

ریاضی : هشتم

فصل پنجم : بردار و مختصات

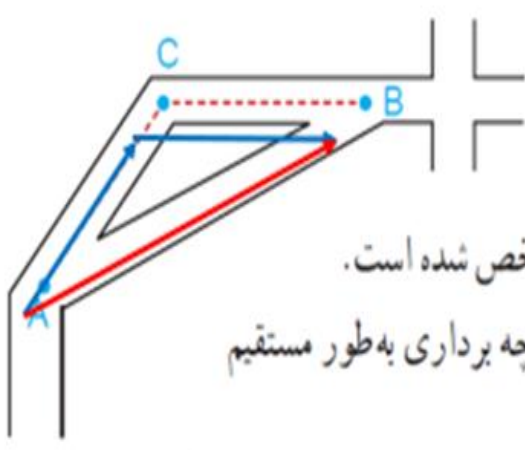
صفحه: ۶۹ تا ۸۲

تهیه کننده: احمد فرخ و ند

در تهیه این فایل از اسلایدهای استاد یونس جمال پور و سایت زیر استفاده شده است. یونس جمال پور lali-riazi.blogfa.com



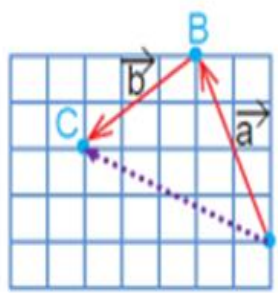
۷۰



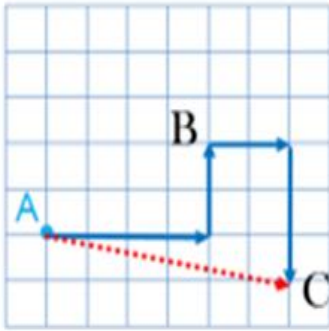
جمع بردارها



۱- شخصی در نقطه A ایستاده است. مسیر حرکت او برای رسیدن به نقطه B در شکل مشخص شده است. این مسیر را با دو بردار نشان دهید. این شخص با چه برداری به طور مستقیم به نقطه B می‌رسد؟ آن را رسم کنید.

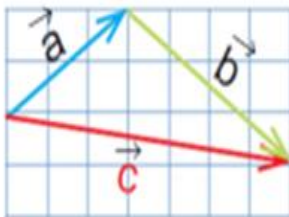


۲- نقطه A ابتدا با بردار انتقال a به نقطه B و سپس با بردار انتقال b به نقطه C منتقل شده است. نقطه A با چه برداری به طور مستقیم به نقطه C منتقل می‌شود؟ نام آن را بردار c بگذارید. آیا می‌توانیم بگوییم بردار c کارِ دو بردار انتقال a و b را انجام می‌دهد؟ بله به بردار c بردار برآیند یا حاصل جمع می‌گویند.



این روبات اکنون روی نقطه A است. با فرمان $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ابتدا ۴ واحد به سمت راست (افقی) و سپس ۲ واحد به سمت بالا (عمودی) حرکت می کند. نقطه جدید را B نام گذاری کنید.

روبات ما با فرمان $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ از B به نقطه C می رسد. $\begin{bmatrix} +6 \\ -1 \end{bmatrix}$ با چه فرمانی به طور مستقیم از نقطه A به C می رسد؟



$$\vec{a} = \begin{bmatrix} +3 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} +4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} +7 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{با حاصل جمع دو بردار } \vec{a} \text{ و } \vec{b}$$

۴- مختصات بردارهای a، b و c را بنویسید. آیا بردار c با جمع دو بردار a و b برابر است؟ به ابتدا و انتهای بردارهای a و b توجه کنید. برداری که از ابتدای \vec{a} به انتهای \vec{b} رسم می شود (بردار c) برابر است

در فعالیت ۲ مشاهده کردید که نتیجه جمع دو بردار a و b، بردار c است. بنابراین، می توان یک

تساوی برداری به صورت $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ را نوشت.

با توجه به تساوی $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ می توان مختصات بردار c را از **تساوی مختصاتی** زیر به دست

$$\begin{bmatrix} \vec{a} \\ x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{b} \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{a+b} \\ x+z \\ y+t \end{bmatrix}$$

آورد:



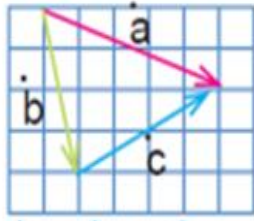
در فعالیت قبل دیدید که اگر دو بردار a و b به صورتی باشند که ابتدای b در انتهای a قرار گیرد،

برای رسم حاصل جمع یا برآیند این دو بردار می توانیم برداری از ابتدای بردار a به انتهای بردار b

رسم کنیم.

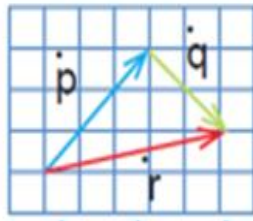
ابتدا مشخص کنید کدام بردار، حاصل جمع دو بردار دیگر است. سپس برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.

۷۱



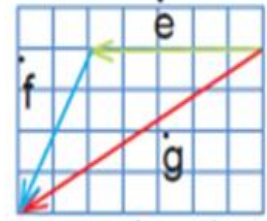
$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

$$\begin{bmatrix} +1 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +4 \\ +2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +5 \\ -2 \end{bmatrix}$$



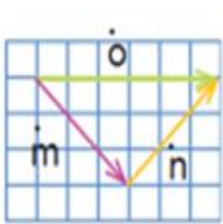
$$\vec{p} + \vec{q} = \vec{r}$$

$$\begin{bmatrix} +3 \\ +3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +5 \\ +1 \end{bmatrix}$$



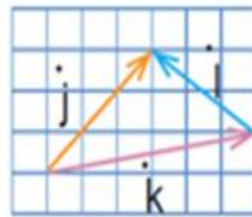
$$\vec{e} + \vec{f} = \vec{g}$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix}$$



$$\vec{m} + \vec{n} = \vec{o}$$

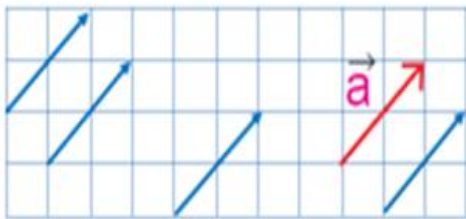
$$\begin{bmatrix} +3 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +3 \\ +3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\vec{k} + \vec{j} = \vec{i}$$

$$\begin{bmatrix} +6 \\ +1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3 \\ +3 \end{bmatrix}$$

۷۱

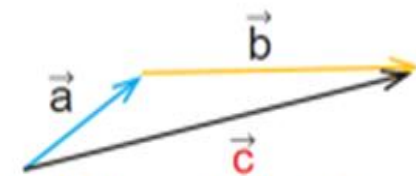


$$\begin{bmatrix} +2 \\ +2 \end{bmatrix}$$

۱- چهار بردار مساوی بردار a رسم کنید و مختصات همه بردارها را بنویسید.



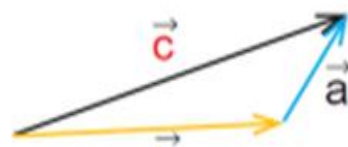
۲- با توجه به اینکه بردارهای مساوی را می توان از نقطه های شروع مختلف رسم کرد، می خواهیم حاصل جمع بردارهای a و b را رسم کنیم. راه حل های این دو دانش آموز را توضیح دهید.



ابتدا بردار a و بعد بردار b رسم شده است

امیر

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$



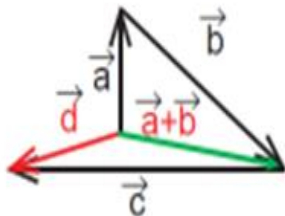
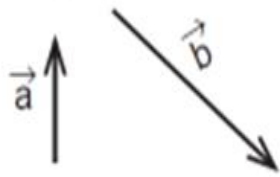
ابتدا بردار b و بعد بردار a رسم شده است

رضا

$$\vec{b} + \vec{a} = \vec{c}$$

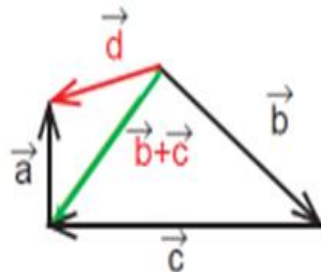
۳- دانش آموزان برای پیدا کردن جمع سه بردار راه حل های زیر را ارائه کرده اند. هر کدام را

توضیح دهید.



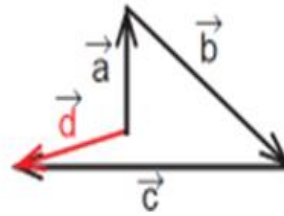
$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

سعید



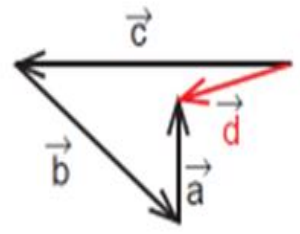
$$\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$$

محمد



$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

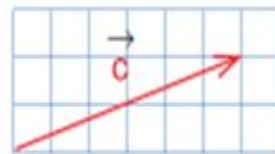
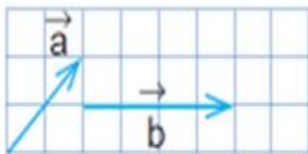
حمید



$$\vec{c} + \vec{b} + \vec{a}$$

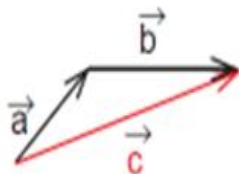
رضا

۴- راه حل های دانش آموزان برای پیدا کردن جمع دو بردار a و b را مشاهده و مقایسه کنید.



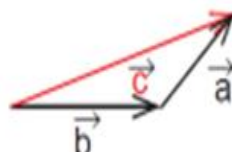
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

سمانه



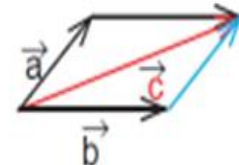
فاطمه

روش مثلث



زهرا

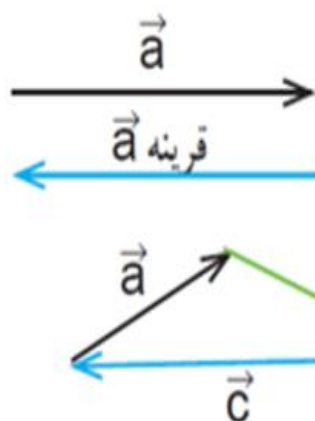
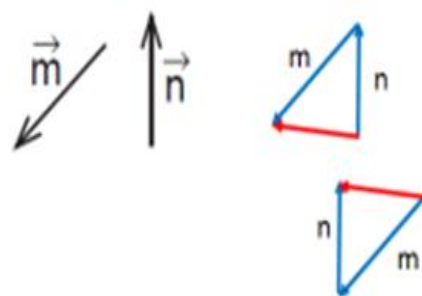
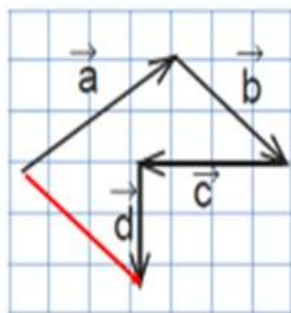
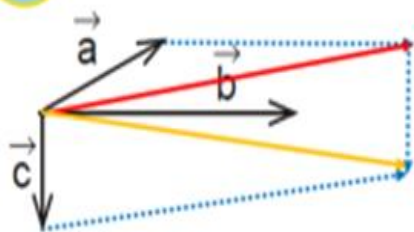
روش مثلث



مریم

روش متوازی الاضلاع

کار در کلاس ۱- حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کنید.



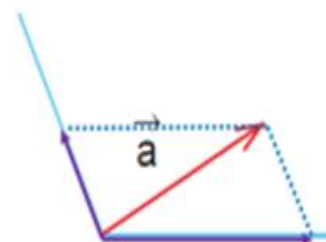
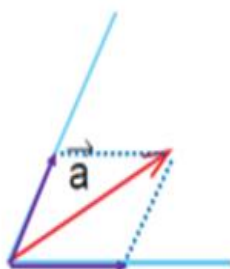
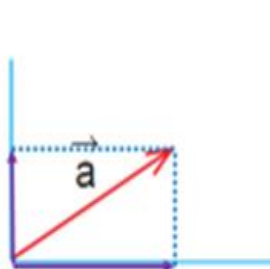
۲- جمع دو بردار قرینه، برابر بردار صفر است.

بردار صفر را به صورت $\vec{0}$ نشان می‌دهیم و مختصات آن $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ است. حاصل جمع بردارهای a، b و c چیست؟ چرا؟ **صفر**

فعالیت ۱- دو بردار رسم کنید که جمع آنها بردار a باشد. به این کار **تجزیه بردار** می‌گویند.



چند پاسخ مختلف می‌توان به دست آورد؟ چرا؟ **فقط یکی**، زیرا راستاهای بردارها مشخص شده اند



۲- مختصات دو بردار را که حاصل جمعشان بردار $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ باشد، بنویسید.

پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید. به کمک هم، سه پاسخ مختلف دیگر

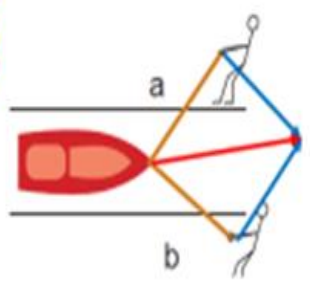
بنویسید. فکر می‌کنید این مسئله چند پاسخ دارد؟ **بی شمار**

$$\begin{bmatrix} -10 \\ 45 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +13 \\ -41 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +4 \\ +2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ +1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +5 \\ +3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

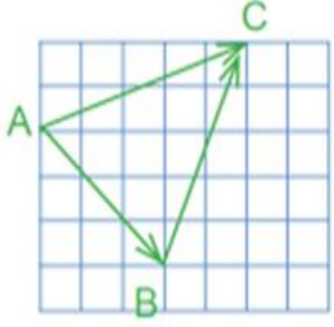
$$\begin{bmatrix} 0 \\ +4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$



تمرین ۱- دو نفر در کنار رودخانه با دو طناب قایقی را در خلاف جهت آب می کشند.

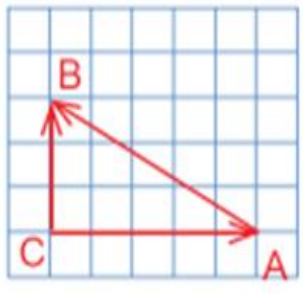
الف) قایق به کدام سمت حرکت می کند؟ در مسیر برآیند نیروها
 ب) اگر نیروی a بیشتر باشد، قایق به کدام طرف متمایل می شود؟ سمت a

۲- در هر شکل یکی از بردارها حاصل جمع بردارهای دیگر است. برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.



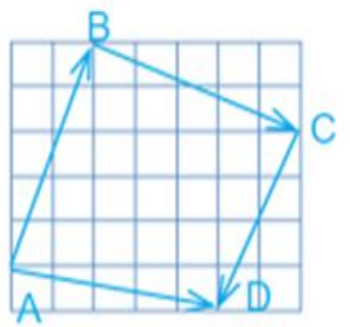
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$\begin{bmatrix} +۳ \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۲ \\ +۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۵ \\ +۲ \end{bmatrix}$$



$$\vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB}$$

$$\begin{bmatrix} +۵ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۵ \\ +۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ +۳ \end{bmatrix}$$



$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$$

$$\begin{bmatrix} +۲ \\ +۵ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +۵ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ \\ -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۵ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

۳- در هر تساوی، x و y را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} ۵ \\ ۶ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} ۵ + x &= ۲ \\ x &= ۲ - ۵ \\ x &= -۳ \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۷ \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} ۳ + x &= ۷ \\ x &= ۷ - ۳ \\ x &= ۴ \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x+۱ \\ ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ y-۱ \end{bmatrix}$$

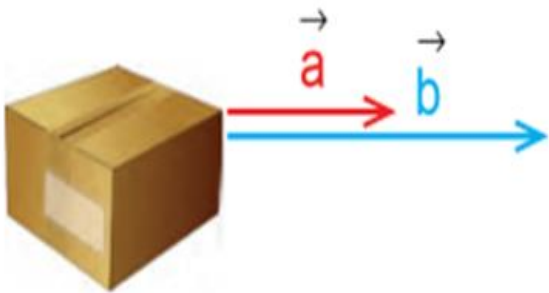
$$\begin{aligned} x+۱ &= -۱ \\ x &= -۱ - ۱ \\ x &= -۲ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۶ + y &= -۱ \\ y &= -۱ - ۶ \\ y &= -۷ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -۴ - ۲ &= y \\ -۶ &= y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y-۱ &= ۵ \\ y &= ۵+۱ \\ y &= ۶ \end{aligned}$$

۱- در اینجا بردار حرکت یک خودرو در جاده رسم شده است. اگر این خودرو سه برابر مسافت کنونی در جهت مخالف حرکت کرده باشد، بردار حرکت جدید را رسم کنید.

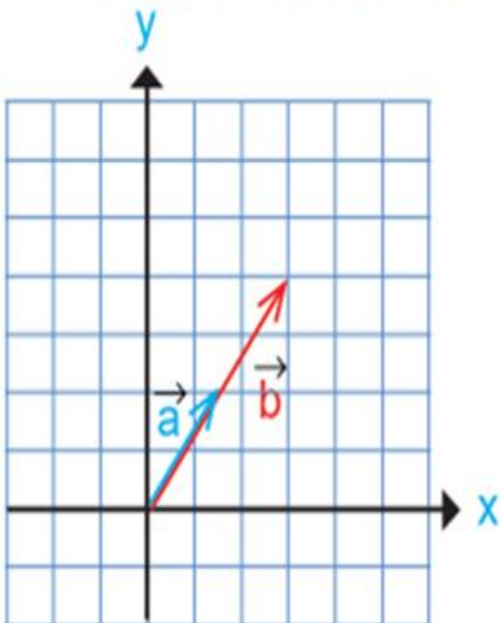


۲- دو نفر سعی می‌کنند جعبه روبه‌رو را بکشند و به جای دیگری ببرند. نیرویی که نفر اول وارد می‌کند با بردار a و نیروی نفر دوم با بردار b نمایش داده شده است. با توجه به شکل، نیروی نفر دوم چند برابر نیروی نفر اول است؟ چرا؟ $2+$ برابر زیرا طول b دو برابر طول a است

۳- در فعالیت‌های ۱ و ۲، هنگام رسم بردارهای جدید در مورد راستا و جهت و اندازه آن،

چه نکاتی را رعایت کردید؟

اگر بردار مثبت باشد در جهت بردار اولیه و اگر منفی باشد در خلاف جهت بردار اولیه رسم می‌شود

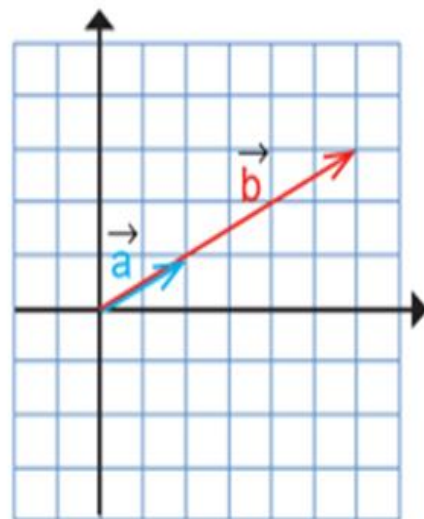
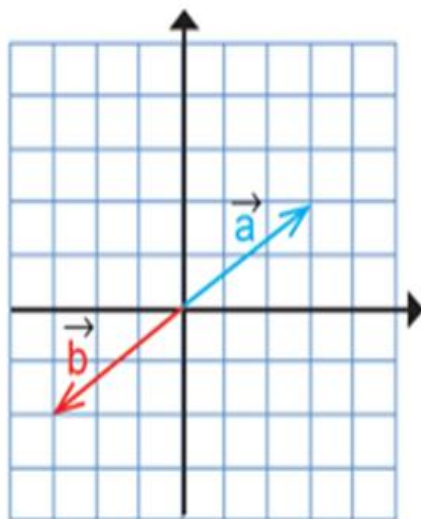
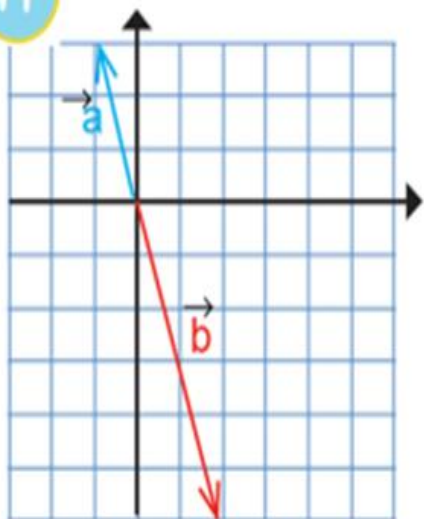


۴- در هر شکل مختصات بردارهای a و b را بنویسید. رابطه دو بردار a و b را با یک تساوی برداری و یک تساوی مختصاتی نشان دهید.

$$\vec{b} = 2\vec{a} \quad \text{یا} \quad \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\begin{bmatrix} +3 \\ +4 \end{bmatrix} = 2 \times \begin{bmatrix} +1/5 \\ +2 \end{bmatrix} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} +1/5 \\ +2 \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} +3 \\ +4 \end{bmatrix}$$

۷۴



$$\vec{b} = -2\vec{a}$$

$$\begin{bmatrix} +2 \\ -6 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} -1 \\ +3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ +3 \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} +2 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = -1\vec{a}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} +3 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} +3 \\ +2 \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = +3\vec{a}$$

$$\begin{bmatrix} +6 \\ +3 \end{bmatrix} = +3 \begin{bmatrix} +2 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} +2 \\ +1 \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} +6 \\ +3 \end{bmatrix}$$


۷۵

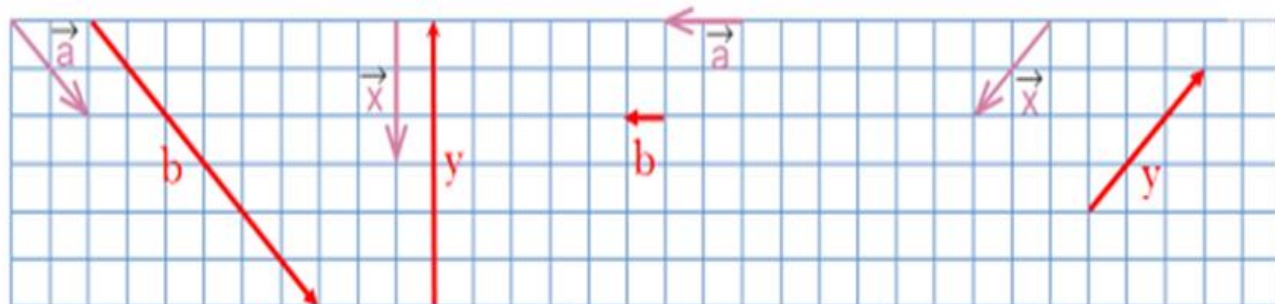
در ضرب یک عدد در بردار، آن عدد در طول و عرض بردار ضرب می‌شود. بنابراین، می‌توانیم بنویسیم:

$$k \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx \\ ky \end{bmatrix}$$

اگر بردار b قرینه بردار a باشد، می‌نویسیم: $\vec{b} = -\vec{a}$ یا $\vec{b} = (-1)\vec{a}$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \vec{b} = -\vec{a} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$$

با توجه به بردارهای داده شده، بردار مورد نظر را رسم کنید. 

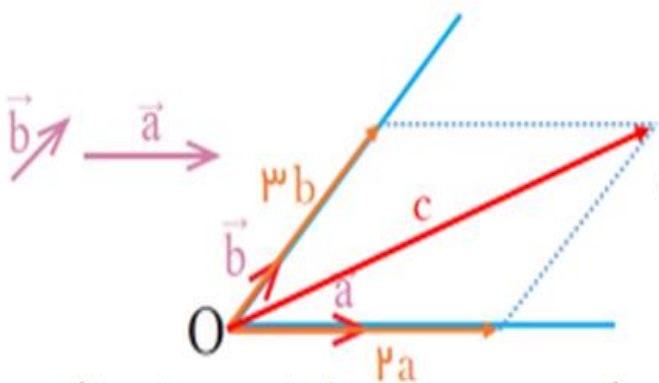


$$\vec{b} = 3\vec{a}$$

$$\vec{y} = -2\vec{x}$$

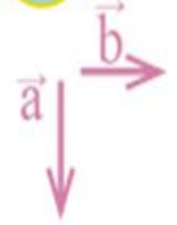
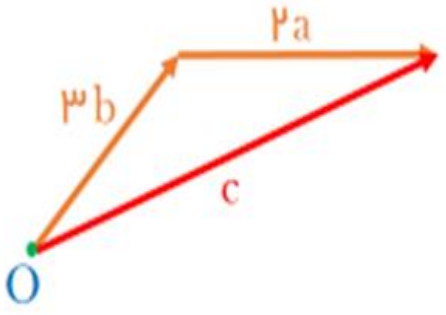
$$\vec{b} = \frac{1}{4}\vec{a}$$

$$\vec{y} = -\frac{3}{2}\vec{x}$$

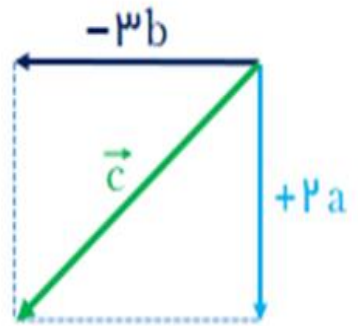


۱- بردارهای a و b مفروض اند.
بردار $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ را رسم کنید.

از نقطه دلخواه O بردارهای $2a$ و $3b$ را رسم کنید. سپس بردار حاصل جمع را پیدا کنید.

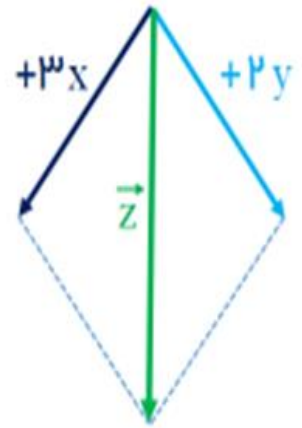


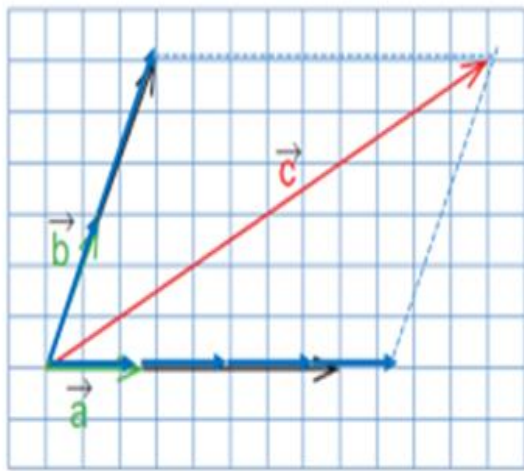
$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = 2\vec{a} + (-3\vec{b})$$



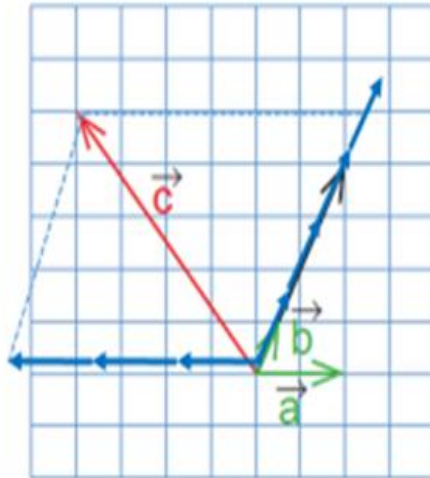
۲- بردارهای خواسته شده را رسم کنید.

$$\vec{z} = 3\vec{x} + 2\vec{y}$$

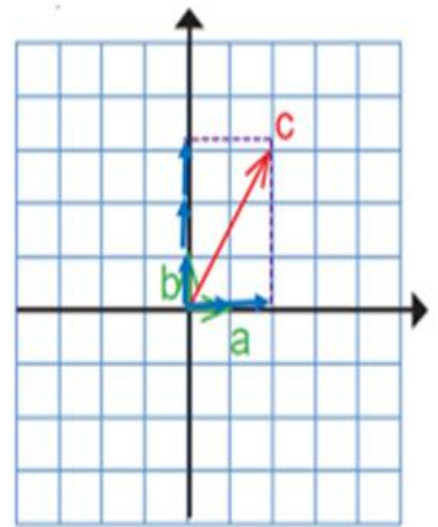




$$\vec{c} = +4\vec{a} + 2\vec{b}$$

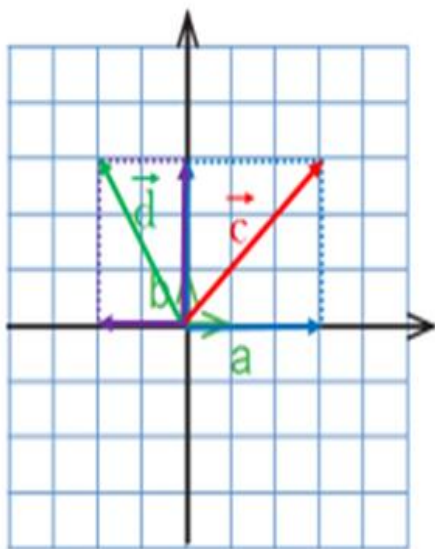


$$\vec{c} = -3\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$$



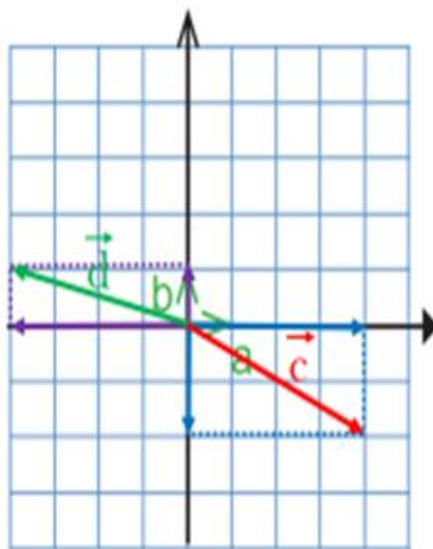
$$\vec{c} = +2\vec{a} + 3\vec{b}$$

۱- با توجه به بردارهای a و b، بردارهای c و d را رسم کنید.



