیدا کنید.

$$-\frac{3}{4} \times (-\frac{8}{15}) = +\frac{3}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{3 \times 8}{4 \times 15} = \frac{2}{5}$$

$$-\frac{1}{2} \times (+\frac{2}{3}) = -\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = -\frac{\cancel{1} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times 3} = -\frac{1}{3}$$

$$+\frac{1}{3} \times (-\frac{3}{5}) = -\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = -\frac{\cancel{1} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 5} = -\frac{1}{5}$$



با توجه به نتیجه‌ای که از فعالیت قبل گرفته‌اید، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} \left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{7}\right) &= -\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = -\frac{3 \times 4}{5 \times 7} = -\frac{12}{35} & \left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right) &= -\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = -\frac{2 \times 5}{3 \times 7} = -\frac{10}{21} \\ \left(-\frac{6}{35}\right) \times \left(-\frac{21}{8}\right) &= +\frac{6}{35} \times \frac{21}{8} = +\frac{6 \times 21}{35 \times 8} = +\frac{9}{20} & -\frac{4}{7} \times \left(+\frac{12}{1}\right) &= -\frac{4 \times 12}{7 \times 1} = -\frac{48}{7} \\ \left(-\frac{3}{11}\right) \times \left(+\frac{11}{6}\right) &= -\frac{3}{11} \times \frac{11}{6} = -\frac{3 \times 11}{11 \times 6} = -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \times \left(-\frac{0}{1}\right) &= +\frac{12}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{12 \times 1}{10 \times 10} = \frac{12}{100} \\ & & &= 0/12 \\ -1\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} &= -\frac{4}{3} \times \frac{3}{8} = -\frac{4 \times 3}{3 \times 8} = -\frac{1}{2} & -2\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{3}\right) &= +\frac{9}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{9 \times 4}{4 \times 3} = \frac{3}{1} = 3 \end{aligned}$$



۱- معکوس کسر $\frac{2}{3}$ برابر با $\frac{3}{2}$ است. معکوس عددهای گویای زیر را بنویسید.

$$\begin{aligned} -\frac{3}{5} &\rightarrow -\frac{5}{3} & +\frac{2}{7} &\rightarrow +\frac{7}{2} & -\frac{3}{1} &\rightarrow -\frac{1}{3} & +\frac{7}{3} &\rightarrow +\frac{3}{7} \\ -2\frac{1}{3} &\rightarrow -\frac{7}{3} & 0/1 &\rightarrow \frac{10}{1} & +1\frac{1}{4} &\rightarrow +\frac{5}{4} & -1 &\rightarrow -\frac{1}{1} \\ -\frac{1}{3} & & \frac{1}{10} & & +\frac{5}{4} & & & \end{aligned}$$

مانند نمونه هر عدد بالا را در معکوس خود ضرب کنید و حاصل را به دست آورید.

$$-\frac{3}{5} \times \left(-\frac{5}{3}\right) = +1 = 1 \quad \left(+\frac{7}{2}\right) \times \left(+\frac{2}{7}\right) = 1 \quad \left(-\frac{3}{1}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ حاصل ضرب هر عدد در معکوسش می‌شود یک.

۱۵

۲- همان طور که می دانید، تقسیم را می توانیم به ضرب تبدیل کنیم. پس، مانند نمونه ابتدا علامت حاصل تقسیم را بگذارید و سپس آن را به ضرب دو عدد تبدیل کنید.

$$\begin{aligned} (+\frac{2}{3}) \div (-\frac{5}{7}) &= -(\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}) = -(\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}) = -\frac{14}{15} \\ -\frac{6}{35} \div (-\frac{8}{21}) &= +(\frac{6}{35} \div \frac{8}{21}) = +(\frac{6}{35} \times \frac{21}{8}) = +\frac{9}{20} \\ -\frac{15}{12} \div (+\frac{10}{18}) &= -(\frac{15}{12} \div \frac{10}{18}) = -(\frac{15}{12} \times \frac{18}{10}) = -\frac{9}{4} \end{aligned}$$

۳- جاهای خالی را با کسر مناسب پر کنید.

$$\begin{aligned} -\frac{5}{2} \times (-\frac{2}{5}) &= 1 & -\frac{3}{5} \times (-\frac{5}{3}) &= 1 \\ +\frac{5}{4} \times (+\frac{4}{5}) &= 1 & +\frac{1}{4} \times (+\frac{4}{1}) &= 1 \end{aligned}$$

صفر تنها عددی است که معکوس ندارد؛ چون کسری که مخرج آن صفر باشد تعریف نشده است.

