

۱. اگر میانگین سه عدد برابر ۱۲ – و میانگین چهار عدد دیگر برابر ۵ – باشد. میانگین هفت عدد چند است؟

–۱۷ (۴)

–۵۶ (۳)

–۸ (۲)

–۷ (۱)

۲. حاصل $\underbrace{\left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{9 \times 10} \right)}_A \underbrace{\left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{9 \times 11} \right)}_B$ کدام است؟

 $\frac{9}{22}$ (۴) $\frac{22}{9}$ (۳) $\frac{9}{10}$ (۲) $\frac{10}{9}$ (۱)

۳. اگر a و b اعداد مخالف صفر هم علامت باشند، کدام عبارت همواره بزرگتر از ۱ است؟

 $\frac{a-1}{b-1}$ (۴) $\frac{a+b}{a}$ (۳) $\frac{a+1}{b+1}$ (۲) $\frac{7a}{b}$ (۱)

۴. که در آن $1 = \frac{x+14}{y+35}$ با کسر $x+y$ برای است. در این صورت y

(۲) زوج است.

(۳) بر ۵ بخش پذیر است.

(۱) بر ۷ بخش پذیر است.

(۳) مضرب ۳ است.

۵. اگر $1 = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\left(\frac{d}{c} \times \frac{a}{b}\right)^{10000}}{10000}$ کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۰,۰۰۰۱ (۳)

 $\frac{1}{10^2}$ (۲) 10^4 (۱)

۶. اگر $z = 1732 + \frac{1}{1732 + \frac{1}{1732 + \frac{1}{1732}}}$ و $y = 1732 + \frac{1}{1732 + \frac{1}{1732}}$ و $x = 1732 + \frac{1}{1732}$ باشند، کدام است؟

 $x > z > y$ (۴) $y > x > z$ (۳) $z > y > x$ (۲) $x > y > z$ (۱)

۷. اگر $0 = \frac{3x}{y}$ حاصل کدام است؟

 $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۸. با توجه به عبارت مقابل $y+x$ کدام است؟

$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \dots \times \frac{x-3}{y+2} = 7$$

۴۱ (۴)

۴۲ (۳)

۴۵ (۲)

۴۷ (۱)

۹. کدام عبارت نادرست است؟

(۱) بین هر دو عدد صحیح متولی، بی شمار عدد گویا وجود دارد.

(۲) حاصل تقسیم هر عدد گویای غیر صفر بر قرینه اش، ۱ – است.

(۳) حاصل ضرب هر عدد گویای غیر صفر در وارون معکوسش برابر با مجذور خودش است.

(۴) حاصل ضرب هر عدد گویای غیر صفر در معکوسش، بزرگتر از حاصل جمع آنها است.

۱۰. کدام گزینه از بقیه بزرگتر است؟

$$\frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}}$$

$$\frac{1}{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}}$$

$$\frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}}$$

۱۱. مجموع دو عدد صحیح یک رقمی، ۸ – شده است. بیشترین حاصل ضرب آنها کدام گزینه زیر است؟

+۷ (۴)

+۱۲ (۳)

-۹ (۲)

+۱۶ (۱)

۱۲. صد برابر حاصل عبارت $(2 - \frac{2}{3})(2 - \frac{2}{4})(2 - \dots)(2 - \frac{2}{100})$ کدام است؟

۲۹۷ (۴)

۲۹۸ (۳)

۲۹۹ (۲)

۲۱۰۰ (۱)

۱۳. اگر $M + N = 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \dots + \frac{100}{99}$ باشد، حداقل مقدار N به

کدام عدد زیر نزدیک‌تر است؟

۴) حداقل ندارد.

۱۹۸ (۳)

۱۹۹ (۲)

۲۰۰ (۱)

۱۴. اگر کسر $\frac{3}{7}$ به صورت اعشاری نامتناهی نوشته شود: $0.a_1a_2a_3a_4\dots$ و a_1 و a_2 و ... رقم اعشاری آن باشد، در این

صورت رقم $a_2a_3a_4\dots$ کدام است؟

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۷ (۱)

۱۵. ساده شده عبارت $[(-2)^2 \times 2\frac{1}{3} - 8 \times (\frac{1}{2})^3 - (-2)^2] - 6$ برابر است با:

-۲۶ (۴)

-۳۲ (۳)

۹۲ (۲)

-۲۰ (۱)

۱۶. دمای جسمی سه بار تغییر کرد، به طوری که هر بار سه برابر دفعه‌ی قبل سرد شد. دمای جسم در نهایت به ۶ درجه زیر صفر رسید. دمای اولیه جسم کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ (اعداد صحیح می‌باشند).

+۳۳ (۴)

+۴۷ (۳)

+۲۰ (۲)

+۷ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۷. حاصل عبارت $\frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\dots}}}$ برابر با کدام گزینه است؟

۶ هیچ‌کدام (۴)

۱۳۱ (۳)

۱۲۱ (۲)

۶۱ (۱)

۱۸. عمل \star به این صورت تعریف می‌شود: $\alpha \star \beta = \alpha^2 - 2\beta$ بر این اساس حاصل $[(3 \star 3) \star (-1)] \star [(-1) \star (3 \star 3)]$ برابر است با:

۱ (۴)

۱۳۱ (۳)

۱۲۱ (۲)

۶۱ (۱)

۱۹. اگر بدانیم $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots$ است. حاصل $\dots + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$ کدام است؟

۱ (۴)

۱,۵ (۳)

۲ (۲)

۱,۷۵ (۱)

۲۰. در عبارت $\frac{5x}{17} = 3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$ سه تایی (x, y, z) برابر است با:

(۱, ۳, ۲) (۴)

(۲, ۲, ۳) (۳)

(۱, ۲, ۳) (۲)

(۱, ۱, ۳) (۱)

۲۱. اعداد مثبت a, b, c و d در شرط‌های $de = 5$ و $cd = 4$, $bc = 3$, $ab = 2$ کدام است؟

 $\frac{4}{5}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{2}$

۲۲. اگر $\frac{x}{t} = \frac{21}{10}$ و $\frac{y}{z} = \frac{6}{7}$ و $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ باشند، حاصل کسر $\frac{z}{t}$ کدام است؟

(۱, ۲) (۴)

(۱, ۳) (۳)

(۲, ۴) (۲)

 $\frac{2}{5}$

۲۳. چند کسر با مخرج ۵۰ بین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ وجود دارد؟

(۱) صفر

(۲) (۳)

(۳) (۲)

(۴)

۲۴. در یک مسابقه‌ی دانش‌آموزی ۲۵٪ شرکت کنندگان پسر و ۷۵٪ شرکت کنندگان دختر هستند. نصف پسرها و ۲۰٪ از دخترها که روی هم ۹۹ نفر هستند چشم سیاه دارند. چند نفر در این مسابقه شرکت کردند؟

(۴) نمی‌توان تعیین کرد.

(۳) ۲۴۰

(۲) ۳۴۰

(۱) ۳۶۰

۲۵. اگر $\frac{3mr - nt}{4nt - 7mr}$ باشد، آن‌گاه $\frac{r}{t} = \frac{9}{14}$ و $\frac{m}{n} = \frac{4}{3}$ برابر است با:

 $\frac{11}{14}$ $-1\frac{1}{4}$ $-\frac{11}{14}$ $-\frac{1}{2}$

۲۶. حاصل عبارت $\frac{3 \times 6 \times 5 + 24 \times 54 \times 12 + 14 \times 48 \times 30}{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10}$ کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۱۸

(۳) ۱۵

(۴) ۳۰

۲۷. حاصل جمع مقابله کدام است؟

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{17 \times 19} + \frac{1}{19 \times 21}$$

 $\frac{9}{19}$ $\frac{19}{42}$ $\frac{10}{21}$ $\frac{1}{2}$

۲۸. حاصل جمع رو برو چقدر است؟

$$\frac{5}{3 \times 7} + \frac{5}{7 \times 11} + \frac{5}{11 \times 15} + \dots + \frac{5}{39 \times 43}$$

 $\frac{50}{129}$ $\frac{13}{16}$ $\frac{11}{16}$ $\frac{9}{16}$

۲۹. در جدول زیر، اگر حاصل جمع عده‌های هر ردیف، با مجموع عده‌های هر ستون مساوی باشد، $2a - b$ کدام است؟

۴	+۲	b
-۶	-۲	
۸	a	

(۱) ۱۴

(۲) ۱۲

(۳) ۱۰

(۴) ۸

۳۰. کسرهای زیر بیانگر نسبت سطح سفید به سطح سیاه در یک شکل هستند، که در مرحله این نسبت تغییر می‌کند. در هر مرحله بیستم سطح سیاه به سطح سفید با کدام عدد زیر برابر است؟

$$\frac{5}{1}, \frac{11}{3}, \frac{17}{5}, \dots$$

$$\frac{39}{119} \quad (4)$$

$$\frac{41}{125} \quad (3)$$

$$\frac{125}{41} \quad (2)$$

$$\frac{119}{39} \quad (1)$$

۳۱. در مورد عبارت $A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$ کدام گزینه درست است؟

$$\frac{1}{4} < A < \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} < A < 1 \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} < A < \frac{5}{3} \quad (4)$$

$$1 < A < \frac{4}{3} \quad (3)$$

۳۲. حاصل عبارت $\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \dots + \frac{22}{20}$ کدام است؟

$$231,55 \quad (4)$$

$$11,55 \quad (3)$$

$$265,65 \quad (2)$$

$$243 \quad (1)$$

۳۳. حاصل عبارت $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) \right) \right] \div \left(-\frac{1}{3} \right)$ برابر است با:

$$(4) \text{ صفر}$$

$$-3 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

۳۴. a, b دو عدد طبیعی کمتر از ۱۱ هستند. به چند حالت مختلف کسر $\frac{a}{b}$ بیشتر از $\frac{1}{2}$ و کمتر از یک است؟

مثلاً $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{6}$ دو حالت مختلف هستند.

$$20 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$14 \quad (1)$$

۳۵. هر چه مقدار n بیشتر شود، عبارت $\frac{2n+4}{4n+2}$ به چه عددی نزدیک‌تر می‌شود؟

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

۳۶. کسر تحویل ناپذیر (ساده نشدنی) $\frac{a}{b}$ برابر کسر $\frac{32334}{4158}$ است. $a + b$ را بدست آورید؟

$$17 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$3296 \quad (1)$$

۳۷. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{9900}$$

$$0,99 \quad (4)$$

$$0,9 \quad (3)$$

$$0,1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۳۸. به فرض آنکه a, b, c و d اعدادی مثبت و مخالف صفر و $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد، کدام یک از کسرهای زیر در فاصله $\frac{a}{d}$ تا $\frac{c}{b}$ قرار ندارد

$$\frac{a+c}{b-d} \quad (4)$$

$$\frac{2,5a - 1,5c}{2,5b - 1,5d} \quad (3)$$

$$\frac{3a + 4c}{3b + 4d} \quad (2)$$

$$\frac{a+c}{b+d} \quad (1)$$

۳۹. حاصل عبارت $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \dots + \frac{19}{81 \times 100} + \frac{21}{100 \times 121}$ برابر است با:

$$\frac{119}{120} \quad (4) \quad \frac{1}{120} \quad (3) \quad \frac{120}{121} \quad (2) \quad \frac{1}{121} \quad (1)$$

۴۰. حاصل عبارت $\frac{3}{2 \times 5} + \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \dots + \frac{3}{(3n+2)(3n-1)} + \frac{3}{(3n+5)(3n+2)}$ کدام است؟

$$\frac{1}{3n+5} \quad (4) \quad \frac{1}{3n+2} \quad (3) \quad \frac{3n+3}{6n+10} \quad (2) \quad \frac{3n}{6n+10} \quad (1)$$

۴۱. سه دونده A و B در دو ۱۰۰ متر شرکت کردند. وقتی A به خط پایان رسید B ۲۰ متر عقب تر بود. وقتی B به خط پایان می‌رسد نیز C ، ۱۰ متر عقب تراز B است. اگر فرض کنیم تمام دونده‌ها با سرعت ثابت می‌دوند. وقتی A به خط پایان رسید، C چند متر عقب تر بود؟

$$29,5 \quad (4) \quad 28 \quad (3) \quad 29 \quad (2) \quad 30 \quad (1)$$

۴۲. حاصل عبارت زیر کدام است؟ (قبل از محاسبه باید عدد داخل دایره را حدس بزنید).

$$5 - 9 + 8 - 13 + 11 - 17 + \dots + 95 - 0 = ?$$

$$-589 \quad (4) \quad -695 \quad (3) \quad -725 \quad (2) \quad -700 \quad (1)$$

۴۳. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2 \times 4} - \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} - \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{48 \times 50} - \frac{1}{49 \times 51} = ?$$

$$\frac{104}{24 \times 51} \quad (4) \quad \frac{103}{25 \times 51} \quad (3) \quad \frac{106}{25 \times 51} \quad (2) \quad \frac{105}{24 \times 51} \quad (1)$$

۴۴. کوچکترین مقدار طبیعی n که به ازای آن هر سه کسر $\frac{6}{n+9}$ و $\frac{5}{n+8}$ و $\frac{4}{n+7}$ ساده شدنی باشند چیست؟

$$57 \quad (4) \quad 56 \quad (3) \quad 24 \quad (2) \quad 23 \quad (1)$$

۴۵. کسری مساوی $\frac{19}{22}$ پیدا کنید که مجموع صورت و مخرج آن ۳۲۸ باشد.

$$\frac{118}{210} \quad (4) \quad \frac{100}{228} \quad (3) \quad \frac{152}{176} \quad (2) \quad \frac{116}{212} \quad (1)$$

۴۶. مستطیلی را که طول و عرض آن اعداد اول هستند، طوری بریده‌ایم که یک مربع و یک مستطیل کوچک ایجاد شده است. اگر طول و عرض مستطیل کوچک نیز عدد اول و محیط آن ۳۸ باشد، آن‌گاه مساحت مستطیل بزرگ کدام است؟

$$500 \quad (4) \quad 312 \quad (3) \quad 421 \quad (2) \quad 323 \quad (1)$$

۴۷. هر چه مقدار k بیشتر شود، حاصل عبارت $A = \frac{k+1}{3k+1}$ به چه عددی نزدیک‌تر می‌شود؟

$$1 \quad (4) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (1)$$

۴۸. نه عدد فرد متوالی که کوچکترین آن‌ها ۳ است در یک جدول 3×3 نوشته شده‌اند، بطوری که مجموع اعداد در سطرها و ستون‌ها و قطرها برابرند. عدد وسطی جدول کدام است؟

$$5 \quad (4) \quad 7 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad -1 \quad (1)$$

۴۹. گنجایش یک منبع آب، 60 متر مکعب است. از یک شیر در هر 20 دقیقه $\frac{3}{5}\text{ متر مکعب آب}$ وارد منبع می‌شود و از شیر دیگر در هر 15 دقیقه $\frac{3}{20}\text{ متر مکعب آب خالی می‌شود.}$ در صورتی که هر دو شیر آب با هم باز باشند، منبع خالی در چند دقیقه کاملاً پر می‌شود؟

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵۰۰ (۲)

۳۰۰۰ (۱)

۵۰. حاصل عبارت $\underbrace{-(+(-(+(-\cdots (-2 - 3) \cdots))}_{\text{تعداد علامت‌ها}} 1397$

+۵ (۴)

-۵ (۳)

+۱ (۲)

-۱ (۱)

۱. گزینه ۲

مجموع سه عدد = -۱۲ ⇒ میانگین سه عدد

مجموع چهار عدد = -۵ ⇒ میانگین چهار عدد

$$\frac{\text{مجموع کل}}{\text{تعداد عددها}} = \frac{-۳۶ - ۲۰}{۳ + ۴} = \frac{-۵۶}{۷} = -۸$$

۲. گزینه ۴

$$A = \frac{۲-۱}{۱\times ۲} + \frac{۳-۲}{۲\times ۳} + \cdots + \frac{۹-۸}{۹\times ۱۰} = 1 - \cancel{\frac{۱}{۲}} + \cancel{\frac{۱}{۲}} - \cancel{\frac{۱}{۳}} + \cdots + \cancel{\frac{۱}{۹}} - \frac{۱}{۱۰} = \frac{۹}{۱۰}$$

$$(\frac{1}{1} - \frac{1}{10}) \times (\frac{1}{1} - \frac{1}{11}) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{10} \times \frac{1}{11} = \frac{9}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{22}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{۳-۱}{۱\times ۳} + \frac{۵-۳}{۳\times ۵} + \cdots + \frac{۱۱-۹}{۹\times ۱۱} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳} - \frac{1}{۵} + \cdots + \frac{1}{۹} - \frac{1}{۱۱} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{11} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{10}{11}$$

$$\Rightarrow A \times B = \cancel{\frac{۹}{۱۰}} \times \frac{1}{2} \times \cancel{\frac{۱۰}{۱۱}} = \frac{۹}{۲۲}$$

۳. گزینه ۳ صحیح است. زیرا صورت عبارت حاصل جمع دو عدد a و b می‌باشد که بر a تقسیم گردیده و قطعاً همواره کسر بزرگتر از واحد خواهد بود.

۴. گزینه ۱ همان‌طور که از صورت مسئله برداشت می‌شود ب م x و ب y ، ۱ است یعنی نسبت به هم اول می‌باشند. از طرفی گفته

$$\text{شده است که } \frac{x}{y} = \frac{x+14}{y+35} \text{ است پس:}$$

با طرفین وسطین کردن رابطه خواهیم داشت:

$$x(y+35) = y(x+14) \rightarrow yx + 35x = yx + 14y$$

۵ برابر عدد x با ۱۴ برابر عدد y برابر است، یعنی:

$$\frac{x}{y} = \frac{14}{35} \rightarrow x = 14, y = 35$$

$$x+y = 14+35 = 49$$

و عدد ۴۹ بر ۷ بخش‌پذیر است، پس گزینه ۱ صحیح است.

۵. گزینه ۳

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = 1 \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = 1$$

وقتی حاصل تقسیم دو کسر برابر با یک باشد پس حتماً دو کسر باهم برابرند، یعنی:

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{d}{c} \times \frac{a}{b} = 1, \quad \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = 1$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\left(\frac{d}{c} \times \frac{a}{b}\right)^{10000}}{10000 \left(\frac{b}{a} \times \frac{c}{d}\right)} = \frac{1^{10000}}{10000} = \frac{1}{10000} = 0,0001$$

@riaziCafe

۶. گزینه ۴ از راهبرد حل مسأله ساده‌تر می‌توان حل کرد. جایگزین عدد ۱۷۳۲ عددی ساده‌تر مثل عدد ۲ قرار می‌دهیم، بنابراین داریم:

$$x = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}, \quad y = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = 2\frac{1}{\frac{5}{2}} = 2\frac{2}{5}$$

$$z = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{2}{5}} = 2 + \frac{1}{\frac{12}{5}} = 2\frac{5}{12}$$

$$2\frac{1}{2} > 2\frac{5}{12} > 2\frac{2}{5} \rightarrow x > z > y$$

۷. گزینه ۴ اگر کسری مساوی صفر باشد حتماً صورت آن صفر بوده است:

$$\frac{2x+y}{2x-y} = 0 \rightarrow 2x+y=0 \rightarrow 2x=-y \quad \text{یا} \quad y=-2x$$

$$\frac{3x}{y} = \frac{3x}{-2x} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

سپس در عبارت $\frac{3x}{y}$ به جای y ، $-2x$ قرار می‌دهیم:

۸. گزینه ۸

$$\cancel{\frac{x}{3}} \times \cancel{\frac{y}{2}} \times \cancel{\frac{z}{4}} \times \cdots \times \cancel{\frac{x-3}{y+2}} = 7 \rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{x-3}{1} = 7 \rightarrow \frac{x-3}{1} = 7 \rightarrow x = 21 + 3 \\ = 24$$

و چون صورت کسرها از مخرجشان یک واحد بزرگ‌تر است پس می‌توان نوشت:

$$y+2 = (x-3) - 1 \rightarrow y+2 = (24-3) - 1 \rightarrow y = 18 \rightarrow x+y = 24+18 = 42$$

۹. گزینه ۴ گزینه (۱): کاملاً صحیح است.

گزینه (۲): به عنوان مثال حاصل تقسیم $\frac{1}{2}$ بر $\frac{1}{3}$ است.

گزینه (۳): به عنوان مثال $\frac{1}{2}$ را در نظر بگیریم وارون معکوسش می‌شود خود کسر $\frac{1}{2}$ پس از حاصل ضرب آن برابر مجذور خود کسر خواهد بود.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = +1$$

هر عدد کسری در معکوسش ضرب شود برابر یک خواهد بود در صورتی که حاصل جمع هر عدد کسری با خودش ممکن است کوچکتر، مساوی و یا بزرگتر از ۱ شود.

۱۰. گزینه ۴

گزینه (۱):

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

گزینه (۳):

گزینه (۴):

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{48}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{48} = \frac{1}{192}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{192} = \frac{1}{768}$$

۱۱. گزینه ۱ نکته: هرگاه مجموع دو عدد مقدار ثابتی باشد، حاصل ضرب آنها وقتی بیشترین مقدار می‌شود که آن دو عدد با هم مساوی باشند یا کمترین اختلاف را از لحاظ مقدار با یکدیگر داشته باشند.

چون در سؤال ذکر نشده «متمايز» آن دو عدد را مساوی در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x + x = -8 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -\frac{8}{2} = -4 \Rightarrow x \times x = -4 \times -4 = +16$$

۱۲. گزینه ۲ ابتدا در هر پرانتز از عدد ۲ فاکتور گیری می‌کنیم که در این صورت به تعداد $100 - 3 + 1 = 98$ عدد ۲ در هم ضرب می‌شوند داریم:

$$\begin{aligned} & 2\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times 2\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 2\left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \cdots \times 2\left(1 - \frac{1}{100}\right) \\ &= \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2)}_{98 \text{ بار}} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{99}{100} \\ &= 2^{98} \times \frac{2}{100} = \frac{2^{99}}{100} \times \underbrace{100}_{\text{صد برابر}} = 2^{99} \end{aligned}$$

۱۳. گزینه ۳

$$M + N = \underbrace{\left(2 + \frac{1}{3}\right)}_{2 < x} + \underbrace{\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right)}_{2 < x} + \underbrace{\left(\frac{4}{3} + \frac{3}{4}\right)}_{2 < x} + \cdots + \underbrace{\left(\frac{100}{99} + \frac{99}{100}\right)}_{2 < x}$$

مقدار هر پرانتز از عدد ۲ بیشتر است و چون ۹۹ پرانتز وجود دارد، بنابراین:

$$M + N = 99 \times 2 = 198$$

۱۴. گزینه ۴

$$\frac{3}{7} = 0,428571428571428571\cdots = \overline{0,428571}$$

هر ۶ رقم گردش داریم و ارقام تکرار می‌شود.

$$\begin{array}{r} 2006 \\ \hline 334 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 020 \\ \hline 18 \\ 026 \\ \hline 02 \end{array}$$

دوره‌ی گردشی ۴۲۸۵۷۱، ۳۳۴ بار تکرار شده است.
و رقم ۲۰۰۶ ام، دومین رقم خواهد بود یعنی رقم ۲، پس گزینه ۲ صحیح است.

@riaziCafe

۱۵. گزینه ۱

$$6 - 6[(-2)^2] \times 2 \frac{1}{3} - 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - (-2)^2 = 6 - 6[4 \times \frac{7}{3} - 8 \times \frac{1}{8} - 4] = 6$$

$$- 6\left[\frac{28}{3} - 1 - 4\right] = 6 - 6\left[\frac{28}{3} - 5\right] = 6 - 6\left[\frac{28}{3} - \frac{15}{3}\right] = 6 - \cancel{6} \times \frac{13}{3} = 6 - 26 = -20$$

۱۶. گزینه ۳ فرض می‌کنیم هر بار به اندازه‌ی x واحد سرد شده است، در این صورت پس از ۳ بار سرد شدن به اندازه $x + 3x + 9x = 13x$ درجه سردتر شده است. اگر دمای اولیه را با A نمایش دهیم، داریم:

$$A - 13x = -6 \rightarrow -13x = -6 - A$$

عدد $-6 - A$ بر ۱۳ بایستی بخش‌پذیر باشد.

و در میان گزینه‌ها $+47$ نمی‌تواند جای A قرار بگیرد چون $53 - 6 - 47 = -60$ بخش‌پذیر نیست.

۱۷. گزینه ۱

$$2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \dots}}}$$

$$A = 2 + \frac{3}{A} \rightarrow 3 = 2 + \frac{3}{3} = 2 + 1 = 3$$

با قرار دادن گزینه ۱ مشخص می‌شود که $A = 3$ است، زیرا:

۱۸. گزینه ۳

$$A = [(3 \star 3) \star (-1)] = [(3^2 - 2 \times 3) \star (-1)] = [3 \star (-1)] = 3^2 - 2(-1) = 11$$

$$B = [(-1) \star (3 \star 3)] = [(-1) \star (3^2 - 2 \times 3)] = [(-1) \star (+3)] = (-1)^2 - 2(+3) = -5$$

$$A \star B = A^2 - 2B = 11^2 - 2(-5) = 121 + 10 = 131$$

۱۹. گزینه ۲

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots\right) + \dots$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$$

$$B = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{k}$$

⋮

⋮

$$S = A + B + C + \dots = 1 + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots}_{A} = 1 + A = 1 + 1 = 2$$

۲۰. گزینه ۳ از روش [معکوس - مخلوط] استفاده می‌کنیم، راه اول:

$$\frac{58}{17} = 3 \frac{7}{17} = 3 + \frac{1}{\frac{17}{7}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{7}{3}}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}$$

پس $x = 2$, $y = 2$, $z = 3$

گزینه ۳ درست است.
راه دوم:

$$3 \frac{7}{17} = 3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} \Rightarrow \frac{7}{17} = \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$$

$$3 \frac{7}{17} = \frac{17}{7} > x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} \xrightarrow{x=2} \frac{3}{7} = \frac{1}{y + \frac{1}{z}} \Rightarrow 3 \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = y + \frac{1}{z} \xrightarrow{y=2} \frac{1}{3} = \frac{1}{z} \Rightarrow z = 3$$

گزینه ۲۱

$$\frac{e}{a} = \frac{de}{cd} \times \frac{bc}{ab} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

گزینه ۲۲

$$\frac{x}{t} = \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} \times \frac{z}{t} = \frac{4}{3} \times \frac{6}{7} \times \frac{21}{10} = \frac{12}{5} = \frac{24}{10} = 2,4$$

گزینه ۲۳

$$\frac{2}{3} < \frac{\square}{50} < \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \frac{2 \times 100}{3 \times 100} < \frac{6 \times \square}{50 \times 6} < \frac{3 \times 75}{4 \times 75} \rightarrow \frac{200}{300} < \frac{6 \times \square}{300} < \frac{225}{300} \rightarrow \square = 34, 35, 36, 37$$

کسر وجود دارد.

گزینه ۲۴

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times \frac{25}{100} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \quad \text{نصف پسرها} \\ \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20} \quad \text{یک پنجم دخترها} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{3}{20} + \frac{1}{8} = \frac{11}{40} \quad \text{چشم سیاه دارند.}$$

$$\rightarrow \frac{11}{40} = \frac{99}{x} \rightarrow x = 360 \quad \text{کل شرکت کنندگان}$$

کسرهای $\frac{r}{t} = \frac{9}{14}$ و $\frac{m}{n} = \frac{4}{3}$ تحویل ناپذیرند، پس کافیست در کسر بزرگ داده شده به جای m, n, r, t به t, r, n, m ترتیب اعداد ۴، ۳، ۹، ۱۴ قرار بدهیم:

$$\frac{3mr - nt}{4nt - 7mr} = \frac{3 \times 4 \times 9 - 3 \times 14}{4 \times 3 \times 14 - 7 \times 4 \times 9} = \frac{108 - 42}{168 - 252} = \frac{66 \div 6}{-84 \div 6} = \frac{-11}{14}$$

۲۶. گزینه ۳

$$\begin{aligned}
 & \frac{4 \times 6 \times 5 + 24 \times 54 \times 12 + 14 \times 48 \times 30}{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10} \\
 = & \frac{4 \times 6 \times 5 + (3 \times 8)(6 \times 9)(12) + 14(6 \times 8)(3 \times 10)}{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10} \\
 & \frac{(3 \times 6)(5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10)}{(5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10)} = 3 \times 6 = 18
 \end{aligned}$$

۲۷. گزینه ۲ ابتدا هر کسر را در ۲ ضرب کرده و سپس بر ۲ تقسیم می‌کنیم.
راه اول: داریم:

$$\begin{aligned}
 & 2 \times \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21} \right) \div 2 \\
 = & \left(\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{19 \times 21} \right) \div 2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{21} \right) \div 2 = \frac{20}{21} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{21}
 \end{aligned}$$

راه دوم: کسر $\frac{\text{داریم}}{\text{می خواهیم}}$ را ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{21} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{20}{21} = \frac{10}{21}$$

۲۸. گزینه ۴

$$\begin{aligned}
 & : \frac{5}{4} \left(\frac{7-3}{3 \times 7} + \frac{11-7}{7 \times 11} + \frac{15-11}{11 \times 15} + \dots + \frac{43-39}{39 \times 43} \right) \\
 & \text{روش اول} = \frac{5}{4} \left(\cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{7}} + \cancel{\frac{1}{11}} - \cancel{\frac{1}{15}} + \dots + \cancel{\frac{1}{39}} - \cancel{\frac{1}{43}} \right) \\
 & = \frac{5}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{43} \right) = \frac{5}{4} \times \frac{40}{129} = \frac{50}{129}
 \end{aligned}$$

فرمول مهم (کسرهای شبه تلسکوپی):

$$\frac{5}{4} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{43} \right) = \frac{5}{4} \times \frac{40}{129} = \frac{50}{129} \quad \text{روش دوم}$$

۲۹. گزینه ۳ در یک ستون اعداد مشخص شده است. ابتدا حاصل آن را پیدا می‌کنیم و جدول سطر و ستون مجموع برابری دارند. از حل معادله مقادیر a و b را می‌یابیم.

۴	+۲	b
-۶	-۲	
۸	a	

$$\begin{aligned}
 1) & 4 + (-6) + 8 = 6 \\
 2) & 4 + 2 + b = 6 \Rightarrow b = 0 \\
 3) & 2 - 2 + a \Rightarrow a = 6 \\
 4) & 2a - b \Rightarrow 2 \times (6) - 0 = 12
 \end{aligned}$$

۳۰. گزینه ۱ اگر کسرها را به ترتیب زیر به دست آوریم، نتیجه می‌شود:

$$\frac{5}{1}, \frac{11}{3}, \frac{17}{5}, \dots$$

$$= \frac{(1 \times 6) - 1}{(1 \times 2) - 1}, \frac{(2 \times 6) - 1}{(2 \times 2) - 1}, \frac{(3 \times 6) - 1}{(3 \times 2) - 1}, \dots, \frac{(20 \times 6) - 1}{(20 \times 2) - 1} = \frac{119}{39}$$

البته دقت کنید که سؤال عکس این کسر یعنی نسبت سطح سیاه به سفید را خواسته است.

@riaziCafe

۳.۱.گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} ۳A = ۳ - ۱ + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۲۷} - \dots \\ A = ۱ - \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۲۷} + \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{دو طرف عبارت بالا را با دو طرف} \\ \text{عبارت پایین جمع می کنیم} \end{array} \rightarrow ۴A = ۳ \rightarrow A = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۳}{۴}$$

$$< \frac{۳}{۴} < \frac{۴}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۲} < A < ۱$$

چون در محاسبه اعداد مخلوط می توان اعداد صحیح را با هم و کسرهایشان را با هم جمع کرد، داریم:

$$(۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۲۲) + \left(\frac{۱}{۲۰} + \frac{۲}{۲۰} + \frac{۳}{۲۰} + \dots + \frac{۲۲}{۲۰} \right)$$

حاصل پرانتز اول به صورت مقابل محاسبه می شود: $۱۱ = ۲۲ \div ۲ = ۱۱$ جفت عدد داریم، پس:

$$\boxed{\frac{۱+۲+۳+\dots+۲۰+۲۱+۲۲}{۲۳}} = ۱۱ \times \frac{۲۳}{۲۳} = ۲۵۳$$

و حاصل پرانتز دوم $\frac{۲۵۳}{۲۰}$ خواهد بود. پس:

$$253 + \frac{253}{20} = 253 + \frac{1265}{100} = 253 + 12,65 = 265,65$$

از داخلی ترین پرانتز شروع به محاسبه می کنیم:

$$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) \right) \right] \div \left(-\frac{1}{3} \right) =$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} \times 0 = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} + 0 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \div \left(-\frac{1}{3} \right) = -1$$

خرج و صورت نباید برابر باشند و صورت باید از نصف خرج بزرگ تر باشد پس ۲۰ حالت داریم.

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}, \frac{9}{11}, \frac{10}{11}, \frac{10}{12}, \frac{11}{12}, \frac{12}{13}, \frac{13}{14}, \frac{14}{15}, \frac{15}{16}, \frac{16}{17}, \frac{17}{18}, \frac{18}{19}, \frac{19}{20}, \frac{20}{21}$$

وقتی n اعداد بسیار بزرگ است پس می توان از ۴ در صورت و ۲ در خرج صرف نظر کرد. داریم:

$$\frac{2n+4}{4n+2} \rightarrow \frac{2n}{4n} = \frac{1}{2}$$

ابتدا کسر داده شده را تا حد امکان ساده می کنیم:

$$\frac{۳۲۳۴ \div ۷}{۴۱۵۸ \div ۷} = \frac{۴۶۲ \div ۲۲}{۵۹۴ \div ۲۲} = \frac{۲۱ \div ۳}{۲۷ \div ۳} = \frac{۷}{۹} \rightarrow a = ۷ \text{ و } b = ۹ \rightarrow a + b = ۱۶$$

۳.۶.گزینه ۲

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$= \frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \dots + \cancel{\frac{1}{99}} - \frac{1}{100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} = ۰,۹۹$$

نکته: هرگاه صورت دو کسر را با هم و خرج همان دو کسر را با یکدیگر جمع کنیم، کسر به وجود آمده بین دو کسر اولیه است که در آن اعداد a, b, c و d هستند.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

حل:

گزینه (۱): طبق نکته بالا صحیح می‌باشد.

گزینه (۲):

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{3a}{3b} \\ \frac{c}{d} = \frac{4c}{4d} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{a}{b} < \frac{3a+4c}{3b+4d} < \frac{c}{d}$$

گزینه (۳):

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{2,5a}{2,5b} \\ \frac{c}{d} = \frac{-1,5c}{-1,5d} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{a}{b} < \frac{2,5a-1,5c}{2,5b-1,5d} < \frac{c}{d}$$

گزینه (۴): اگر $a = 3, b = 2, c = 1, d = 1$ در نظر گرفته شود، در رابطه گزینه (۴) صدق نمی‌کند.
نکته: هرگاه در مخرج کسری ۲ عدد در هم ضرب شوند و در صورت آنها اختلاف دو عدد ضرب شده وجود داشته باشد، می‌توان آن کسر را به شکل تفاضل دو کسر نوشت.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{81} - \frac{1}{100} + \frac{1}{100} - \frac{1}{121} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{121} = \frac{120}{121} \end{aligned}$$

نکته: هرگاه در مخرج کسری دو عدد در هم ضرب شوند و در صورت آن اختلاف دو عدد ضرب شده وجود داشته باشد، می‌توان آن کسر را به شکل تفاضل دو کسر نوشت.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2} + \frac{1}{3n+2} - \frac{1}{3n-5} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3n+5} \\ &= \frac{3n+5-2}{2 \times (3n+5)} = \frac{3n+3}{6n+10} \end{aligned}$$

گزینه ۳: وقتی $A = 100$ متر دویده است، دونده $B = 20$ متر کمتر دویده است. یعنی دونده B ، $\frac{10}{100}$ دونده A دویده است.

به همین ترتیب دونده $C = \frac{90}{100}$ دونده B دویده است. پس دونده C ، $\frac{72}{100}$ از مسافت دونده A را دویده

است. لذا (متر) $100 - 72 = 28$ با A فاصله دارد.

