

فصل اول: مجموعه ها

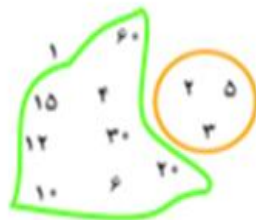
صفحه: ۱ تا ۱۷

تهیه کننده: احمد فرخ وند



درس اول: معرفی مجموعه

فعالیت



در شکل روبه رو شمارنده های طبیعی عدد ۶۰ را نوشته ایم و بین آنها شمارنده های اول را مشخص کرده ایم. شما هم شمارنده های ۶۰ را که اول نیست در یک منحنی بسته قرار دهید.

اگر شمارنده های طبیعی و اول عدد ۶۰ یعنی ۲، ۳ و ۵ را در داخل دو آکلاذ قرار دهیم و آن را با حرفی چون A یا B یا ... نام گذاری کنیم و بنویسیم $A = \{2, 3, 5\}$ در این صورت یک مجموعه تشکیل داده ایم و به هریک از عددهای ۲، ۳ و ۵ یک عضو مجموعه A می گوئیم؛ در این صورت مجموعه A دارای ۳ عضو است.

❖ شما شمارنده های مرکب عدد ۶۰ را به صورت یک مجموعه بنویسید و آن را B بنامید. $B = \{4, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

❖ مجموعه شامل شمارنده های عدد ۶۰ که نه اول باشد و نه مرکب، چند عضو دارد؟ **۱ عضو** این مجموعه را نیز C بنامید و آن را نمایش دهید. $C = \{1\}$

❖ مجموعه D شامل همه شمارنده های دورقمی ۶۰ را تشکیل دهید؛ این مجموعه چند عضو دارد؟ **۶ عضو**

از رضا و احمد خواسته شد تا مجموعه شامل ۳ شمارنده زوج عدد ۶۰ را تشکیل دهند. احمد نوشت: $\{4, 6, 10\}$ و رضا نوشت: $\{6, 10, 12\}$ به نظر شما چرا جواب های آنها با هم فرق دارد؟

چون مشخصات ۳ عضو خواسته شده در صورت مسئله معلوم نیست. دانیلود از اپلیکیشن رایگان همیار

نتیجه : عبارت‌هایی شبیه این عبارت، که مشخص کننده یک مجموعه معین و یکتا نباشد، مجموعه‌ای را مشخص نمی‌کند.

در نمایش مجموعه‌ها، ترتیب نوشتن عضوهای مجموعه، مهم نیست و با جابه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود؛ همچنین با تکرار عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود؛ بنابراین به جای $\{۳,۳,۴\}$ می‌نویسیم $\{۳,۴\}$.

معرفی مجموعه

ما، در زندگی روزمره در صحبت‌ها و نوشته‌هایمان از واژه‌هایی مانند دسته، گروه و مجموعه استفاده می‌کنیم؛ برای مثال وقتی می‌گوییم «گروهی از ورزشکاران وارد ورزشگاه شدند»، نام ورزشکاران را مشخص نکرده‌ایم، درحالی که ما از مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای **مشخص** (عضویت این اشیاء در مجموعه کاملاً معین باشد) و **متمایز** (غیر تکراری) استفاده می‌کنیم.

فعالیت

۱- کدام یک از عبارت‌های زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ مجموعه موردنظر را نمایش دهید.

✓ الف) عددهای طبیعی و یک رقمی (ب) چهار شاعر ایرانی (ج) دو عدد اول کوچک‌تر از ۱۲ ✗

$A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ قسمت الف مجموعه است.

قسمت ب و ج مجموعه نیستند چون یک جواب مشخص و منحصر به فرد ندارند.

۲- با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه، جاهای خالی را پر کنید :

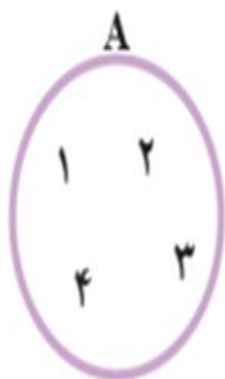
الف) به جای $A = \{۱, ۲, ۱, ۴, ۵\}$ باید بنویسیم $A = \{۱, ۲, ۴, ۵\}$

ب) به دلیل تکراری بودن عدد ۵ در $B = \{۵, ۶, ۵, ۷\}$ آن را به صورت $B = \{۵, ۶, ۷\}$

اگر مجموعه A را به صورت $A = \{a, b, 5, 7\}$ در نظر بگیریم برای نشان دادن اینکه a عضوی از مجموعه A است می نویسیم $a \in A$ و می خوانیم « a عضو A است» و چون عدد ۴ عضو A نیست، می نویسیم $4 \notin A$ و می خوانیم «۴ عضو A نیست».

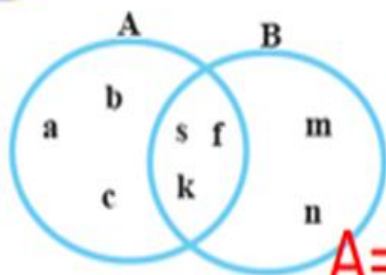
علامت عضو است

علامت عضو نیست



نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار ون: مجموعه را می‌توان با استفاده از منحنی‌ها یا خط‌های شکسته بسته نمایش داد؛ به عنوان مثال مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را به صورت روبه‌رو نمایش می‌دهیم که نمایش با استفاده از نمودار ون است.

فعالیت



۱- با توجه به نمودار ون، که برای دو مجموعه A و B رسم

شده است، مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان مشخص کنید.

$$A = \{a, b, c, s, f, k\} \quad B = \{m, n, s, f, k\}$$

۲- دو مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8\}$ را در نظر بگیرید:

دو مجموعه را با یک نمودار ون نمایش دهید. کدام عددها هم در منحنی بسته مربوط به A و

هم در منحنی بسته B وجود دارد؟ ۵، ۶

۳- مجموعه عددهای دو رقمی و زوج اول را بنویسید و آن را E بنامید. این مجموعه چند

$$E = \emptyset \quad \text{یا} \quad E = \{ \}$$

عضو دارد؟

هیچ کدام از اعداد زوج دو رقمی اول نیست پس این مجموعه هیچ عضوی ندارد.

مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را مجموعه تهی می‌نامند و با علامت $\{ \}$ یا با $\emptyset$ نشان می‌دهند.

«اگر در مجموعه‌ای عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش می‌دهیم.» توجه شود که این مجموعه با مجموعه $\{0\}$ یا $\{ \}$ که هر کدام دارای یک عضو هستند، یکی نیست.

۴- کدام یک از عبارت‌های زیر، مجموعه تهی را مشخص می‌کند؟

- الف) $E = \{ \}$ ✓ عددی طبیعی بین ۵ و ۶
 ب) $B = \{0\}$ X عددی صحیح بین -۱ و ۱
 ج) $D = \{2\}$ X عددی اول و زوج
 د) $C = \{3\}$ X عددی طبیعی یک رقمی و مضرب ۳ که اول باشد.

کار در کلاس

۱- سه عبارت بنویسید که هر کدام نشان دهنده مجموعه تهی باشد؛ سپس عبارت‌های خود را با نوشته‌های هم کلاسی‌های خود مقایسه کنید. (جواب‌ها متفاوت است.)

- الف) عددی طبیعی بین ۱ و ۲ (ب) عددی اول کمتر از ۲ (ج) عددی اول و زوج بزرگ‌تر از ۲
 ۲- سه عبارت بنویسید که هر کدام مشخص‌کننده مجموعه‌ای فقط با یک عضو باشد. (جواب‌ها متفاوت است.)
 الف) عددی طبیعی بین ۱ و ۳ (ب) سیاره‌های قابل سکونت شناسایی شده (ج) عددی اول و زوج
 ۳- عبارت‌هایی که مجموعه‌ای را مشخص می‌کند با علامت $\checkmark$ و بقیه را با علامت $\times$ مشخص کنید (با ذکر دلیل). (عبارت‌های الف - و - د مجموعه نیستند چون عضوهای آنها مشخص نیستند.)

- الف) چهار عدد فرد متوالی X (ب) سه عدد طبیعی زوج متوالی با شروع از ۲ ✓
 $B = \{2, 4, 6\}$
 ج) عددی اول کوچک‌تر از ۲۰ ✓ (د) سه شهر ایران X (ه) شمارنده‌های عدد ۲۴ ✓
 $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
 و) ۵ عدد بزرگ X (ز) عددی طبیعی بین ۲ و ۳ ✓
 $E = \{ \}$

$$A = \{ \text{ی, ..., پ, ب, الف} \}$$

A مجموعه حروف الفبای فارسی

$$B = \{ ۴, ۸, ۱۲, \dots \}$$

$$\{ ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ \}$$

C: مجموعه حروف a و b و عدد ۳

E مجموعه عددهای صحیح بین ۲- و ۳-

$$D = \{ ۵ \}$$

B مجموعه عددهای طبیعی و مضرب ۴

$$E = \{ \}$$

H مجموعه عددهای اول و یک رقمی

$$F = \{ ۲, ۴, ۶, ۸ \}$$

D مجموعه عددهای اول و مضرب ۵

G: مجموعه عددهای طبیعی بین ۲ و ۱۰

$$\{ ۳, a, b \}$$

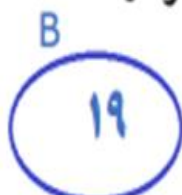
$$H = \{ ۲, ۳, ۵, ۷ \}$$

$$\{ ۶, ۴, ۲, ۸ \}$$

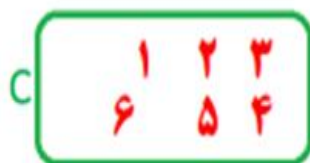
۵- کدام یک از عبارتهای زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ با نمودار و نشان دهید :



(الف) عددهای صحیح مثبت و کمتر از ۱۰



(ب) شمارنده های اول عدد ۱۹



(ج) عددهایی که شش وجه یک تاس معمولی مشخص می کند.



(د) جواب های معادله $2x + 8 = 1$

$$2x = 1 - 8$$

$$2x = -7$$

$$x = \frac{-7}{2}$$

$$x = -3/5$$



(و) عددهای منفی و بزرگ تر از -۸

(هـ) چهار میوه خوشمزه **مجموعه نیست**

۱- متناظر با هر عبارت، یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید و تعداد عضوهای هر مجموعه را تعیین کنید :

الف) $A = \{1, 8, 27, 64, 125\}$ **مکعب اعداد طبیعی کمتر از ۶** ۵ عضو دارد.

ب) $C = \{10\}$ **عددهای طبیعی بین ۹ و ۱۱** ۱ عضو دارد.

ج) عددهای طبیعی مضرب ۵ و کوچکتر از 100 $B = \{5, 10, 15, \dots, 95\}$ ۱۹ عضو دارد.

د) عددهای طبیعی بزرگتر از ۴ و کوچکتر از ۵ $D = \{\}$ هیچ عضوی ندارد.

هـ) عددهای صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارد. $E = \{\}$ هیچ عضوی ندارد.

و) عددهای اول دورقمی که مضرب ۷ باشد. $F = \{\}$ هیچ عضوی ندارد.

۲- جاهای خالی را طوری کامل کنید تا عبارت حاصل، درست باشد.

الف) عبارت «۵ عدد طبیعی که بین ۱ و ۲۰ قرار داشته باشد» یک مجموعه را مشخص **نمی کند**.

ب) مجموعه $\{2, 3, 4, \dots, 9\}$ دارای **۸** عضو است.

ج) مجموعه $A = \{0, \emptyset\}$ دارای **۲** عضو است.

د) با توجه به مجموعه $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ ؛ داریم: ۵ عضو A است یا با نماد ریاضی، **$5 \in A$**

و ۱۲ عضو A نیست یا با نماد ریاضی، **$12 \notin A$** .

۳- سه مجموعه متفاوت بنویسید که عدد ۲ عضو آن باشد.

الف) **عددهای طبیعی بین ۱ و ۵** ب) **عددهای اول و زوج** ج) **عددهای طبیعی زوج**

دو مجموعه برابر

فعالیت

۱۰	-۱۰	۱۲
+۶	+۴	+۲
-۳	+۱۸	-۲

۱- جدول عددهای صحیح روبه‌رو را طوری کامل کنید که مجموع عددهای روی هر سطر، هر ستون و هر قطر آن برابر ۱۲ شود؛ سپس مجموعه عددهای سطر دوم جدول را بنویسید و آن را A بنامید. $A = \{۶, ۴, ۲\}$

اکنون مجموعه B را چنان بنویسید که شامل سه عدد زوج متوالی و میانگین عضوهای آن با ۴ برابر باشد. هریک از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟ هر کدام ۳ عضو دارد. $B = \{۲, ۴, ۶\}$

آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ **بله** آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ **بله**

همان طور که ملاحظه کردید، عضوهای دو مجموعه A و B یکسان است و هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A است؛ در این صورت دو مجموعه A و B برابر است و می‌نویسیم $A = B$.

۲- مجموعه A شامل سه عدد طبیعی متوالی است به طوری که حاصل جمع آنها برابر ۲۷ است. ابتدا A را با عضوهای آن بنویسید؛ سپس مجموعه‌هایی را مشخص کنید که در زیر معرفی شده و با A برابر است:

$$A = \{۸, ۹, ۱۰\}$$

الف) مجموعه عددهای طبیعی بین ۶ و ۱۰ $B = \{۷, ۸, ۹\}$

ب) مجموعه عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۷ و کوچک‌تر از ۱۱ $C = \{۸, ۹, ۱۰\}$

ج) مجموعه سه عدد طبیعی متوالی که میانگین آنها با ۹ برابر است. $D = \{۸, ۹, ۱۰\}$

همان طور که دیدید مجموعه $\{۸, ۹, ۱۰\}$ با مجموعه $\{۷, ۸, ۹\}$ برابر نیست؛ زیرا همه عضوهایشان یکسان نیست.

اگر عضوی در A باشد که در B نباشد یا عضوی در B باشد که عضو A نباشد در این صورت مجموعه A با B برابر نیست و می‌نویسیم $A \neq B$.

۱- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری پر کنید که مجموعه‌ها برابر باشند:

$$\frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2} = \frac{-12}{+4} = -3$$

$$\left\{ 5, -3, \frac{2}{5}, 4, \frac{9}{3} \right\} = \left\{ \frac{2}{5}, 3, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}, -4, \sqrt{25} \right\} \quad (\text{الف})$$

$$\left\{ 7, \frac{4}{10}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -\frac{1}{2}, -2, 0, 625 \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -0, 5, \frac{5}{8}, -7, -2 \right\} \quad (\text{ب})$$

۲- دو مجموعه به نام‌های A و B مانند سؤال بالا طرح کنید. پاسخ خود را با دوستانان مقایسه کنید.

$$\left\{ \sqrt{4}, 9, 8, \right\} = \left\{ 8, (-3)^2, 2, \right\}$$

۷

هر عضو مجموعه C عضو
مجموعه B هم هست

زیرمجموعه

فعالیت

مجموعه عددهای جدول فعالیت قبل را D بنامید؛ سپس عضوهای
مجموعه D را در نمودار ون روبه‌رو بنویسید:

$$D = \{-10, -4, -2, 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

در نمودار بالا، عضوهایی را که بر ۳ بخش‌پذیر است با یک منحن بسته مشخص کنید و B بنامید

B

$$B = \{6, 12, 18\}$$

مجموعه B را بنویسید. آیا هر عضو B، عضوی از D نیز هست؟ **بله**

در مجموعه D، عددهای زوج را مشخص کنید و آن را C بنامید؛ آیا $D = C$ ؟ **بله**

$$C = \{-10, -4, -2, 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

همان‌طور که دیدید، عضوهای مجموعه B همگی در D هست؛ یعنی هر عضو B، عضوی از

D است؛ در این صورت مجموعه B زیرمجموعه D است و می‌نویسیم $B \subseteq D$.

آیا مجموعه C زیرمجموعه D است؟ **بله**

با توجه به تعریف زیر مجموعه، واضح است که هر مجموعه، زیرمجموعه خودش

است؛ یعنی اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، داریم: $A \subseteq A$

۷

اکنون زیر مجموعه‌ای از D را مشخص کنید که عضوهای آن عددهای فرد باشد؛ نام دیگر این

مجموعه چیست؟ **مجموعه ی تهی** $E = \{ \}$

آیا عبارت $\{1, 0, -6, 2\} \subseteq D$ درست است؟ چرا؟ **خیر، زیرا عدد ۶- عضو مجموعه ی D نیست.**

اگر بتوانیم عضوی در B بیابیم که در A نباشد، می‌گوییم B زیرمجموعه A نیست و می‌نویسیم $B \not\subseteq A$

آیا در مجموعه تهی عضوی هست که در مجموعه دلخواهی مانند A نباشد؟ **خیر**

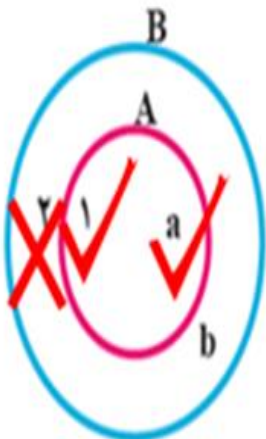
مجموعه تهی زیر مجموعه هر مجموعه ای دلخواه مانند A است؛ یعنی: $\emptyset \subseteq A$

۸

مثال: دلیل درستی رابطه‌های زیر مشخص شده است.

الف) $\{a, b, d\} \not\subseteq \{a, b, c, e\}$ ؛ زیرا در مجموعه سمت چپ، d هست که در مجموعه سمت راست نیست.

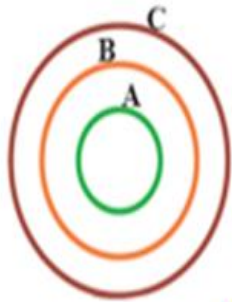
ب) $\{-1, 0, 1, 3\} \subseteq \{-1, 2, 3, 4\}$ ؛ زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ، عضوی از مجموعه سمت راست است.



$A \subseteq B, B \not\subseteq A$

ج) با توجه به شکل مقابل $A \subseteq B$ درست است؛ زیرا همه عضوهای A

در B قرار دارد و $B \not\subseteq A$ درست است؛ زیرا عضوی در B مانند 2 می‌توان یافت که در A وجود ندارد.



۱- با توجه به نمودار مقابل، دلیل درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید:

- قسمتی از C در A نیست. $C \not\subseteq A$ ✓
 قسمتی از B در A نیست. $B \subseteq A$ ✗
 تمام A در C است. $A \not\subseteq C$ ✗
 تمام B در C است. $B \subseteq C$ ✓
 تمام A در B است. $A \subseteq B$ ✓
 هیچ زیر مجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است. $\emptyset \subseteq A$ ✓

۲- مجموعه‌های A، B و C را در نظر بگیرید؛ سپس درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را

مشخص کنید (با ذکر دلیل): $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $B = \{5, 1, 3\}$ ، $C = \{2, 5, 1, 3, 6\}$

- تمام عضوهای B عضو C هستند. $B \subseteq C$ ✓
 تمام عضوهای A عضو C هستند. $A \subseteq C$ ✗
 ۳ عضو B است و مجموعه نیست. $3 \in B$ ✓
 ۲ عضو A نیست. $2 \in A$ ✗
 ۵ عضو A نیست. $5 \in A$ ✗
 ۶ عضو B نیست. $6 \in B$ ✗
 ۱ عضو A است و عضو نیست. $1 \in A$ ✗
 ۴ عضو A است و عضو نیست. $4 \in A$ ✗
 ۵ عضو C است. $5 \in C$ ✓
 ۶ عضو C هستند. $6 \in C$ ✓
 {۵, ۶} دو عضو دارد که هر دو عضو C هستند. $\{5, 6\} \subseteq C$ ✓
 {۱, ۴} مجموعه است و عضو نیست. $\{1, 4\} \in A$ ✗
 {۵, ۶} مجموعه نیست. $\{5, 6\} \subseteq A$ ✗



مثال: همه زیر مجموعه‌های $A = \{a, b, c\}$ در زیر نوشته شده است:

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

مانند مثال قبل، تمام زیر مجموعه‌های هریک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

الف) مجموعه عددهای طبیعی بین ۹ و ۱۲. $\{10, 11\}$ ب) $\{a, b, c, d\}$

نکته مهم: تعداد زیر مجموعه‌های هر مجموعه برابر ۲ به توان تعداد عضوهای آن مجموعه است.

یعنی اگر مجموعه‌ای n عضو داشته باشد تعداد زیر مجموعه‌های آن برابر 2^n خواهد بود.

پس در مثال بالا قسمت الف ۴ زیر مجموعه دارد. $2^2 = 2 \times 2 = 4$ و قسمت ب ۱۶ زیر مجموعه دارد. $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

الف - $\emptyset, \{10\}, \{11\}, \{10, 11\}$

ب -

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\},$
 $\{b, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$

در سال‌های گذشته با عددهای طبیعی آشنا شده‌اید؛ از این عددها برای شمارش استفاده می‌کنیم.

مجموعه عددهای طبیعی را با $\mathbb{N}$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر می‌نویسیم: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

تاکنون مجموعه‌ها را با عضوها و نمودار ون مشخص کردیم. یک روش دیگر برای نمایش مجموعه‌ها استفاده از نمادهای ریاضی است؛ برای مثال: مجموعه عددهای طبیعی زوج $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم عضوهای این مجموعه خاصیت مشترکی دارد؛ یعنی همگی آنها مضرب ۲ است و از قبل می‌دانیم که هر عدد زوج طبیعی به صورت $2k$ قابل نمایش است که در آن $k \in \mathbb{N}$ پس می‌نویسیم:

$$E = \{2k | k \in \mathbb{N}\}$$

و می‌خوانیم E برابر است با مجموعه عددهایی به شکل $2k$ به طوری که k متعلق به مجموعه عددهای طبیعی است. در مجموعه E علامت «|» خوانده می‌شود «به طوری که». در زیر چند مجموعه را با نمادهای ریاضی

نوشته‌ایم: الف) مجموعه عددهای طبیعی فرد: $O = \{2k - 1 | k \in \mathbb{N}\}$

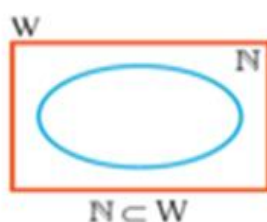
ب) $A = \{7, 8, 9, 10\}$ یا $A = \{x \in \mathbb{N} | 7 \leq x \leq 10\}$ یا $A = \{x \in \mathbb{N} | 6 < x < 11\}$

ج) زیرمجموعه‌ای از $\mathbb{N}$ که عضوهای آن همگی بر ۳ بخش پذیر است: $\{3k | k \in \mathbb{N}\}$

مثال: مجموعه $A = \{5n + 3 | n \in \mathbb{N}\}$ را با عضوهایش مشخص کنید:

برای این منظور جدول زیر را کامل کنید و در هر مرحله به جای n یک عدد طبیعی در $5n + 3$ قرار دهید.

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	.
$5n + 3$	$\frac{5(1)+3}{8}$	$\frac{5(2)+3}{13}$	$\frac{5(3)+3}{18}$	$\frac{5(4)+3}{23}$	$\frac{5(5)+3}{28}$	$\frac{5(6)+3}{33}$	$\frac{5(7)+3}{38}$	.

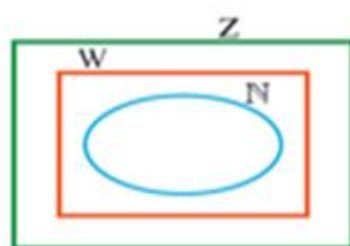


بنابراین داریم: $A = \{8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, \dots\}$

مجموعه عددهای حسابی را با W نمایش می‌دهند: $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه عددهای حسابی را می‌توان با نمادهای ریاضی به صورت $W = \{k - 1 | k \in \mathbb{N}\}$ نوشت.

هر عدد طبیعی یک عدد حسابی است؛ یعنی $N \subseteq W$



مجموعه عددهای صحیح را با Z نمایش می‌دهیم:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

همه عددهای طبیعی و حسابی، عضو Z هم‌هست؛ پس: $N \subseteq W \subseteq Z$

نکته: اعداد گویا عدد های کسری هستند که صورت و مخرج آن ها عدد صحیح است. هر عدد صحیح را می توان به صورت کسری با مخرج ۱

کار در کلاس

نوشت، پس هر عدد صحیح یک عدد گویاست. مثال $\frac{3}{1} = 3$

مجموعه های زیر را با اعضاها مشخص کنید:

الف) مجموعه عددهای صحیح فرد $C = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ب) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x < 5\}$

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \quad C = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{\dots, -10, -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11, \dots\} \quad B = \{3k+2 \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad \text{ج}$$

مجموعه عددهای گویا را با Q نمایش می دهیم. چون اولین عدد گویای بزرگ تر از هر عدد گویا مشخص نیست، نمی توان این مجموعه را با اعضاها مشخص کرد؛ به همین دلیل مجموعه عددهای

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} \quad \text{گویا را با نمادهای ریاضی تعریف می کنیم:}$$

توجه کنید که هر عدد صحیح، عددی گویا است؛ یعنی برای هر عدد صحیح a داریم: $a = \frac{a}{1}$

در نتیجه $\mathbb{Z} \subseteq Q$

تمرین

۱- مجموعه $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه های زیر با هم برابر است؟ B و C برابرند.

$$\begin{aligned} (-2)^2 &= 4 \quad \times & 2^2 &= 0 \quad \checkmark \\ (-1)^2 &= 1 \quad \checkmark & 1^2 &= 1 \quad \checkmark & 2^2 &= 4 \quad \times \end{aligned}$$

$$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 2\}, \quad C = \{x \mid x \in A, -1 \leq x \leq 1\}, \quad D = \{x \mid x \in A, x^4 = 1\}$$

$$B = \{-1, 1, 0, 0\}$$

$$C = \{-1, 1, 0, 0\}$$

$$D = \{-1, 1, 0\}$$

$$1^4 = 1$$

$$(-1)^4 = 1$$

۲- سه مجموعه مانند A ، B و C بنویسید به طوری که $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$. آیا می توان نتیجه

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

گرفت $A \subseteq C$ ؟ **بله**

۳- تمام زیر مجموعه های هریک از مجموعه های زیر را بنویسید:

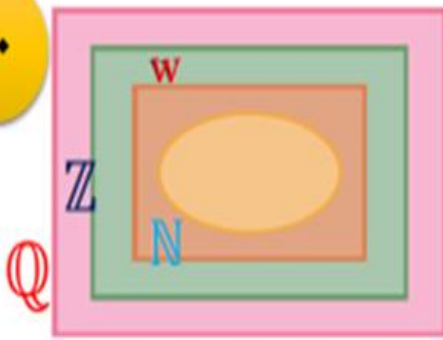
$$B = \{0, 4, 6\}$$

$$B = \{2x \mid x = 0, 2, 3\} \quad \text{ب) } A = \{1\}$$

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x+1=3\} \quad \text{الف)$$

$$\emptyset, \{0\}, \{4\}, \{6\}, \{0, 4\}, \{0, 6\}, \{4, 6\}, \{0, 4, 6\}$$

$$\emptyset, \{1\}$$



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

۴- نمودار روبه‌رو، وضعیت مجموعه‌های W, Q, N و Z

را نسبت به هم نشان می‌دهد؛ آنها را نام‌گذاری و با علامت $\subseteq$ باهم مقایسه کنید.

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ اعداد طبیعی}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ اعداد حسابی}$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ اعداد صحیح}$$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\} \text{ اعداد گویا}$$

۵- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

ب) هر عدد حسابی عددی گویا است. ✓

چون اعداد حسابی زیر مجموعه اعداد گویا هستند.

الف) هر عدد گویا عددی حسابی است. ✗

چون اعداد گویا زیر مجموعه اعداد حسابی نیستند.

ج) هر عدد صحیح عددی گویا است. ✓

د) بعضی از عددهای گویا، عدد صحیح است.

چون اعداد صحیح زیر مجموعه اعداد گویا هستند.

چون اعداد صحیح زیر مجموعه اعداد گویا هستند.

۱۰

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

فعالیت

۱- در کلاس درس، علی و رضا عضو هر دو تیم والیبال و فوتبال هستند. سامان، احسان،

فرشید و حسین فقط در تیم والیبال و محمد، حسن، کیوان و سبحان فقط در تیم فوتبال بازی می‌کنند.

الف) اگر مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم والیبال را با V و فوتبال را با F نشان دهیم، این مجموعه‌ها را با نمودار ون نمایش و سپس با عضوهایشان بنویسید.



$$V = \{\text{حسین، احسان، سامان، فرشید، علی، رضا}\}$$

$$F = \{\text{حسن، سبحان، کیوان، محمد، علی، رضا}\}$$

ب) مجموعه دانش‌آموزانی را که در هر دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

$$M = \{\text{علی، رضا}\}$$

ج) مجموعه دانش‌آموزانی را که حداقل در یکی از این دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

$$A = \{\text{حسن، سبحان، کیوان، محمد، حسین، احسان، سامان، فرشید، علی، رضا}\}$$

۲- دو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 6\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید و مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان تشکیل دهید:

الف) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ب) $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ج) $\{1, 2, 3\} =$ مجموعه عددهایی که در هر دو مجموعه A و B هست

(این مجموعه را اشتراک A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم).

$$A \cap B = \{1, 2, 3\}$$

$$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

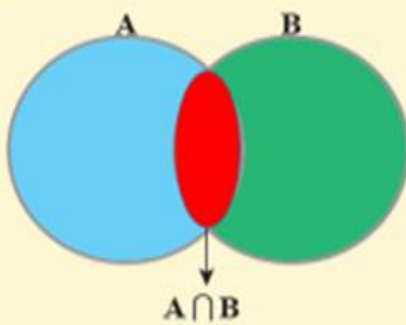
د) $\{ \} =$ مجموعه عددهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B هست

(این مجموعه را اجتماع A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم).

$$A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$



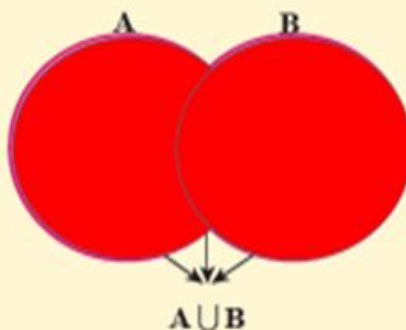
اشتراک دو مجموعه: اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه‌ای شامل



همه عضوهای است که هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B است. این مجموعه را با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم. در نمودار روبه‌رو قسمت هاشور خورده اشتراک دو مجموعه را نشان می‌دهد.

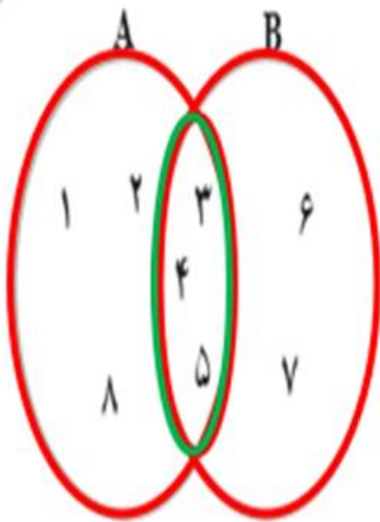
$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

اجتماع دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه A و B ،



مجموعه‌ای است شامل همه عضوهای که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشد. این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم. در نمودار، قسمت هاشور خورده، اجتماع دو مجموعه را نشان می‌دهد:

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$$



مثال: با توجه به نمودار زیر ابتدا مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان می‌نویسیم و سپس $A \cap B$ و $A \cup B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\} \text{ و } B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\}, \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

اشتراک $\cap$: هم عضو A و هم عضو B باشد.

