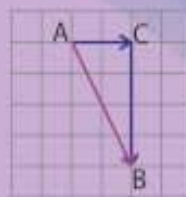
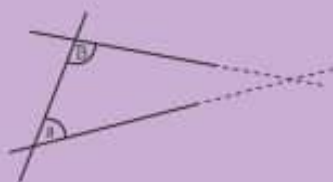


همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



# ریاضی هشتم

@riazicafe

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هشتم
- دوره اول متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۷: توان و جذر

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

## بسمه تعالی

### درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل هفتم پایه هشتم

سمیه انصاری- عبدالهادی آرامی- عبدالله بهزادی

## درس اول: یادآوری

✓ **نکته:** عدد یک به توان هر عددی برسد، حاصلش برابر یک است.  $۱^۴ = ۱$  ,  $۱^۷ = ۱$

✓ **نکته:** هر عدد به غیر از صفر به توان صفر برسد، حاصلش برابر با یک است.  $۱۵^۰ = ۱$

✓ **نکته:** صفر به توان هر عددی به غیر از صفر برسد، حاصلش صفر است.  $۰^۵ = ۰$

✓ **نکته:** هر عدد به توان یک برسد، حاصلش خود عدد می شود.  $a^۱ = a$

✓ **نکته:** هر عدد توان نداشته باشد، توان آن یک است.

✓ **نکته:** اگر یک عدد دارای بیش از یک توان باشد و بین آن ها پرانتز وجود داشته باشد توان ها در هم

ضرب می شوند.  $(a^m)^n = a^{m.n}$

(مثال)  $(۵^۲)^۳ = ۵^۶$

**نکته:** توان دوم یک عدد همان مجذور یا مربع آن عدد است.

(مثال)  $(۰/۱)^۲ = ۰/۰۱$

✓ **نکته:** توان سوم هر عدد را مکعب آن عدد می نامند.

✓ **نکته:** اگر یک کسر با پرانتز به توان برسد توان هم برای صورت است و هم برای مخرج

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  اما با کسری که بدون پرانتز به توان برسد مساوی نیست.  $\frac{a^n}{b} \neq \frac{a^n}{b^n}$

$$\left(\frac{3}{-4}\right)^2 = \frac{9}{16} \quad \text{و} \quad \frac{3^2}{4} \neq \frac{9}{16} \quad \left(\frac{-3}{4}\right)^2 \neq \frac{3^2}{4} \quad (\text{مثال})$$

✓ **نکته:** هر گاه یک عدد منفی داخل پرانتز به توان زوج برسد، حاصلش مثبت می شود.



$$(-3)^2 = +9 \quad (\text{مثال})$$

✓ **نکته:** هر گاه یک عدد منفی بدون پرانتز به توان زوج برسد، حاصلش منفی می شود.

$$-3^2 = -9 \quad (\text{مثال})$$

✓ **نکته:** هر گاه یک عدد منفی با پرانتز و یا بدون پرانتز به توان فرد برسد، حاصلش منفی می شود.

$$(-2)^3 = -8 \quad (\text{مثال})$$

### قوانین ضرب اعداد توان دار:

$$1) a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{مثال} \Rightarrow 5^7 \times 5^3 = 5^{7+3} = 5^{10}$$

$$2) a^m \times b^m = (a \times b)^m \quad \text{مثال} \Rightarrow 6^3 \times 2^3 = 12^3$$

✓ **نکته:** اگر در ضرب و تقسیم اعداد تواندار پایه ها و توان ها هیچکدام برابر نباشد، در برخی موارد می

توان با تجزیه پایه ها به ضرب عدد های اول، آنها را با هم برابر کرد.

$$2^5 \times 4^3 = 2^5 \times (2^2)^3 = 2^5 \times 2^6 = 2^{11} \quad (\text{مثال})$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



## درس دوم: تقسیم اعداد توان دار

تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی: یکی از پایه ها را نوشته، توانها را از هم کم می کنیم.

$$۳) a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0) \quad \text{مثال} \Rightarrow 5^8 \div 5^2 = 5^{8-2} = 5^6$$

تقسیم دو عدد توان دار با توان های مساوی: یکی از توان ها را نوشته، پایه ها را برهم تقسیم می کنیم.

$$۴) a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m, \quad (b \neq 0) \quad \text{مثال} \Rightarrow (-8)^2 \div 4^2 = (-2)^2 = 2^2$$

✓ **نکته:** اگر تعدادی عدد توان دار یکسان با هم جمع شوند از خاصیت ضرب استفاده کرده، یکی از

اعداد را نوشته و در تعداد ضرب می کنیم

$$3^7 + 3^7 + 3^7 = 3 \times 3^7 = 3^8 \quad \text{(مثال)}$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس دوم را حل کنید.