گزینه ۴: ابتدا باید عدد موجود در دایره را بیابیم. با توجه به عبارت موردنظر، اعدادی که به صورت مثبت در عبارت بالا ظاهر شده اند، ۳ تا ۳ تا افزایش می‌یابند و اعدادی که به صورت منفی در عبارت ظاهر شده اند، ۴ تا ۴ تا افزایش می‌یابند. داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & , & 8 & , & \dots & , & 95 \\ (2 \times 3 - 1) & , & (3 \times 3 - 1) & , & \dots & , & (32 \times 3 - 1) \\ \hline 9 & , & 13 & , & \dots & , & 129 \\ (2 \times 4 + 1) & , & (2 \times 4 + 1) & , & (3 \times 4 + 1) & , & (32 \times 4 + 1) \end{array}$$

عدد داخل دایره ۱۲۹ است.

بنابراین عبارت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} & (5 - 9) + (8 - 13) + (11 - 17) + \dots + (95 - 129) \\ &= -4 - 5 - 6 - \dots - 34 = -(4 + 5 + 6 + \dots + 33 + 34) = \\ &= -[(1 + 2 + 3 + \dots + 34) - (1 + 2 + 3)] \end{aligned}$$

مجموع اعداد طبیعی ۱ تا n از رابطه $\frac{n(n+1)}{2}$ محاسبه می‌شود پس داریم:

$$-(4 + 5 + 6 + \dots + 34) = -\left[\frac{34 \times 35}{2} - (1 + 2 + 3)\right] = -589$$

گزینه ۲

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{48} - \frac{1}{50}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \dots - \frac{1}{48} + \frac{1}{48} - \frac{1}{50}\right) \\ &\quad - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \dots - \frac{1}{49} + \frac{1}{49} - \frac{1}{51}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{50}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{51}\right) = \frac{48}{2 \times 100} - \frac{48}{2 \times 3 \times 51} = \frac{6}{25} - \frac{8}{51} \\ &= \frac{6 \times 51 - 8 \times 25}{25 \times 51} = \frac{306 - 200}{25 \times 51} = \frac{106}{25 \times 51} \end{aligned}$$

کسرها را به صورت زیر می‌نویسیم: گزینه ۴

$$\frac{6}{(n+3)+6}, \frac{5}{(n+3)+5}, \frac{4}{(n+3)+4}$$

$$n = 57$$

بنابراین $n+3$ باید کوچکترین مضرب مشترک ۴ و ۵ و ۶ باشد یعنی ۶۰، پس:

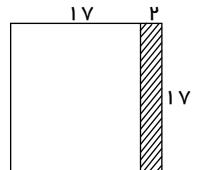
گزینه ۲

صورت	19	152	
مخرج	22	176	$\Rightarrow \frac{152}{176}$
مجموع	41	328	

$\times 8$

گزینه ۱

$$19 = \text{عرض} + \text{طول} \Rightarrow (\text{عرض} + \text{طول}) \times 2 = 38 \Rightarrow \text{محیط مستطیل کوچک}$$



چون طول و عرض مستطیل کوچک عدد اول است، پس: ضلع مربع باید ۱۷ باشد ۱۷ = ۲ + ۱۵ باشد و مساحت آن $17 \times 19 = 323$ است.

گزینه ۲

$$k = 0 \rightarrow A = 1, \quad k = 1 \rightarrow A = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$k = 2 \rightarrow A = \frac{3}{7}, \quad k = 3 \rightarrow A = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار k ، مقدار کل کسر \uparrow کوچک تر می‌شود. بنابراین گزینه ۳ و ۴ نادرست هستند. در مقدار k ‌های خیلی بزرگ عدد ۱ + در صورت و مخرج بی‌تأثیر است و مخرج تقریباً ۳ برابر صورت می‌شود پس کسر مورد نظر به

$\frac{1}{3}$ نزدیک تر می‌شود.

@riaziCafe

۴۸. گزینه ۴ نکته: در جدول‌های مربعی با ضلع فرد که مجموع اعداد در سطرها، ستون‌ها و قطرها با هم برابرند، عدد وسط، میانگین آن‌ها است.

$$\frac{(-3) + (-1) + 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13}{9} = \frac{45}{9} = 5$$

۴۹. گزینه ۱

مقداری که شیر اول در ۱ ساعت پر می‌کند ← متر مکعب
 $\frac{20}{5} = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{60 \times \frac{3}{5}}{20} = \frac{9}{5}$

مقداری که شیر دوم تخلیه می‌شود در ۱ ساعت ← متر مکعب
 $\frac{15}{20} = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{60 \times \frac{3}{20}}{15} = \frac{3}{5}$

مقداری که در هر ساعت باقی می‌ماند ← متر مکعب
 $\frac{9}{5} - \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$

زمان پر شدن منبع به ساعت ←
 $60 \div \frac{6}{5} = 60 \times \frac{5}{6} = 50$

زمان پر شدن منبع به دقیقه ←
 $50 \times 60 = 3000$

۵۰. گزینه ۴ حاصل $(3 - 2)$ برابر -1 است. از طرفی چون تعداد علامت‌های قرینه برابر است با $699 + 1 = 700$ (علت عبارت نوشته شده این است که عدد ۱۳۹۷ فرد است پس هنگامی که با علامت قرینه آغاز شده به علامت قرینه نیز ختم می‌شود پس آن عدد ۱ نوشته شده در عبارت بالا همان علامت ۱۳۹۷ است که علامت قرینه است).

پس جواب برابر است با:

$$-(-5) = +5$$