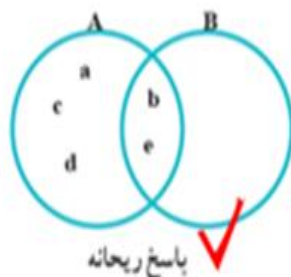
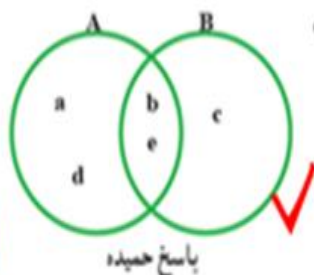
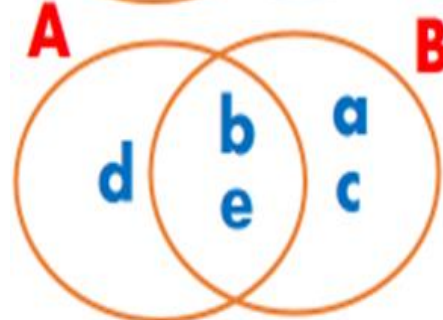
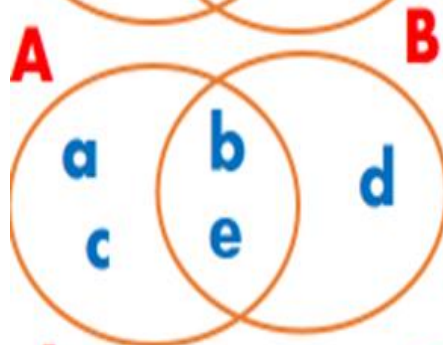
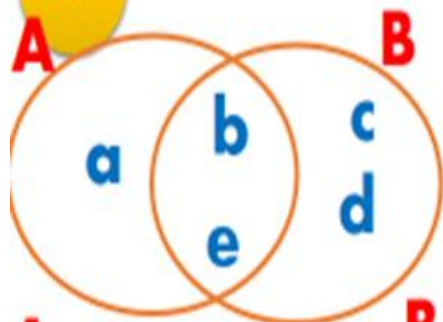
اجتماع $\cup$: عضو A یا عضو B یا عضو هر دو باشد.

پاسخ‌های درست

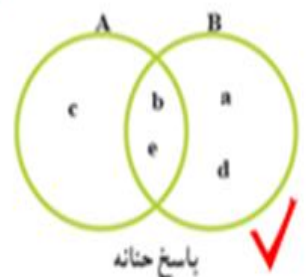
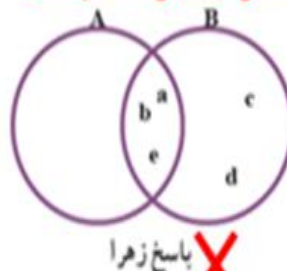
فعالیت

۱- دو مجموعه $A \cap B = \{b, e\}$ و $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ را در نظر بگیرید. از دانش‌آموزان یک کلاس خواسته شده است که با توجه به این دو مجموعه، مجموعه‌های A و B را با نمودار وین نمایش دهند. پاسخ چهار دانش‌آموز این کلاس را در زیر می‌بینید:

الف) دربارهٔ درستی یا نادرستی پاسخ این دانش‌آموزان بحث کنید و برای درستی یا نادرستی آنها دلیل بیاورید.



a عضو مشترک نیست.



ب) آیا شما هم می‌توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدهید؟ پاسخ خود را با پاسخ

۱۲

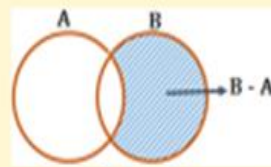
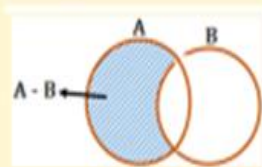
۲- با توجه به اولین فعالیت این درس و ورزشکاران دو تیم والیبال و فوتبال مجموعه‌ای تشکیل

دهید که هر عضو آن عضو تیم والیبال باشد، ولی عضو تیم فوتبال نباشد (فقط در تیم والیبال بازی کند). این مجموعه را «V منهای F» می‌نامیم و با نماد $V - F$ نمایش می‌دهیم:

$$V - F = \{\text{حسین، احسان، سامان، فرشید}\} \quad F - V = \{\text{حسن، سبجان، کیوان، محمد}\}$$

تفاضل دو مجموعه: مجموعه $A - B$ (A منهای B) مجموعه‌ای است شامل همه عضوهایی که عضو مجموعه A هستند ولی عضو مجموعه B نیستند. در شکل زیر مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ هاشور خورده است:

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$



مثال: اگر $A = \{a, b, c, d, e, k\}$ و $B = \{c, d, k, f, s, t\}$ در این صورت:

$$A - B = \{a, b, e\} \quad \text{و} \quad B - A = \{f, s, t\}$$

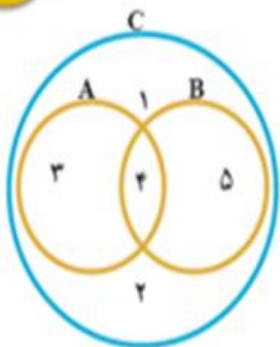
۱۳

کار در کلاس

$$A = \{3, 4\} \quad B = \{4, 5\} \quad C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

۱- با توجه به نمودار زیر کدام عبارت، درست و کدام نادرست است؟

$$A \cup B = \{3, 4, 5\} \quad A \cap B = \{4\}$$



الف) $A \subseteq C$ ✓

ب) $B \subseteq C$ ✓

ج) $C \subseteq (A \cup B)$ ✗

د) $(A \cup B) \subseteq C$ ✓

ه) $2 \in (A \cup B)$ ✗

و) $4 \notin (A \cap B)$ ✗

ز) $A \cup B = A$ ✗

ح) $5 \in (A \cup B)$ ✓

ط) $4 \in (A \cup B)$ ✓

۲- مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲ را A و مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸ را B بنامید. ابتدا A و B را تشکیل و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

الف) مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن، شمارنده ۱۸ باشد ولی شمارنده ۱۲ نباشد. $B - A = \{9, 18\}$

ب) مجموعه‌ای تشکیل دهید که عضوهای آن، هم شمارنده ۱۲ و هم شمارنده ۱۸ باشد. $B \cap A = \{1, 2, 3, 6\}$

۳- مجموعه‌های $(\mathbb{Z} - \mathbb{N})$ ، $(\mathbb{N} - \mathbb{Z})$ و $(\mathbb{W} - \mathbb{N})$ را تشکیل دهید.

اعداد طبیعی $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

اعداد حسابی $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

اعداد صحیح $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\} \quad \mathbb{N} - \mathbb{Z} = \{\}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$$

قرارداد: تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم؛ به عنوان مثال، اگر A مجموعه‌ای k عضوی باشد، می‌نویسیم $n(A) = k$

مثلاً اگر $A = \{2, 4, 6, 7\}$ در این صورت $n(A) = 4$.

$$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 9, 1, 5, 7, 3\} \quad (A \cup B) - C = \{2, 4, 6, 9, 5, 3\}$$

۱- مجموعه‌های $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ و $B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$ و $C = \{1, 7, 10, 11\}$ را در نظر بگیرید؛ سپس هریک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید:

$$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 9, 1, 5, 7, 3\}$$

الف) $A \cup B$

ب) $B \cup C$

ج) $A \cup C$

د) $A \cap B$

$$A \cap B = \{9\}$$

$$B \cup C = \{1, 5, 7, 3, 9, 10, 11\}$$

$$A \cup C = \{2, 4, 6, 8, 9, 1, 7, 10, 11\}$$

هـ) $A - B$

$$A - B = \{2, 4, 6, 8\}$$

و) $C - B$

$$C - B = \{10, 11\}$$

ز) $(A - C) \cup (B - C)$

$$A - C = \{2, 8, 4, 6, 9\} = \{2, 4, 6, 9, 5, 3\}$$

$$B - C = \{5, 3, 9\}$$

ح) $(A \cup B) - C$

ط) $A \cap A = A$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$$

ی) $A \cap \emptyset = \{\}$

ک) $B \cup B = B$

$$B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$$

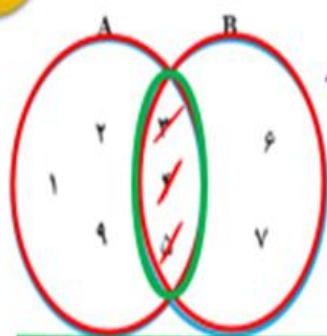
ل) $C \cup \emptyset = C$

$$C = \{1, 7, 10, 11\}$$

نکات مهم: اشتراک و اجتماع هر مجموعه با خودش برابر همان مجموعه است.

اجتماع هر مجموعه با تهی برابر همان مجموعه است ولی اشتراک هر مجموعه با تهی برابر تهی است.

۲- با توجه به نمودار زیر، عبارت‌های درست را با ✓ و گزاره‌های نادرست را با × مشخص کنید:



$$A - B = \{1, 2\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(A - B) \cup (A \cap B) = A \quad \checkmark$$

$$(A - B) \cup (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B - A = \{6, 7\} \quad \checkmark$$

$$B - A = \{6, 7\}$$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6, 7\}$$

$$B - A = \{6, 7\}$$

$$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6\} \quad \times$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$n(A \cup B) = 8 \quad \checkmark$$

$$3 \neq 2$$

$$n(A - B) = n(B - A) \quad \times$$

$$\{1, 2\} \neq \{6, 7\} \quad \times \quad A - B = B - A \quad \times$$

۳- کلمات و مجموعه‌های داده شده زیر را در جاهای خالی قرار دهید:

(۳) اجتماع

(۲) A

(۱) B

(۵) $(A \cup B)$

(۴) زیرمجموعه

(الف) اشتراک دو مجموعه، زیر مجموعه **اجتماع** همان دو مجموعه است.

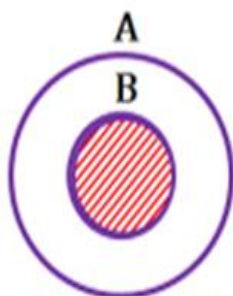
(ب) هریک از دو مجموعه A و B زیر مجموعه **$A \cup B$** است.

(ج) اشتراک دو مجموعه A و B **زیر مجموعه** هریک از دو مجموعه A و B است.

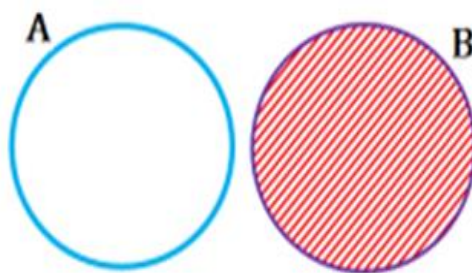
(د) مجموعه $A - B$ زیر مجموعه مجموعه **A** است.

(ه) اجتماع دو مجموعه $(B - A)$ و $(A \cap B)$ با مجموعه **B** مساوی است.

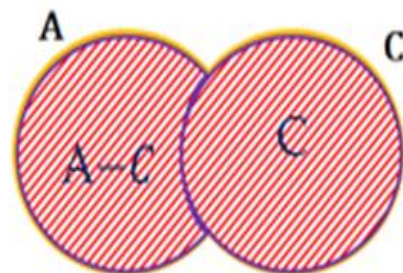
۴- در هریک از شکل‌های زیر مجموعه موردنظر را هاشور بزنید.



$A \cup B$



$B - A$



$(A - C) \cup C$

در سال گذشته برای محاسبهٔ احتمال هر پیشامد از دستور زیر استفاده کردیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همهٔ حالت‌های ممکن}}$$

اکنون با توجه به آشنایی و شناخت شما نسبت به مجموعه‌ها و نمادگذاری‌ها، تا حدودی راحت‌تر می‌توان این فرمول را نوشت و به کار برد.

اگر مجموعه شامل همهٔ حالت‌های ممکن را S ، مجموعه شامل همهٔ حالت‌های مطلوب را A و احتمال رخ دادن پیشامد A را با نماد $P(A)$ نشان دهیم، دستور بالا به صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ نوشته می‌شود.

تعداد عضوهای مجموعه S تعداد عضوهای مجموعه A

مثال: اگر تاسی را بیندازیم، احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را به دست آورید:

تذکر: ابتدا مجموعه کل حالت‌ها و مجموعه حالت‌های مطلوب را می‌نویسیم و سپس $n(S)$ و $n(A)$ را پیدا می‌کنیم و

$$\text{احتمال} = \frac{n(A)}{n(S)}$$



(الف) عدد رو شده مضرب ۳ باشد.

(ب) عدد رو شده اول باشد.

(ج) عدد رو شده از ۶ بزرگ‌تر باشد.

(د) عدد رو شده از ۷ کمتر باشد.

حل: (الف) پیشامد مطلوب یعنی رو شدن مضرب ۳ را A می‌نامیم؛ در این صورت داریم:

$$A = \{3, 6\}, S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}; n(A) = 2, n(S) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$B = \{2, 3, 5\}; n(B) = 3 \quad \text{پیشامد رو شدن عدد اول: } B$$

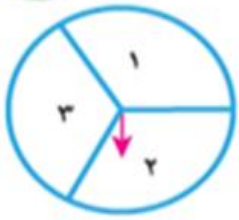
$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{(ب)}$$

$$C = \emptyset \rightarrow n(\emptyset) = 0 \quad \text{پیشامد رو شدن عدد بزرگ‌تر از ۶: } C$$

$$P(C) = P(\emptyset) = \frac{0}{6} = 0 \quad \text{(ج)}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S \quad \text{پیشامد رو شدن عدد کمتر از ۷: } D$$

$$P(D) = P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1 \quad \text{(د)}$$



۱- با توجه به چرخنده مقابل، همه حالت‌های ممکن را که عقربه می‌تواند بایستد و عددی را نمایش دهد، مجموعه S بنامید. S را با عضوهایش نمایش دهید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

$$S = \{1, 2, 3\} \quad n(S) = 3$$

الف) مانند نمونه برای هر مجموعه با بیان یک جمله، یک پیشامد تعریف کنید:

$A = \{3, 1\}$ (عقربه روی ناحیه ۱ یا ۳ بایستد) یا (عقربه روی عدد فرد بایستد)

$B = \{1, 2\}$ — عقربه روی عدد کمتر از ۳ بایستد. $n(A) = n(B) = n(C) = 2$ $n(D) = 1$

$C = \{2, 3\}$ — عقربه روی عدد بیشتر از ۱ بایستد. $D = \{2\}$ — عقربه روی عدد زوج بایستد.

پاسخ خود را با پاسخ هم‌کلاسی‌هایتان مقایسه کنید. $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{2}{3}$ $P(D) = \frac{1}{3}$

ب) هریک از زیرمجموعه‌های S را پیشامد تصادفی می‌نامیم. احتمال رخداد هریک از این پیشامدها را به دست آورید. چه تعداد از این پیشامدها هم‌شانس است؟ پاسخ‌های خود را با پاسخ هم‌کلاسی‌هایتان مقایسه کنید. $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

ج) همه زیرمجموعه‌های S را تشکیل دهید.

کار در کلاس

۱۰ کارت یکسان با شماره‌های ۱ تا ۱۰ را داخل جعبه‌ای قرار می‌دهیم و تصادفی یک کارت بیرون می‌آوریم.

$n(S) = 10$

الف) مجموعه همه حالت‌های ممکن $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ است. پیشامد A را به این صورت

تعریف می‌کنیم که «عدد روی کارت خارج شده از ۵ کمتر باشد». مجموعه A را تشکیل دهید و احتمال

رخداد پیشامد آن را به دست آورید. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $n(A) = 4$ $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

ب) مجموعه یا پیشامدی تعریف کنید که احتمال رخ دادن آن پیشامد، $\frac{4}{10}$ باشد. $D = \{7, 8, 9, 10\}$ عدد خارج شده بیشتر از ۶ باشد.

$$P(D) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

ج) اگر B پیشامد خارج شدن عدد اول و C پیشامد خارج شدن عدد زوج باشد، مجموعه‌های B و

C را تشکیل دهید و احتمال رخداد هریک را محاسبه کنید. آیا پیشامدهای B و C هم‌شانس است؟ چرا؟

خیر، چون تعداد عضوهای $B = \{2, 3, 5, 7\}$ $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ $P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ $P(C) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

B و C برابر نیست.

۱- اگر تاسی را بیندازیم، چقدر احتمال دارد: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $n(S) = 6$

الف) عدد رو شده زوج باشد.

ب) عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگ تر باشد.

$$B = \{4, 6\} \quad n(B) = 2 \quad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$A = \{2, 4, 6\} \quad n(A) = 3 \quad P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ج) عدد رو شده زوج و اول باشد.

د) عدد رو شده از ۳ کمتر باشد.

$$D = \{1, 2\} \quad n(D) = 2 \quad P(D) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$C = \{2\} \quad n(C) = 1 \quad P(C) = \frac{1}{6}$$

۲- اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، اولاً مجموعه همه حالت‌های ممکن را تشکیل دهید

(هر عضو این مجموعه را به طور مثال به صورت (د، د، پ) نمایش دهید). ثانیاً چقدر احتمال دارد این

خانواده دارای دو دختر (یعنی دقیقاً دو دختر) باشد؟ $A = \{(پ، د، د)، (د، د، پ)، (د، پ، د)\}$ $P(A) = \frac{3}{8}$

$$S = \{(پ، پ، پ)، (پ، پ، د)، (پ، د، پ)، (پ، د، د)، (د، پ، پ)، (د، پ، د)، (د، د، پ)، (د، د، د)\}$$

۳- در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر ۱ مهره را تصادفی

از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد:

$$n(S) = 5 + 4 + 3 = 12 \quad n(A) = 4 \quad P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad \text{الف) این مهره آبی باشد.}$$

راه حل دوم

$$P(\text{سبز بودن}) = \frac{5}{12} \quad 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$n(B) = 7 \quad P(B) = \frac{7}{12} \quad \text{ب) این مهره سبز نباشد.}$$

$$n(A \cup B) = 5 + 3 = 8 \quad P(A \cup B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \text{ج) این مهره قرمز یا سبز باشد.}$$

۴- اگر تاسی را دو بار بیندازیم (یا دو تاسِ آبی و قرمز را با هم بیندازیم)، چقدر احتمال دارد :

(اگر مجموعه همه حالت‌های ممکن را S بنامیم، $n(s) = 36$)

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱, ۱)	(۱, ۲)	(۱, ۳)	(۱, ۴)	(۱, ۵)	(۱, ۶)
۲	(۲, ۱)	(۲, ۲)	(۲, ۳)	(۲, ۴)	(۲, ۵)	(۲, ۶)
۳	(۳, ۱)	(۳, ۲)	(۳, ۳)	(۳, ۴)	(۳, ۵)	(۳, ۶)
۴	(۴, ۱)	(۴, ۲)	(۴, ۳)	(۴, ۴)	(۴, ۵)	(۴, ۶)
۵	(۵, ۱)	(۵, ۲)	(۵, ۳)	(۵, ۴)	(۵, ۵)	(۵, ۶)
۶	(۶, ۱)	(۶, ۲)	(۶, ۳)	(۶, ۴)	(۶, ۵)	(۶, ۶)

الف) هر دو بار، عدد اول رو شود.

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ب) دو عدد رو شده، مثل هم باشد.

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ج) دو عدد رو شده، مضرب ۳ باشد.

$$P(C) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

د) مجموع دو عدد، ۷ باشد.

$$P(D) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

خواب‌لای

در بسیاری از کتاب‌های ریاضی، از مجموعه به عنوان گروهی (یا دسته‌ای) از اشیا نام برده شده است. غافل از آنکه اگر بگوییم مجموعه گروهی از اشیا است، باید بگوییم گروه چیست؟! آیا می‌توانیم گروه را تعریف کنیم؟

در واقع چاره‌ای نیست جز آنکه مانند سیمورلیپ‌شوتز (ریاضی‌دان معاصر) بگوییم: در همه شاخه‌های ریاضی مجموعه یک مفهوم بنیادی است. به عبارت دیگر مجموعه جزء نخستین تعریف نشده‌ها است، مانند مفاهیمی چون نقطه و خط در هندسه، که برای آنها تعریف دقیقی نداریم ولی آنها را با اثر خود می‌شناسیم.