## درس سوم: جذر تقریبی

✓ **نکته:** ریشه دوم مثبت یک عدد را با علامت  $\sqrt{\quad}$  (رادیکال) نشان می‌دهیم و به آن جذر یک عدد می‌گوییم.

$$\sqrt{0.04} = 0.2 \quad \sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{64} = 8 \quad (\text{مثال})$$

✓ **نکته:** اعداد منفی ریشه دوم (جذر) ندارند. به عنوان مثال  $\sqrt{-36}$  جذر ندارد.

✓ **نکته:** اگر تعداد ارقام اعشاری زوج باشد، زمانی که جذر گرفته می‌شود تعداد رقمهای اعشارش نصف می‌شود.

$$\sqrt{0.0001} = 0.01 \quad (\text{مثال})$$

✓ **نکته:** جذر برخی اعداد دقیق نیست و به صورت اعشاری است. برای به دست آوردن مقدار جذر آن - ها مانند مثال زیر عمل می‌کنیم.

(مثال) جذر تقریبی عدد  $\sqrt{28}$  را حساب می‌کنیم:

$$5 < \sqrt{28} < 6 \quad \text{جذر عدد } \sqrt{28} \text{ بین دو جذر دقیق } \sqrt{25} \text{ و } \sqrt{36} \text{ قرار دارد.}$$

ابتدا عدد وسط بین 5 و 6 را که عدد 5/5 است در نظر گرفته و عدد 28 را با مجذور 5/5 مقایسه می‌کنیم.

$28 < 30/25 \rightarrow (5/5)^2 = 30/25$  و چون عدد 28 از آن کوچک تر است، مقدار جذر مورد نظر بین 5 و 5/5 است.

عدد	5	5/1	5/2	5/3	5/4	5/5
مجذور	25	26/01	27/04	28/09	29/16	30/25

عدد ۲۸ بین مجذور  $\frac{5}{2}$  و  $\frac{5}{3}$  قرار دارد.  $\frac{27}{0.4} < 28 < \frac{2}{0.9}$  ولی چون به  $\frac{5}{3}$  نزدیکتر است، در

نتیجه مقدار  $\sqrt{28}$  تقریباً برابر است با  $\frac{5}{3}$  یعنی  $\sqrt{28} \approx \frac{5}{3}$

**نکات جذر:**

✓ **نکته:** جذر عدد صفر، خود عدد صفر می شود.  $\sqrt{0} = 0$

✓ **نکته:** جذر عدد یک، خود عدد یک می شود.  $\sqrt{1} = 1$

✓ **نکته:** جذر اعداد کوچکتر از واحد (بین صفر و یک)، از خود آنها بزرگتر است.

$\sqrt{0.36} = 0.6$  و  $0.6 > 0.36$

✓ **نکته:** جذر اعداد بزرگتر از واحد (بزرگتر از یک)، از خود عدد کوچکتر است.

(مثال)  $36 > 6$  و  $\sqrt{36} = 6$

(مثال) عدد  $3 + \sqrt{17}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی است؟

$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25} \rightarrow 4 < \sqrt{17} < 5 \rightarrow 3 + 4 < 3 + \sqrt{17} < 3 + 5 \rightarrow 7 < 3 + \sqrt{17} < 8$

بنابراین عدد  $3 + \sqrt{17}$  بین اعداد ۷ و ۸ قرار دارد.

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس سوم را حل کنید.



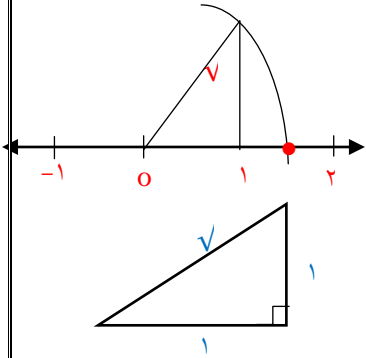
## درس چهارم: نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

نمایش اعداد رادیکالی روی محور: برای نمایش اعداد رادیکالی که جذر کامل ندارند، از مثلث های

قائم الزاویه و رابطه فیثاغورس استفاده می کنیم به طوری که وتر مثلث برابر با عدد رادیکالی باشد.

**مثال ۱)**  $\sqrt{2}$  را روی محور رسم کنید.

$$x = \sqrt{2} \rightarrow x^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow x = \sqrt{1^2 + 1^2}$$



بنابراین مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع قائم ۱ رسم می کنیم. وتر این مثلث  $\sqrt{2}$

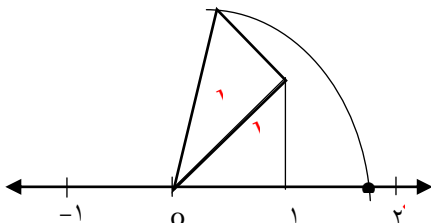
است. مثلث را روی محور رسم کرده، سوزن پرگار را روی صفر قرار داده و دهانه پرگار را به اندازه وتر باز

کرده و کمان می زنیم. اگر  $+\sqrt{2}$  باشد کمان به سمت مثبت محور رسم می شود و اگر  $-\sqrt{2}$  باشد کمان

به سمت منفی محور رسم می شود.