۱۶

کار در کلاس



۱- حاصل تقسیم های زیر را حساب کنید.

$$\begin{aligned} -\frac{8}{9} \div (-8) &= +(\frac{8}{9} \div \frac{8}{1}) = +(\frac{8}{9} \times \frac{1}{8}) = +\frac{1}{9} \\ -\frac{3}{8} \div (-\frac{3}{8}) &= +(\frac{3}{8} \div \frac{3}{8}) = +(\frac{3}{8} \times \frac{8}{3}) = +\frac{1}{1} = 1 \\ (+\frac{4}{10}) \div (-5) &= -(\frac{4}{10} \div \frac{5}{1}) = -(\frac{4}{10} \times \frac{1}{5}) = -\frac{2}{25} \\ -\frac{4}{7} \div (-\frac{5}{7}) &= +(\frac{4}{7} \div \frac{5}{7}) = +(\frac{4}{7} \times \frac{7}{5}) = +\frac{4}{5} \\ 1 \div (-\frac{2}{3}) &= -(\frac{1}{1} \div \frac{2}{3}) = -(\frac{1}{1} \times \frac{3}{2}) = -\frac{3}{2} \\ -\frac{8}{10} \div 4 &= -(\frac{8}{10} \div \frac{4}{1}) = -(\frac{8}{10} \times \frac{1}{4}) = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

۲- طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$1 \div \frac{3}{5} = 1 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad 1 \div \left(-\frac{3}{4}\right) = -1 \times \frac{4}{3} = -\frac{4}{3} \quad 1 \div \left(-\frac{7}{2}\right) = -1 \times \frac{2}{7} = -\frac{2}{7}$$

$$\frac{3}{5} \text{ معکوس} = \frac{5}{3} \quad -\frac{3}{4} \text{ معکوس} = -\frac{4}{3} \quad -\frac{7}{2} \text{ معکوس} = -\frac{2}{7}$$

حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد غیر صفر چیست؟ توضیح دهید.

حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد غیر صفر می‌شود معکوس همان عدد.

فعالیت



۱- کسره‌های زیر را مانند نمونه و به کمک ماشین حساب، به عددهای اعشاری تبدیل کنید.

$$\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0.4 \quad \frac{1}{3} \approx 1 \div 3 \approx 0.33 \quad \frac{3}{7} \approx 3 \div 7 \approx 0.428571$$

$$\frac{1}{8} = 1 \div 8 = 0.125 \quad \frac{5}{4} = 5 \div 4 = 1.25 \quad \frac{5}{6} = 5 \div 6 \approx 0.83$$

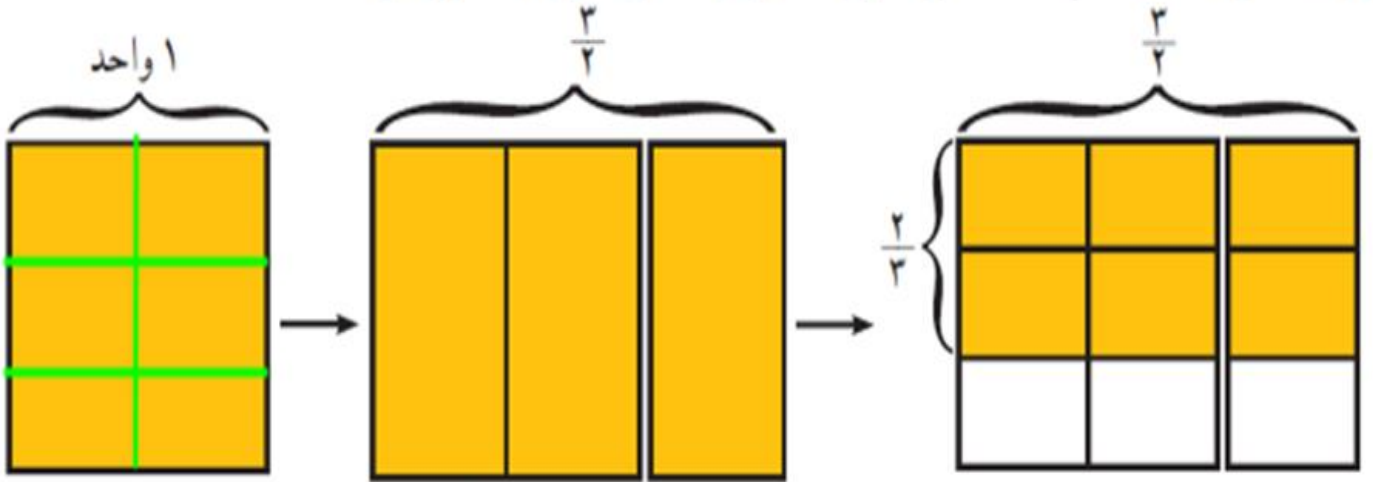
بین عددهای حاصل چه تفاوتی مشاهده می‌کنید؟ آیا می‌توانید کسرها را طبقه‌بندی کنید؟

برخی از آن‌ها تعداد اعشار نامتناهی دارند.

بله. دو دسته. یکی کسرهایی که شکل اعشاری آن‌ها تعداد

اعشار متناهی دارد و دیگری با تعداد اعشار نامتناهی.

۱۶ - مانند نمونه، ضرب یک کسر در معکوسش را روی شکل نشان دهید. چگونه می‌توانیم از روی شکل نشان دهیم که حاصل ضرب کسر در معکوسش، یک می‌شود؟



با توجه به حاصل ضرب نشان داده شده بر روی شکل سوم، $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$ اگر شکل واحد را به شش قسمت تقسیم کنیم می‌بینیم که با شش قسمت رنگی به دست آمده برابر می‌شود.

۱۷

تمرین



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{6}{17}\right) + \left(-\frac{8}{17}\right) = \frac{-6 + 8}{17} = \frac{2}{17} \quad \left(-\frac{12}{35}\right) - \left(+\frac{11}{42}\right) = \frac{-72 - 55}{210} = -\frac{127}{210}$$

$$\left(-\frac{2}{63}\right) - \left(-\frac{5}{72}\right) = \frac{-16 + 35}{504} = \frac{19}{504} \quad \frac{7}{12} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{-7 - 36}{12} = -\frac{43}{12}$$

$$\left(+\frac{2}{11}\right) \times \left(-\frac{6}{9}\right) = -\left(\frac{2 \times 6}{11 \times 9}\right) = -\left(\frac{2 \times 2}{11 \times 3}\right) = -\frac{4}{33}$$

$$\left(-\frac{1}{10}\right) \times \left(+\frac{8}{12}\right) = -\left(\frac{1 \times 8}{10 \times 12}\right) = -\frac{1}{15}$$

$$\frac{-8}{1} \div \left(+\frac{5}{1}\right) = -\left(\frac{8}{1} \div \frac{5}{1}\right) = -\left(\frac{8 \times 1}{1 \times 5}\right) = -\frac{8}{5}$$

$$\left(\frac{-12}{1}\right) \div \left(\frac{-28}{1}\right) = +\left(\frac{12}{1} \div \frac{28}{1}\right) = +\left(\frac{12 \times 1}{1 \times 28}\right) = +\frac{3}{7}$$

$$\left(-\frac{7}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right) = +\left(\frac{7}{9} \div \frac{28}{27}\right) = +\left(\frac{7 \times 27}{9 \times 28}\right) = +\frac{3}{4}$$

$$-2/4 \div 1/2 = -\left(\frac{24}{10} \div \frac{12}{10}\right) = -\left(\frac{24 \times 10}{10 \times 12}\right) = -\frac{2}{1} = -1$$

۲- عددهای زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$-\left(-\frac{5}{8}\right) = +\frac{5}{8} \quad -\left(\frac{14}{-19}\right) = +\frac{14}{19} \quad -\left(\frac{-5}{-13}\right) = -\frac{5}{13} \quad -\frac{3}{5} = -\frac{3}{5}$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{5}\right)\right) \times \frac{5}{12} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{12} = +\frac{1}{12}$$

$$\frac{3-2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5} + \frac{5}{6}\right) = -\left(\frac{3}{5}\right) \div \left(\frac{13}{30}\right) = -\left(\frac{3}{5} \times \frac{30}{13}\right) = -\frac{18}{13}$$

$$\frac{-12+25}{30} = \frac{13}{30}$$

۱۷

$$\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} - \frac{7}{5} + \frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{4}{5} \times \left(-\frac{5}{3}\right) = +\left(\frac{\cancel{4} \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 3}\right) = +\frac{4}{3}$$

$$\frac{2-3-7+4}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{8}{9}\right) \div \frac{-7}{24} = \left(-\frac{79}{72}\right) \div \left(-\frac{7}{24}\right) = +\left(\frac{79 \times \cancel{24}}{\cancel{72} \times 7}\right) = +\frac{79}{21}$$

$$\frac{-27+12-64}{72} = -\frac{79}{72}$$

$$\underbrace{(-2+3-7)}_{-6} + \underbrace{\left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15}\right)}_{\frac{-5+6-1}{15} = 0} = -6 + 0 = -6$$

۱۷

$$-1\frac{1}{2} \times \left(-3\frac{1}{3}\right) = +\frac{3}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{\cancel{3} \times 10 \cdot \cancel{5}}{\cancel{2} \times \cancel{3}} = \frac{50}{1} = 50$$

$$-4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} = -\frac{9}{2} \div \frac{5}{4} = -\left(\frac{9}{2} \times \frac{4}{5}\right) = -\frac{18}{5}$$

$$-1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \times \frac{-8}{5} = -1\frac{2}{3} + 2 = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{-2+3}{3} = \frac{1}{3}$$

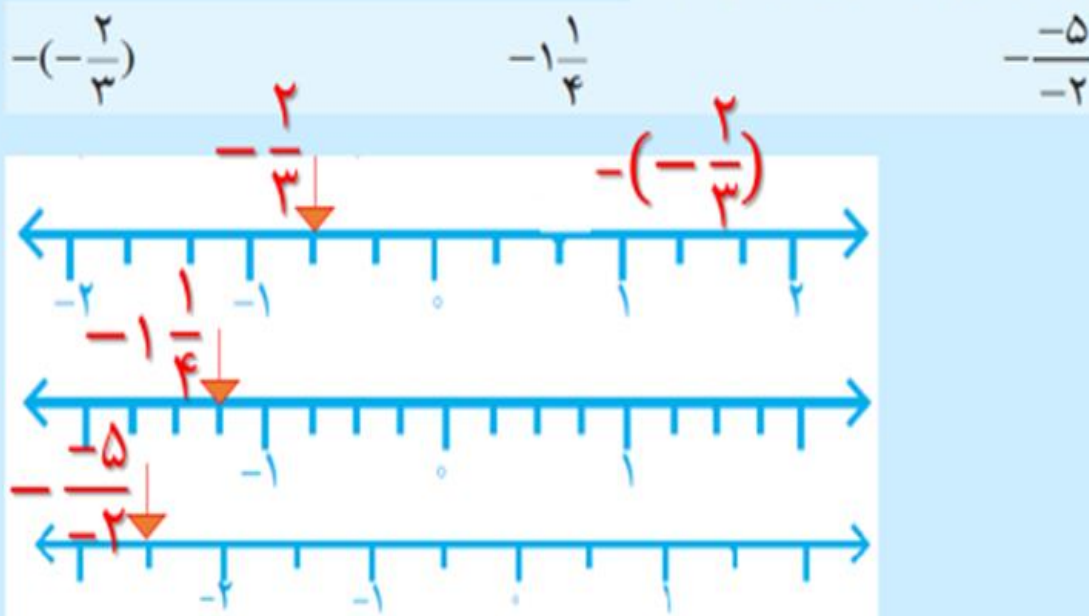
$$+\frac{\cancel{8}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} = 2$$

- محاسبه حاصل یک عبارت، شامل عددهای صحیح با رعایت ترتیب انجام عملیات
- پیدا کردن راه حل مناسب برای محاسبه یک عبارت
- پیدا کردن عددهای گویای مساوی
- نمایش جمع و تفریق عددهای گویا روی محور
- محاسبه جمع و تفریق دو عدد گویا
- محاسبه ضرب و تقسیم دو عدد گویا
- پیدا کردن معکوس یک عدد گویا
- محاسبه حاصل یک عبارت، شامل عددهای گویا با رعایت ترتیب عملیات.

محاسبه عددهای گویا در محاسبات عبارت‌های جبری و حل معادله‌ها کاربرد دارد.

تمرین‌های ترکیبی

۱- عددهای گویا را روی محور نمایش دهید.



۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\underbrace{\left(-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right)}_{-\frac{5}{2} + \frac{1}{3}} \div \underbrace{\left(-1\frac{1}{4} \times \frac{-2}{5}\right)}_{-\frac{15}{4} \times \frac{-2}{5}} = -\frac{7}{6} \div \left(+\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{7}{6} \times \frac{1}{1}\right) = -\frac{7}{6}$$

$$-\frac{5}{2} + \frac{1}{3} = \frac{-15+1}{6} = -\frac{14}{6} = -\frac{7}{3}$$

$$+ \frac{15}{4} \times \frac{-2}{5} = +\frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{3}{2} = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1-1\frac{1}{2}}{2} = 1 - \frac{-\frac{1}{2}}{2} = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right) = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$-1 + \frac{3}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

روش اول: $-\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{1}\right) = -1$

روش دوم: $\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -\frac{2}{2} = -1$

دور در دور نزدیک در نزدیک