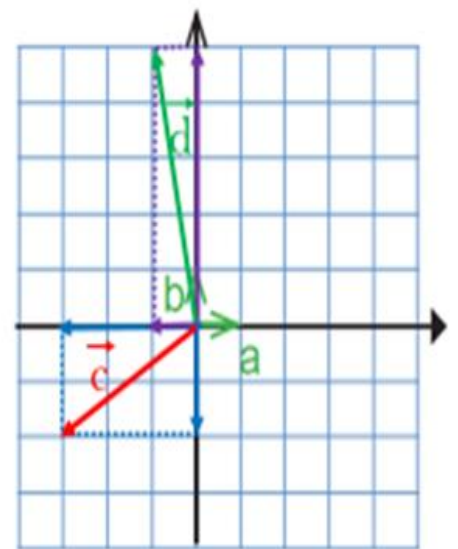
$$\vec{c} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{d} = (-2)\vec{a} + 3\vec{b}$$



$$\vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -4\vec{a} + \vec{b}$$



$$\vec{c} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -\vec{a} + 5\vec{b}$$

۲- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$(-1) \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} =$$

$$(-4) \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -7 \end{bmatrix}$$

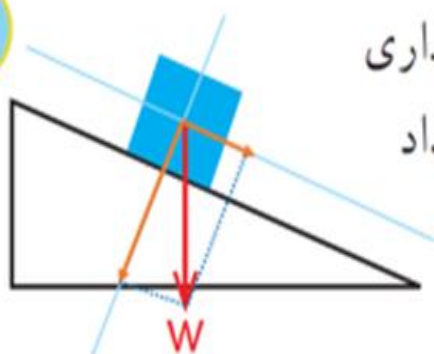
$$\begin{bmatrix} +20 \\ -28 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +18 \\ -27 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 \\ +4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +42 \\ +18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +36 \\ +22 \end{bmatrix}$$

۳- معادله‌های مختصات زیر را حل کنید.

$$4x = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} \div 4 = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$-3x = \begin{bmatrix} 15 \\ -9 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 15 \\ -9 \end{bmatrix} \div (-3) = \begin{bmatrix} -5 \\ +3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -11 \end{bmatrix}$$



۴- در شکل روبه‌رو نیروی وزن جعبه، که روی سطح شیب‌داری قرار گرفته، نشان داده شده است. این بردار را روی دو امتداد رسم شده تجزیه کنید.

۵- با توجه به بردارهای a و b ، مختصات بردار c را به دست آورید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{c} = -3\vec{a} + 4\vec{b}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$\vec{c} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

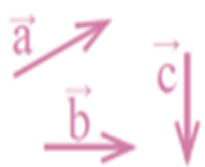
$$\vec{c} = -3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6 \\ -5 \end{bmatrix}$$

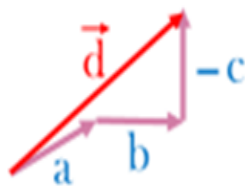
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

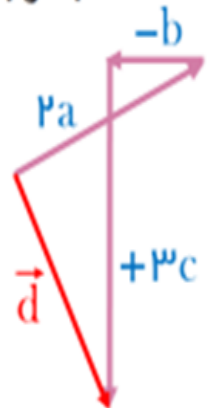
۶- با توجه به بردارهای a و b و c ، بردار d را رسم کنید.



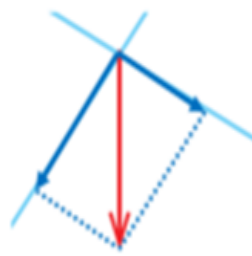
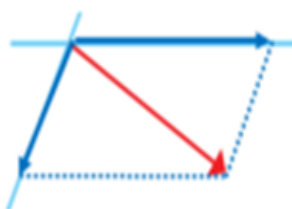
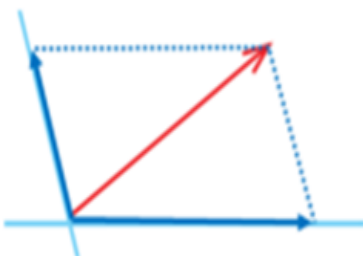
$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$$



$$\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$$



۷- بردارهای داده شده را روی امتدادهای رسم شده تجزیه کنید.





۱- برای اندازه‌گیری هر یک از مقادیر زیر از چه واحدی استفاده می‌کنیم؟



زمان: ثانیه



دما: سانتیگرادزاویه: درجه



جرم: کیلو گرم



طول: متر

۲- در محور زیر، واحد را نشان داده‌ایم. عددهای ۱ و ۲ را روی محور مشخص کنید.



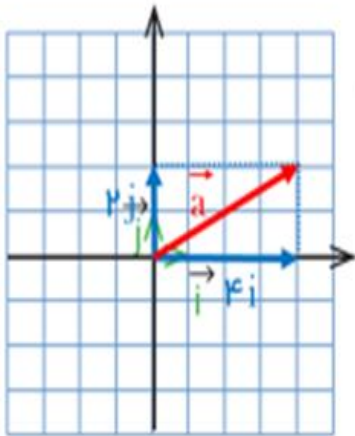
۳- همان‌طور که ملاحظه کردید، برای اندازه‌گیری و نمایش عددها روی محور به واحد نیاز

داریم. برای نمایش بردار نیز به واحد نیاز مندیم. این واحد باید

از جنس بردار باشد. با توجه به اینکه بردار در صفحه مختصات با دو محور

نمایش داده می‌شود، به واحد روی هر دو محور نیاز داریم.

در شکل روبه‌رو، بردارهای واحد روی هر دو محور مشخص شده‌اند.



● مختصات بردارهای واحد را بنویسید. $\vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

● بردار $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ را رسم کنید.

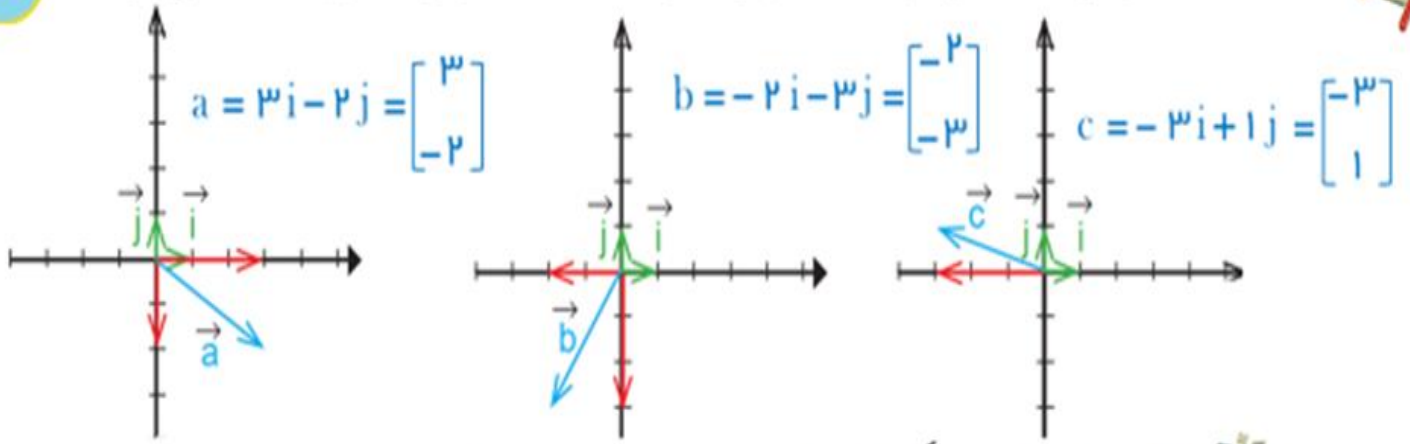
● مختصات بردار \vec{a} را بنویسید. $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

● مختصات بردار \vec{a} را از رابطه زیر به دست آورید.

$$\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} = 4 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$



کار در کلاس در هر قسمت، بردار داده شده را بر حسب \vec{i} و \vec{j} و سپس به صورت مختصاتی بنویسید. ۷۹



۱- طرف دیگر هر تساوی را مانند نمونه کامل کنید. فعالیت

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = -1\vec{i} + 3\vec{j} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \vec{i} - \vec{j} \quad \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = -2\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad 2\vec{i} - \vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad 2\vec{i} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad 3\vec{i} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۷۹

۲- دو دانش آموز معادله برداری زیر را حل کرده اند. مراحل راه حل آنها را با هم مقایسه کنید.

راه حل حمید

$$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{i} + \vec{j}$$

$$2\vec{x} = -5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{i} - \vec{j}$$

$$2\vec{x} = -8\vec{i}$$

$$\vec{x} = -4\vec{i}$$

راه حل سعید

$$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$+ 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$+ 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix} \div +3 = \begin{bmatrix} -\frac{8}{3} \\ +\frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

۳- معادله‌های زیر را با روش مورد نظر خود حل کنید.

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = \vec{i} - \vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$- 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$- 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix} \div -2 = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} \\ +\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{کار در کلاس}$$

اگر $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$ باشد، مختصات بردارهای x و y را به دست آورید.

$$\vec{x} = 5\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{x} = 5 \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 15 \\ -10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 21 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = -3\vec{a} + 4\vec{b}$$

$$\vec{y} = -3 \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} -9 \\ +6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} -1 \\ 10 \end{bmatrix}$$



۱- طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$$

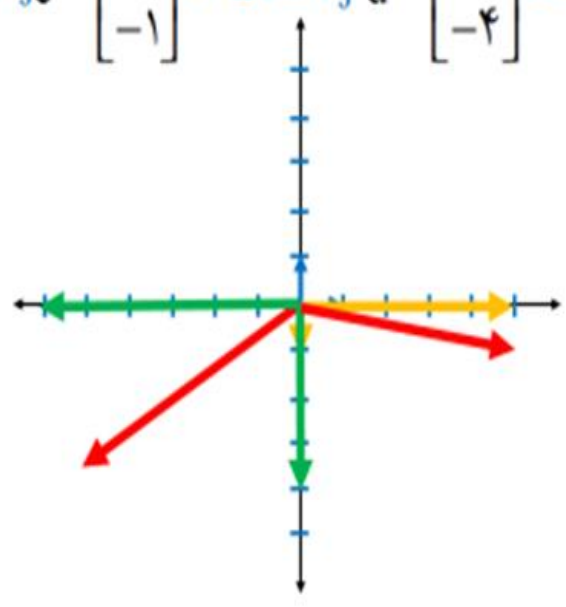
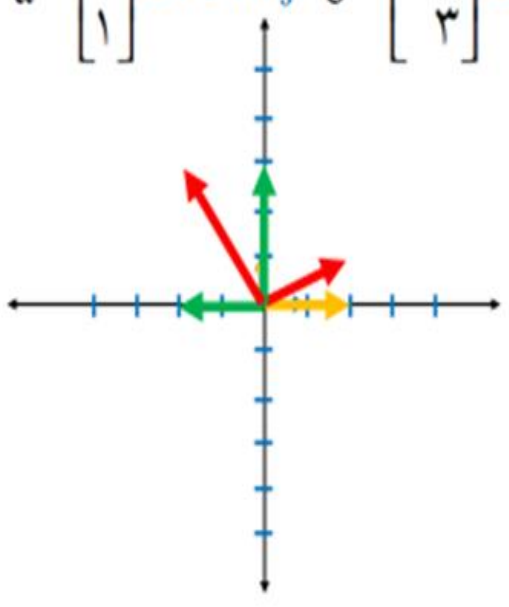
$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} = -2\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = -5\vec{i}$$

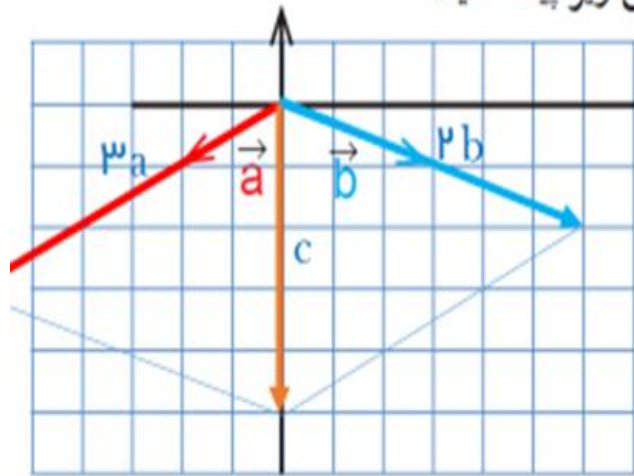
$$\vec{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} = -2\vec{j}$$

۲- دو محور عمود برهم رسم کنید و بردارهای واحد مختصات را روی آنها مشخص کنید. آ. بردارهای زیر را روی آن دستگاه مختصات رسم کنید و هر بردار را بر حسب بردارهای واحد \vec{i} و \vec{j} بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 2\vec{i} + 1\vec{j} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = -2\vec{i} + 3\vec{j} \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} = 5\vec{i} - 1\vec{j} \quad \vec{d} = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \end{bmatrix} = -6\vec{i} - 4\vec{j}$$



۳- با توجه به شکل زیر، مختصات بردار c را با دو روش زیر پیدا کنید.



الف) رسم شکل و نوشتن مختصات \vec{c} از روی شکل

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

ب) پیدا کردن مختصات \vec{a} و \vec{b} و قرار دادن آنها در

تساوی زیر.

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = 3 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

ویژگی‌های هر روش را بیان کنید.

کدام روش برای رایانه‌ای شدن مناسب‌تر است؟ چرا؟ روش مختصاتی

۴- با توجه به علامت طول و عرض بردار، شکل تقریبی آن را مانند نمونه رسم کنید.

طول	+	-	+	-
عرض	+	+	-	-
شکل تقریبی				

۵- اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد، بردار x را از معادله زیر پیدا کنید.

$$2\vec{x} - \vec{j} = 2\vec{a} - \vec{b}$$

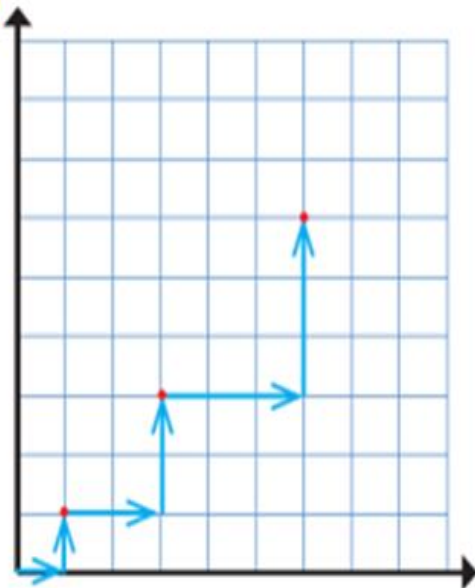
$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$2x + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix} \div 2 = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$



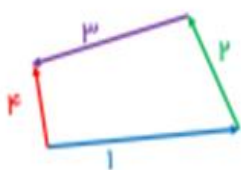
۶- یک ربات برنامه‌ریزی شده به صورت زیر از مبدأ مختصات حرکت می‌کند.

با مشاهده سه حرکت اول این ربات، الگویی برای حرکت آن کشف کنید و توضیح دهید. ربات پس از حرکت پنجم، به کدام نقطه می‌رسد؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

(۱) (۱) (۲) (۲) (۳) (۳) (۴) (۴) (۵) (۵)

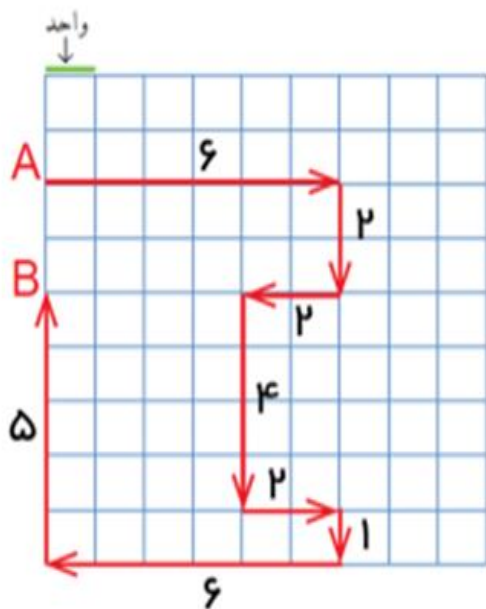
۷- حمیده با خود فکر می‌کرد که اگر چند بردار با هم جمع شوند، بردار حاصل جمع از همه آنها بزرگ‌تر است. آیا او درست فکر کرده است؟ با کشیدن شکل توضیح دهید. **خیر**



در شکل مقابل بردارهای ۱ و ۲ و ۳ جمع می‌شوند و بردار ۴ حاصل جمع آنهاست اما بردار ۴ از بر دارهای دیگر بزرگ‌تر نیست.

۸- در صفحه شطرنجی زیر، یک خودرو با نقطه A

مشخص شده است. این خودرو مسیری را طی کرده است تا به نقطه B برسد؛ در کل به اندازه چند واحد حرکت کرده است؟ **۲۸**



خودرو از نقطه A به B در راستای عمودی چند

واحد جابه‌جا شده است؟ **۲**

مرور فصل ۵

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود آنها را توصیف کنید و برای هر یک مثالی بزنید.

- جمع (برآیند) بردارها
- تجزیه بردار
- ضرب عدد در بردار
- بردارهای واحد مختصات

در این فصل، روش‌های اصلی زیر معرفی شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه‌ای از درس را بنویسید.

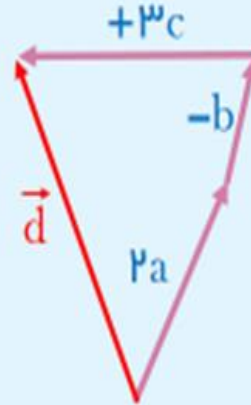
- پیدا کردن جمع دو بردار.
- پیدا کردن بردار که ابتدای آنها یک نقطه باشد.
- نوشتن جمع برداری و جمع مختصاتی
- ضرب یک عدد در بردار
- رسم بردارهای ترکیبی که شامل حاصل جمع مضرب‌های دو بردارند.
- پیدا کردن مختصات بردارهای ترکیبی
- تجزیه یک بردار روی دو امتداد.
- نوشتن مختصات بردار با بردارهای واحد مختصات.
- نمایش بردارهای واحد مختصات به صورت مختصاتی.

کاربرد موضوعات این فصل در درس‌های علوم (فیزیک - مکانیک) شما کاربرد زیادی دارد. ضمن آنکه در شاخه‌ای از ریاضیات به نام «جبر خطی و فضای برداری» نیز مطرح می‌شود و به کمک آن می‌توانید مسائل مختلف ریاضی و فیزیک را حل کنید.

۸۲

تمرین‌های ترکیبی اگر بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، می‌توانید مطمئن باشید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

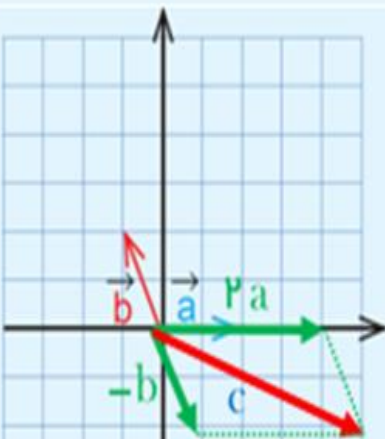
۱- با توجه به بردارهای a و b و c ، بردار d را رسم کنید. $\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$



۲- اگر $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ باشد، مختصات بردار x را پیدا کنید.

$$2\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{x}$$

$$2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = 3\vec{x} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} = 3\vec{x} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \end{bmatrix} = 3\vec{x} \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \end{bmatrix} \div 3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{7}{3} \end{bmatrix}$$



۳- با توجه به شکل، مختصات بردار c را پیدا کنید.

$$\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$