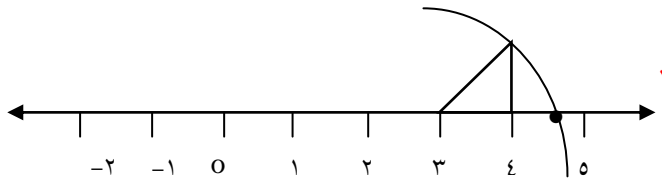
**مثال ۲)**  $\sqrt{3}$  را روی محور رسم کنید.

$$x^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow y^2 = x^2 + 1 \rightarrow y^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3 \rightarrow y = \sqrt{3}$$



**تذکر:** دهانه پرگار را به اندازه آخرین وتر باز می کنیم.

**تذکر:** برای رسم عبارت‌هایی مثل  $3 + \sqrt{2}$  باید از نقطه  $+3$  پاره خطی به اندازه  $\sqrt{2}$  را رسم کرده و چون  $\sqrt{2}$  مثبت است به سمت مثبت کمان می‌زنیم.



## خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

**نکته ۱:** اگر بین دو رادیکال جمع یا تفریق باشد نمی‌توانیم اعداد آن‌ها را زیر یک رادیکال ببریم.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b} \qquad \sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$$

**نکته ۲:** اگر دو رادیکال در هم ضرب شده باشند می‌توانیم اعداد آن‌ها را زیر یک رادیکال ببریم و برعکس. (  $a$  و  $b$  نامنفی هستند )

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \qquad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

**نکته ۳:** اگر دو رادیکال بر هم تقسیم شده باشند می‌توانیم یک رادیکال نوشته و اعداد را بر هم تقسیم کنیم و برعکس.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \qquad , \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

**تذکر:** اگر بین اعداد زیر رادیکال عملیات جمع یا تفریق باشد، ابتدا حاصل را به دست آورده و سپس جذر می‌گیریم.

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

(مثال) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.



## محاسبه و ساده کردن رادیکال از راه تجزیه و اعداد مربع کامل طبیعی

اعداد مربع کامل طبیعی : به اعدادی که جذر آنها یک عدد طبیعی است مربع کامل طبیعی میگوییم .

$$\text{مانند } \sqrt{۲۵} \text{ و } \sqrt{۹} \text{ و } \sqrt{۳۶}$$

عدد زیر رادیکال را تجزیه کرده و به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی که یکی از آنها مربع کامل است، می نویسیم. سپس از اعداد مربع کامل جذر گرفته و به صورت ضریب می نویسیم.

$$\sqrt{۷۵} = \sqrt{۳ \times ۲۵} = \sqrt{۲۵} \times \sqrt{۳} = ۵\sqrt{۳} \quad \text{به عنوان مثال:}$$

$$\sqrt{۲۰} = \sqrt{۲^2 \times ۵} = \sqrt{۲^2} \times \sqrt{۵} = ۲\sqrt{۵}$$

**جمع و تفریق رادیکال ها:** جمع و تفریق رادیکال ها فقط برای رادیکال های متشابه انجام می شود. بدین صورت که ضرایب آن ها با هم جمع یا تفریق می گردند.

**رادیکال های متشابه** به رادیکال هایی گفته می شود که پس از ساده شدن، اعداد زیر رادیکال آنها یکسان باشند.

$$\text{مثال } ۵\sqrt{۳} \text{ و } -۲\sqrt{۳} \text{ متشابه هستند اما } ۵\sqrt{۲} \text{ و } ۵\sqrt{۳} \text{ متشابه نیستند.}$$

**تذکره ۱:** قبل از جمع یا تفریق کردن رادیکال ها، آنها را باید ساده کرد . بدین صورت رادیکال های متشابه مشخص می شوند.

**تذکره ۲:** اگر عدد صحیحی در یک عبارت رادیکالی ضرب شود فقط در ضریب آن ضرب می شود. مثال

$$-۳(۲\sqrt{۵}) = -۶\sqrt{۵}$$

مثال ۱) حاصل عبارت زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید.

$$۳\sqrt{۲} + ۴\sqrt{۳} - ۷\sqrt{۲} + \sqrt{۳} = -۴\sqrt{۲} + ۵\sqrt{۳}$$

مثال ۲) رادیکال زیر را ساده کنید.

$$\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$$

مثال ۳) حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\begin{aligned} 5\sqrt{28} + \sqrt{32} - 4\sqrt{7} + \sqrt{18} &= 5 \times 2\sqrt{7} + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{7} + 3\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{7} + 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

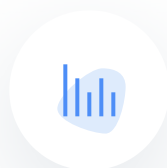
برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس چهارم را حل کنید.





## اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



**تمام پایه ها**

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



**همیشه رایگان**

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد