

ریاضی: نهم

خط و معادله های خطی

فصل ششم:

۹۵ تا ۱۱۲

صفحه:

احمد فرخ وند

تهیه کننده:



خط و معادله های خطی



گروه هندسه و خطها در فرشهای اکتی کاز، ناز گری، شمالی، اچیری، کتبه نوسی، تاهیبو... این فایل کتاب و سایر محتوای آموزشی است. از انواع خط برای ایجاد زیبایی و معناسازی فضاها استفاده های فراوان شده است.

۹۵

۹۶

درس اول: معادله خط



وقتی دوچرخه سواری در حال حرکت است، بین زمان و مسافت طی شده رابطه وجود دارد. بین زمان سوختن شمع و کوتاه شدن آن نیز رابطه ای دیده می شود. در الگوی عددی زیر نیز بین هر جمله و شماره آن رابطه ای هست که به صورت $n \rightarrow 2n$ نمایش داده شده است:

۲	۴	۶	۸	...	$2n$
↓	↓	↓	↓		↓
۱	۲	۳	۴		n

دو چرخه سواری با سرعت ثابت دو متر در ثانیه در حال حرکت است؛ یعنی در هر ثانیه دو متر را طی می کند. جدول زیر را کامل کنید

زمان (ثانیه) x	۰	۱	۱/۵	۲	۳	۳/۵	۴	۵
مسافت (متر) y	۰	۲	۳	۴	۶	۷	۸	۱۰



بین زمان و مسافت طی شده چه رابطه ای هست؟ **مسافت ۲ برابر زمان است.**

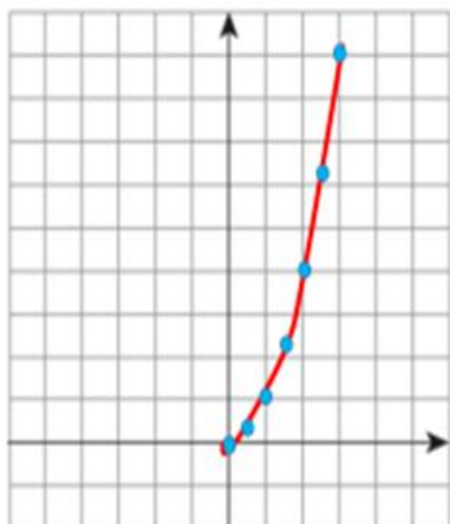
پس از ۱۰۰ ثانیه چه مسافتی طی شده است؟ **۲۰۰ متر**
 اگر x ثانیه بگذرد چه مسافتی طی شده است؟ **۲ برابر x یعنی ۲x**
 زوج عددهایی را که در جدول به دست آوردید به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نشان دهید و نمایش هر نقطه را روی نمودار مشخص کنید؛ این نقطه ها چه ویژگی مشترکی دارند؟ **در یک راستا هستند.**
 اگر این نقطه ها را به هم وصل کنیم چه شکلی به دست می آید؟ **یک خط**

۱- اگر طول ضلع یک مربع را با x و محیط آن را با y نشان دهیم، چه رابطه ای بین x و y هست؟

ضلع (x) →	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	x
محیط (y) →	۴	۸	۱۲	۱۶	۴۰۰	4x

$y = 4x$

۲- اگر طول ضلع یک مربع را با x و مساحت مربع را با y نشان دهیم، بین x و y چه رابطه ای هست؟ پس از کامل کردن جدول زیر، هر نقطه را روی نمودار پیدا کنید.



ضلع x (سانتیمتر)	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
مساحت y (مربع سانتیمتر)	۰	۰/۲۵	۱	۲/۲۵	۴	۶/۲۵	۹
نقطه ها	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0/5 \\ 0/25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/5 \\ 2/25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2/5 \\ 6/25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}$

خیر
 آیا این نقطه ها هم روی یک خط راست قرار گرفتند؟

۱- معادله $y = -x + 10$ چند پاسخ دارد؟ پنج پاسخ آن را به صورت زیر بنویسید:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases}$$

توضیح دهید چگونه پاسخ‌های مختلف این معادله را می‌توان پیدا کرد.

می‌توان به جای یکی از حروف عددی مختلفی قرار داد و برای معادله جواب‌های زیادی به دست آورد.

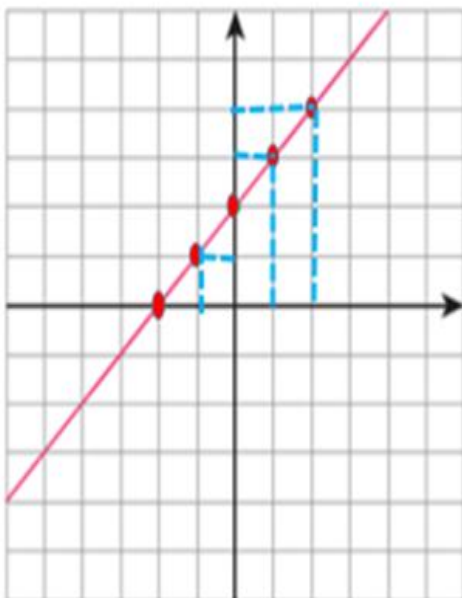
آیا تساوی برای $x = 2$ و $y = 5$ برقرار است؟ **خیر زیرا $5 \neq -2 + 10$**

توضیح دهید چرا این تساوی معادله است و اتحاد نیست؟

زیرا این تساوی به ازاء همه اعداد برقرار نیست.

۲- در شکل زیر نمودار یک خط داده شده است. جدول زیر را با توجه به نمودار خط کامل

کنید.



x (طول نقطه)	۰	۱	-۱	۲	-۲
y (عرض نقطه)	۲	۳	۱	۴	۰
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

عرض همه نقطه‌های خط ۲ واحد از طول نقطه‌ها بیشتر است.

بین طول و عرض نقطه‌ها چه رابطه‌ای هست؟ این رابطه را به صورت یک معادله بنویسید.

پس معادله خط $y = x + 2$ (یعنی طول نقطه‌ها و y یعنی عرض نقطه‌ها)

$2x - 4y = 12$

۲- پنج جواب برای هر یک از معادله‌های زیر بنویسید.

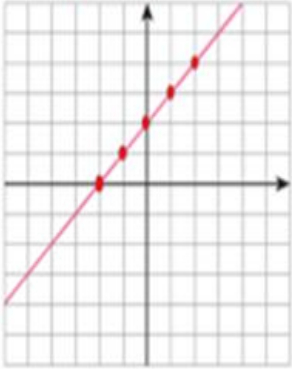
$y = 2x - 1 = 5$ $y = 2x - 1$

$\begin{cases} X = 0 \\ Y = -3 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 4 \\ Y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 8 \\ Y = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 12 \\ Y = 6 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 16 \\ Y = 9 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 3 \\ Y = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 1 \\ Y = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 4 \\ Y = 7 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 0 \\ Y = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} X = 2 \\ Y = 3 \end{cases}$
---	--	--	---	---	--	--	--	---	--

توضیح دهید که پیدا کردن جواب در معادله سمت راست راحت‌تر و سریع‌تر است یا در معادله سمت چپ. **سمت راست راحت‌تر است.**

$2 \times 0 - 4 \times y = 12$ $2 \times 4 - 4 \times y = 12$ $2 \times 8 - 4 \times y = 12$ $2 \times 16 - 4 \times y = 12$

$y = -3$ $y = 0$ $y = 3$



هر معادله به صورت کلی $y = ax + b$ معادله یک خط است؛ زیرا در صورتی که تمام پاسخ‌های آن معادله را به صورت نقطه روی دستگاه مختصات نمایش دهیم، شکل یک خط به دست می‌آید؛ به همین دلیل می‌گوییم x و y با هم رابطه خطی دارند. معادله بالا بیشمار جواب دارد ولی اتحاد نیست.

به عنوان مثال $y = x + 2$ معادله یک خط است که در آن $a = 1$ و $b = 2$ فرض شده است و نمودار آن را در بالا ملاحظه کنید.

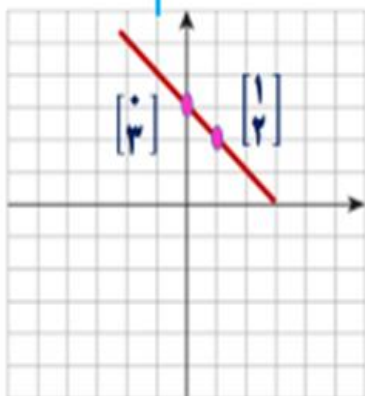
برای رسم یک خط باید در معادله خط به جای x دو عدد دلخواه (مثلاً ۰ و ۱) قرار دهیم و y را حساب کنیم و سپس دو نقطه به دست آمده را در دستگاه مختصات به هم وصل کنیم.

کار در کلاس

۱- نمودار خط‌های با معادله زیر را رسم کنید.

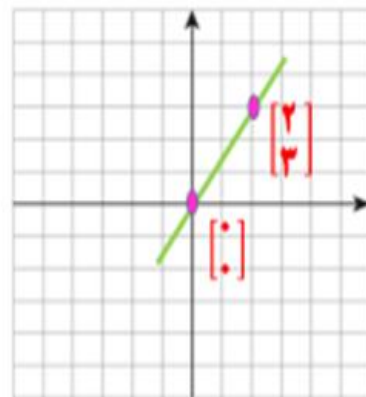
$y = -x + 3$

x	۰	۱
y	$0 + 3 = 3$	$-1 + 3 = 2$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



$y = \frac{3}{2}x$

x	۰	۲
y	$\frac{3}{2} \times 0 = 0$	$\frac{3}{2} \times 2 = 3$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$



اگر معادله ضرب کسری داشت به جای x (۰ و مخرج کسر) را قرار می‌دهیم.

۹۹

۲- آیا خط $y=3x$ از مبدأ مختصات (یعنی نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) می‌گذرد؟ چرا؟

بله، زیرا اگر به جای x عدد صفر را قرار دهیم مقدار y هم صفر می‌شود. $x=0 \Rightarrow y=3 \times 0=0$

۳- اگر در معادله $y=ax$ به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، بیشمار معادله خطی مانند $y=3x$ ، $y=-x$ ، $y=2x$ و ... به دست می‌آید. آیا می‌توان گفت تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؟
بله، زیرا اگر به جای x عدد صفر را قرار دهیم مقدار y هم صفر می‌شود و نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ مبدأ مختصات است.

$y=ax$ صورت کلی معادله خط‌هایی است که از مبدأ مختصات می‌گذرند.

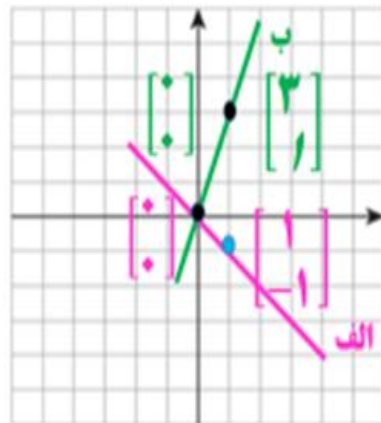
۹۹

فعالیت

۱- در هر مورد دو نقطه از یک خط داده شده است؛ ابتدا خط را رسم کنید و سپس مانند نمونه با توجه به مختصات هر نقطه معادله خط را حدس بزنید.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$y=2x$$



الف) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$y = -x$$

$$y = \frac{1}{3}x$$

۲- در فعالیت ۱ برای هر مورد مختصات دو نقطه دیگر را روی هر خط به دست آورید.

ب $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$

الف $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$

۳- در قسمت (ب) کدام یک از نقطه‌ها با مختصات $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ روی خط قرار دارد؟ $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

چون عرض نقطه‌ها یک سوم طول نقطه‌ها است
دانلود از اپلیکیشن رایگان همیار

۱- مختصات نقطه‌ای به طول ۲ را روی خط $y=2x-1$ پیدا کنید.

با استفاده از نمودار خط

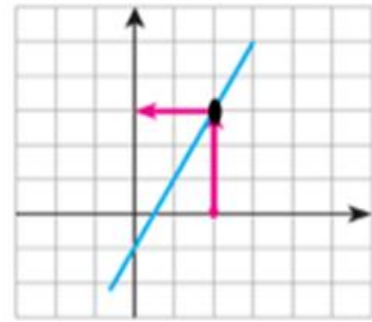
با استفاده از معادله خط

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2 \times 2 - 1$$

$$y = 4 - 1 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۲- مختصات نقطه‌ای به عرض ۳- را روی خط $y = -\frac{1}{2}x + 2$ پیدا کنید.

به جای y عدد ۳- می نویسیم.

$$y = -3 \Rightarrow -3 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow \frac{1}{2}x = 2 + 3 = 5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow \begin{bmatrix} 10 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۳- مختصات محل برخورد خط $y=5x+1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

محل برخورد با محور طول به جای y صفر می نویسیم.

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 5x + 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} \\ 0 \end{bmatrix}$$

محل برخورد با محور عرض به جای x صفر می نویسیم.

$$x = 0 \Rightarrow y = 5 \times 0 + 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

تمرین
برای رسم یک خط باید در معادله خط به جای x دو عدد دلخواه (مثلاً ۰ و ۱) قرار دهیم و y را حساب کنیم و سپس دو نقطه به دست آمده را در دستگاه مختصات به هم وصل کنیم.

اگر معادله ضریب کسری داشت به جای x (۰ و مخرج کسر) را قرار می دهیم.



۱- خط به معادله $y = \frac{1}{2}x + 4$ را رسم کنید.

x	۰	۲
y	$\frac{1}{2} \times (0) + 4 = 4$	$\frac{1}{2} \times (2) + 4 = 5$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

الف) آیا نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی این خط است.

خیر، زیرا اگر به جای x عدد ۲ را قرار دهیم y برابر ۱- نمی شود. $x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \times (2) + 4 = 5$

ب) مختصات نقطه‌های برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

محل برخورد با محور طول $y=0$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow x = -8 \Rightarrow \begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

محل برخورد با محور عرض $x=0$

ج) نقطه‌ای از خط به طول ۱- را پیدا کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \times (0) + 4 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

جای x عدد ۱- را قرار می دهیم.

$$x = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \times (-1) + 4 \Rightarrow y = \frac{7}{2} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

۱۰۱

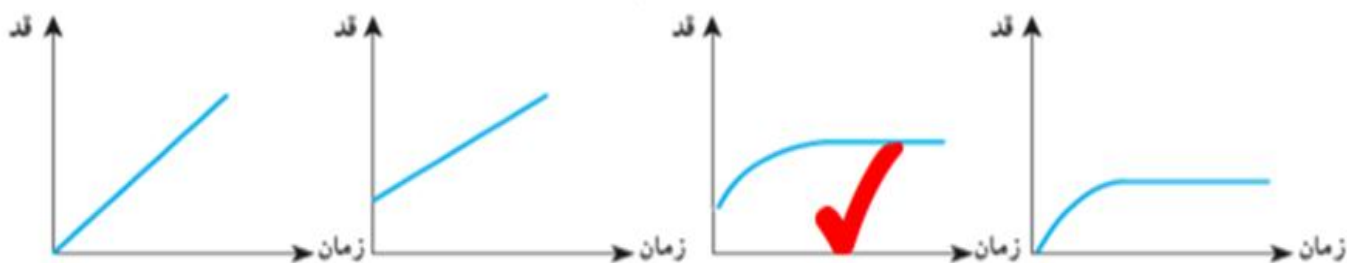
۲- طول یک فنر ۱۰ سانتیمتر است. وقتی وزنه‌ای به جرم x به آن وصل شود، طول فنر از رابطه $y = 0.8x + 10$ پیدا می‌شود. اگر وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم به آن وصل شود، طول فنر چقدر می‌شود؟



$$y = 0.8 \times 5 + 10 = 4 + 10 = 14$$

۱۴ کیلوگرم جرم وزنه

۳- کدام یک از نمودارهای زیر رابطه رشد قد انسان را از هنگام تولد تا بزرگسالی نشان می‌دهد؟ با توجه به وضعیت‌های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید؛ برای مثال بگویید محل برخورد نمودار با محور y به چه معنا است. **نمودار سوم از سمت چپ، هنگام تولد زمان صفر است اما اندازه قد صفر نیست.**



۱۰۱

۴- دو نقطه از یک خط داده شده است؛ معادله خط را حدس بزنید.

الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$y = 3x$
طول ۳ برابر عرض است.

ب) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$y = 2x - 1$
طول را ۲ برابر می‌کنیم و یک واحد کم می‌کنیم.

ج) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ $y = 3x + 1$

طول را ۳ برابر می‌کنیم و یک واحد اضافه می‌کنیم.

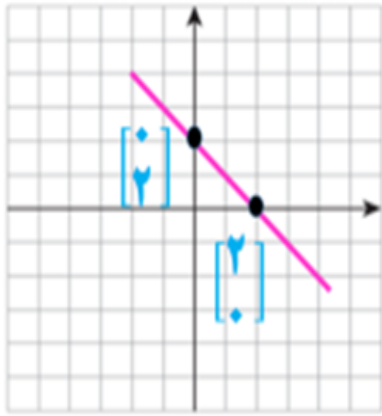
۵- مختصات محل برخورد خط به معادله $y = -x + 2$ را با محورهای مختصات بیابید.

محل برخورد با محور طول به جای y صفر می‌نویسیم. $y = 0 \Rightarrow 0 = -x + 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

محل برخورد با محور عرض به جای x صفر می‌نویسیم. $x = 0 \Rightarrow y = -0 + 2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

۶- مختصات نقطه‌ای از خط به معادله $y = -\frac{3}{5}x + 4$ را بیابید که طول آن نقطه ۵ باشد.

به جای x عدد ۵ را می‌نویسیم. $x = 5 \Rightarrow y = -\frac{3}{5} \times 5 + 4 = -3 + 4 = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$



۷- خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ را رسم کنید.

X	۰	۲
Y	$-\frac{1}{4} \times (۰) + 2 = 2$	$-\frac{1}{4} \times (۲) + 2 = ۰$
$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$

آیا نقطه $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟ نقطه‌ای به طول ۱- از این خط پیدا کنید.

$x = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \times (-1) + 2 = 2/5$ $\begin{bmatrix} -1 \\ 2/5 \end{bmatrix}$ $y = -\frac{1}{4} \times (-2) + 2 = 3$

نقطه‌ای به عرض ۲- از این خط پیدا کنید.

به جای y عدد ۲- را می‌نویسیم. $y = -2 \Rightarrow -2 = -\frac{1}{4}x + 2 \Rightarrow -4 = -\frac{1}{4}x \Rightarrow x = ۸ \Rightarrow \begin{bmatrix} ۸ \\ -2 \end{bmatrix}$

محل برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

محل برخورد با محور طول به جای y صفر می‌نویسیم. $y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{4}x + 2 \Rightarrow x = ۴ \Rightarrow \begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$

محل برخورد با محور عرض به جای x صفر می‌نویسیم. $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \times (0) + 2 = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} ۰ \\ 2 \end{bmatrix}$

درس دوم: شیب خط و عرض از مبدأ

فعالیت

۱- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه محور مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

$\begin{array}{c|c} x & \\ \hline y & \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array}$ الف) $y = \frac{1}{4}x$

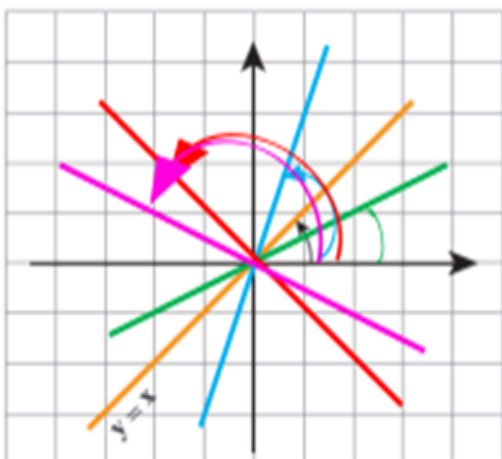
ب) $y = x$

$\begin{array}{c|c} x & \\ \hline y & \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array}$ ج) $y = 3x$

$\begin{array}{c|c} x & \\ \hline y & \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array}$ د) $y = -x$

$\begin{array}{c|c} x & \\ \hline y & \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array}$ ه) $y = -2x$

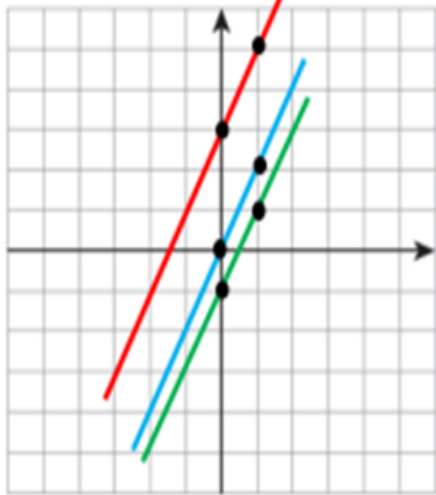
$\begin{array}{c|c} x & \\ \hline y & \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array}$



تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرد؛ تفاوت آنها در چیست؟ زاویه هر خط را مانند نمونه با قسمت مثبت محور طول‌ها مشخص کنید. در خط‌های الف، ب و ج چه رابطه‌ای بین ضریب x و این زاویه وجود دارد؟ هر چه ضریب x بزرگتر باشد، زاویه هم بزرگ‌تر است. خط‌های د و ه چه نوع زاویه‌ای با جهت مثبت محور

x می‌سازد؟ زاویه باز

۱۰۲



$$y=2x-1$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$y=2x$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y=2x+3$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۲- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

در معادله این خط‌ها ضریب x برابر با ۲ است که به آن شیب خط می‌گوییم. تفاوت خط‌ها در چیست؟ زاویه خط‌ها را با محور x‌ها با هم مقایسه کنید؛ چرا این خط‌ها با هم موازی هستند؟ **چون ضریب x آن‌ها برابر است.** بین محل برخورد خط با محور عرض‌ها و عدد ثابت معادله چه رابطه‌ای می‌بینید؟

خط‌ها محور عرض را در عدد ثابت قطع می‌کنند.

عرض از مبدأ شیب

$$y = ax + b$$

در معادله خط $y = ax + b$ ، عدد a ، شیب خط نامیده می‌شود. با تغییر a زاویه خط با محور طول‌ها تغییر می‌کند. عدد b نشان‌دهنده محل برخورد خط با محور عرض‌ها است؛ به همین دلیل به آن عرض از مبدأ می‌گویند.

به عنوان مثال در خط به معادله $y = -3x + 2$ ، عرض از مبدأ ۲ و شیب خط، -۳ است.

کار در کلاس

۱۰۳

عرض از مبدأ شیب

$$y = ax + b$$

۱- در هر یک از معادله‌های زیر، شیب و عرض را از مبدأ خط مشخص کنید.

عرض از مبدأ ۱ عرض از مبدأ ۰ عرض از مبدأ -۴

$y = -3x + 1$ $y = -\frac{2}{3}x$ $y = 2x - 4$

شیب -۳ شیب $-\frac{2}{3}$ شیب ۲

۲- معادله خطی بنویسید که:

الف) شیب آن -۲ و عرض از مبدأ آن -۱ باشد. $y = -2x - 1$

ب) شیب آن $\frac{1}{4}$ باشد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند. $y = \frac{1}{4}x + 3$

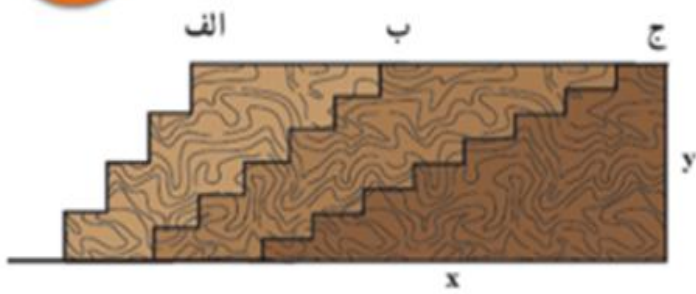
ج) با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ بگذرد. $y = 2x + 4$

۳- معادله خطی بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$y = ax + b \rightarrow y = 2x + b \rightarrow 2 = 2 \times 1 + b \rightarrow b = 2 - 2 = 0 \rightarrow y = 2x$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 ۲ ۲ ۱ ۲ ۰

$y = 2x + 0$



۱- در این تصویر، سه نوع راه پله می بینید؛ در هر سه مورد ارتفاعی که بالا می روید یکسان است.

کدام راه پله شیب بیشتری دارد؟ **راه پله الف** کدام یک، تعداد پله بیشتری دارد؟ **راه پله ج**

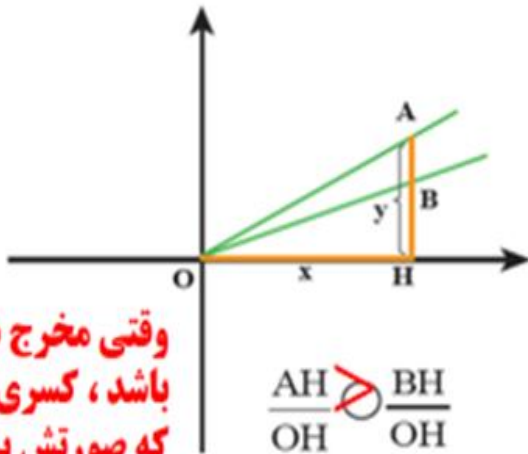
بالاتر رفتن از کدام یک راحت تر است؟ **راه پله ج** ۲- در محورهای مختصات مقابل، کدام خط شیب بیشتری دارد؟

خطی که از نقاط O و A گذشته است. نقطه های A و B طول ثابتی دارند ولی عرض آنها متفاوت است.

کدام یک از دو نسبت زیر بزرگ تر است؟ چرا؟

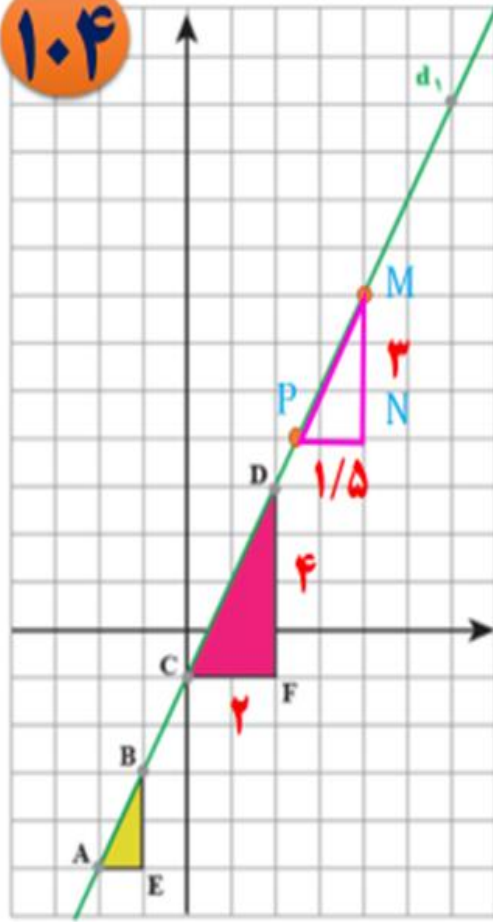
این دو نسبت چه ارتباطی با شیب خط ها دارد؟

شیب خطی که از B گذشته و $\frac{AH}{OH}$ شیب خطی که از A گذشته است.



$$\frac{AH}{OH} > \frac{BH}{OH}$$

وقتی مخرج دو کسر برابر باشد، کسری بزرگتر است که صورتش بزرگتر باشد.



۳- روی خط d_1 به معادله $y = 2x - 1$ دو نقطه دلخواه مثل A و B در نظر گرفته ایم. با توجه به مثلث قائم الزاویه ایجادشده، شیب خط را به دست آورده ایم.

$$\text{شیب خط } d_1 = \frac{EB}{EA} = \frac{2}{1} = 2$$

برای دو نقطه C و D نیز با توجه به مثلث رسم شده،

$$\text{شیب خط} = \frac{DF}{FC} = \frac{4}{2} = 2$$

شیب خط را پیدا کنید.

دو نقطه دلخواه دیگر روی خط در نظر بگیرید و با رسم یک مثلث قائم الزاویه شیب خط را دوباره پیدا کنید.

$$\text{شیب خط} = \frac{MN}{NP} = \frac{3}{1/5} = 2$$

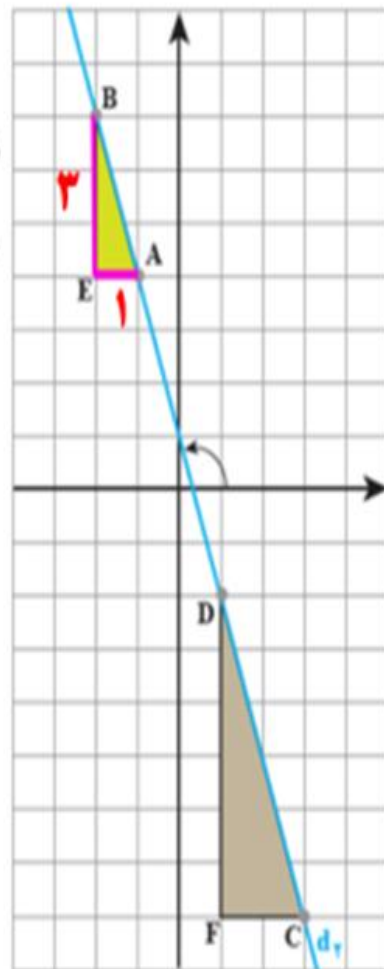
۱۰۴

۴- خط d_7 با محور طول، زاویه بزرگ‌تر از 90° می‌سازد؛ پس شیب خط، منفی می‌شود. با توجه به مثلث‌های رسم شده مقدار شیب خط d_7 را پیدا کنید.

$$d_7 \text{ شیب خط} = -\frac{EB}{EA} = -\frac{3}{1} = -3$$

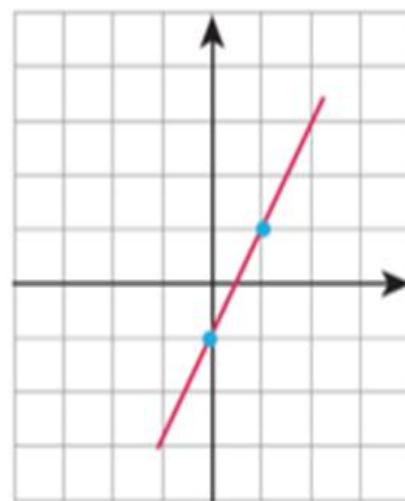
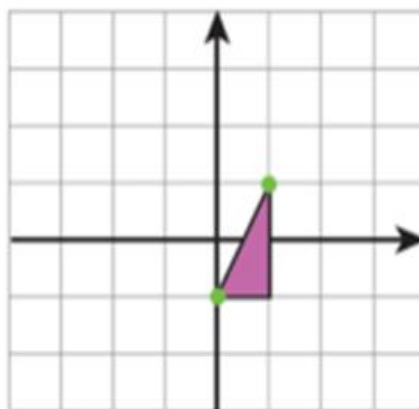
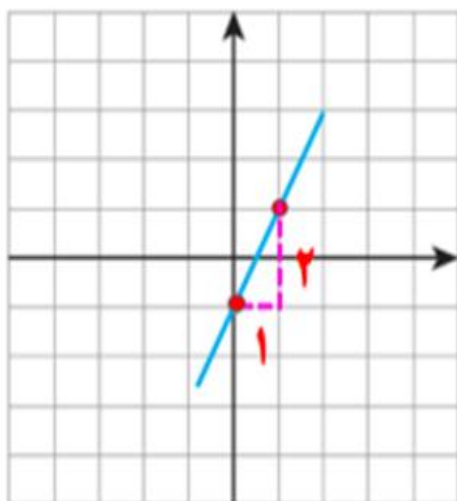
خط d_7 محور عرض‌ها را در نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ قطع کرده است یا عرض از مبدأ آن ۱ است. معادله خط d_7 را بنویسید.

$$y = -3x + 1$$



۱۰۴

۵- با توجه به این بیان از شیب خط در زیر مراحل رسم معادله خط $y = 2x - 1$ با روش دیگری مشخص شده است؛ این روش را توضیح دهید.



(۱) خط از این نقطه می‌گذرد. (۲) با توجه به مقدار شیب نقطه دیگر پیدا می‌شود. (۳) با داشتن دو نقطه خط رسم می‌شود.

خطی که از این دو نقطه می‌گذرد رسم می‌کنیم. با توجه به شیب خط نقطه دیگر را پیدا می‌کنیم. (در این مثال $2 = \frac{2}{1}$ شیب) عرض از مبدأ را روی دستگاه پیدا می‌کنیم. (در این مثال -1)

$$y = 2x - 1$$

۱ واحد به سمت راست ۲ واحد به سمت بالا



۱- نقطه‌های $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید و خطی را رسم کنید که از این دو نقطه می‌گذرد.

روی خط، دو نقطه انتخاب کنید و مختصات آنها را بنویسید.

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

اگر نقطه دیگری روی این خط در نظر بگیریم، طول آن برابر است با: ۲

یک نقطه دلخواه به طول ۲ بنویسید و روی محور مختصات نشان دهید: $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$
تمام نقطه‌ها به طول ۲ روی خط بالا قرار می‌گیرد و معادله آن به صورت $x=۲$ است.

۲- صورت کلی معادله‌های خطی به صورت $ax+by=c$ است.

الف) با توجه به مقدارهای نوشته شده، معادله خط را بنویسید: کدام خط از مبدأ می‌گذرد؟

$a=۲, b=۳, c=۴ \rightarrow ۲x+۳y=۴$

$a=-۱, b=۲, c=۰ \rightarrow -۱x+۲y=۰$

خطی که عدد ثابت C برابر صفر باشد از مبدأ مختصات می‌گذرد.

ب) با توجه به خط‌های داده شده، مقدارهای a، b و c را پیدا کنید.

$-۳x+۲y=۲ \rightarrow a=-۳ \quad b=۲ \quad c=۲$

$y=۲x+۱ \rightarrow a=-۲ \quad b=۱ \quad c=۱$

ج) برای خط $x=۲$ مقدارهای a، b و c را بنویسید.

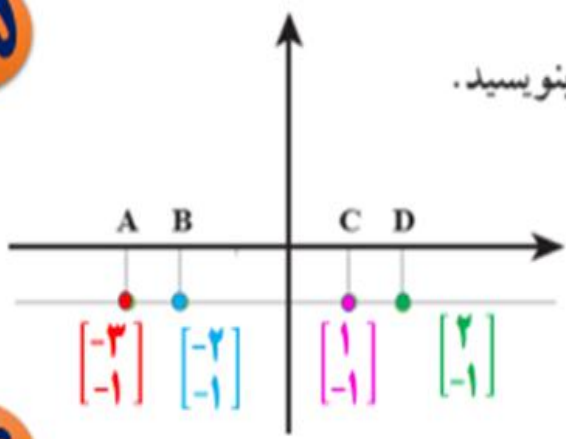
$$ax + by = c \rightarrow x = ۲$$

↓ ↓ ↓

۱ ۰ ۲

۱۰۵

۳- مختصات نقطه‌های مشخص شده را روی خط بنویسید.



$$A = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱۰۶

این نقطه‌ها چه ویژگی مشترکی دارند؟ **عرض همه نقطه‌ها -۱ است**

معادله خط رسم شده را بنویسید. $y = -1$

در فرم کلی معادله‌های خطی به جای a , b و c چه عددی قرار دهیم تا معادله خط رسم شده به دست آید؟

$$ax + by = c$$

↓ ↓ ↓

• ۱ -۱

$y = -1$

۱۰۶

۴- مانند نمونه برای خط‌های داده شده شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنید.

عرض از مبدأ شیب

$$2y - 4x = 8 \rightarrow 2y = 4x + 8 \rightarrow y = \frac{4}{2}x + \frac{8}{2} \rightarrow y = 2x + 4$$

شیب عرض از مبدأ

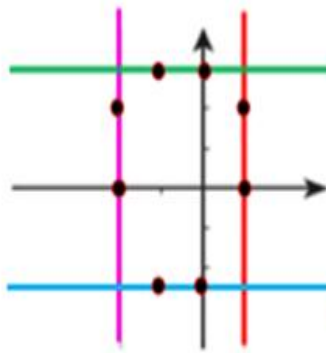
$$3x - 2y = 6 \rightarrow -2y = -3x + 6 \rightarrow y = \frac{-3}{-2}x + \frac{6}{-2} \rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3$$

شیب عرض از مبدأ

$$x + 3y - 9 = 0 \rightarrow 3y = -x + 9 \rightarrow y = \frac{-1}{3}x + \frac{9}{3} \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 3$$

شیب عرض از مبدأ

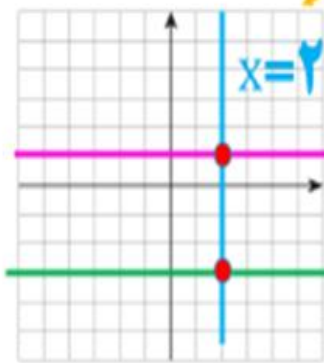
۱- معادله‌های خط‌های رسم شده را در دستگاه مختصات مقابل $y=3$ کنار هر کدام بنویسید.



۲- از برخورد دو خط $y=-3$ و $x=2$ کدام نقطه به دست می‌آید؟

$x = -2$ $x = 1$

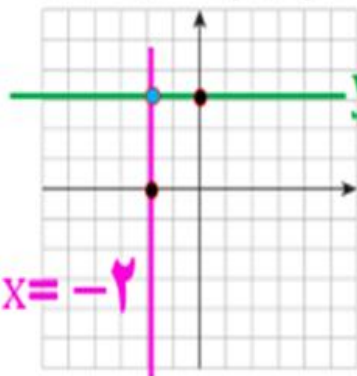
۳- معادله خطی بنویسید که موازی محور x ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ بگذرد.



$y = 1$
 $y = -3$

تمرین

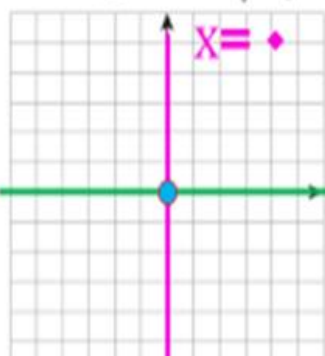
۱- خط‌های به معادله $y=3$ و $x=-2$ را رسم و مختصات محل برخورد آنها را پیدا کنید. زاویه



بین این دو خط چند درجه است؟ **۹۰ درجه**

نقطه برخورد دو خط $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

۲- معادله محور طول‌ها و محور عرض‌ها را بنویسید؛ محل برخورد آنها چه نقطه‌ای است؟



معادله محور عرض‌ها

معادله محور طول‌ها $y=0$

نقطه برخورد محورهای مختصات

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۱۰۶

۳- شیب و عرض از مبدأ خط‌های زیر را پیدا و سپس آن خط‌ها را رسم کنید.

$$2y - 2x = 6$$

$$2y = 2x + 6$$

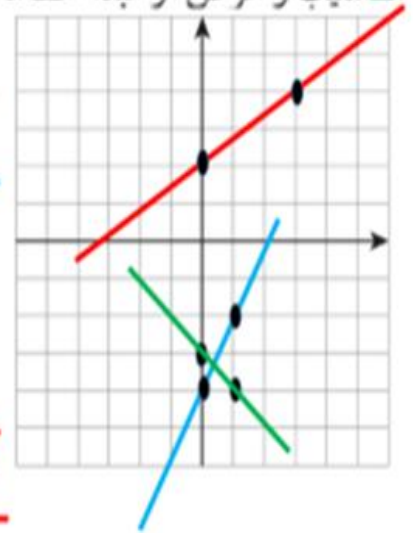
$$y = \frac{2}{3}x + \frac{6}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

شیب $\frac{2}{3}$

عرض از مبدأ ۲

x	۰	۳
y	۰+۲=۲	۲+۲=۴
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$



$$2x - 2y = 8$$

$$-2y = -2x + 8$$

$$y = \frac{4}{2}x + \frac{8}{-2}$$

$$y = 2x - 4$$

شیب ۲

عرض از مبدأ -۴

x	۰	۱
y	۰-۴=-۴	۲-۴=-۲
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

$$2x - y = 3$$

$$-y = 2x + 3$$

$$y = \frac{2}{-1}x + \frac{3}{-1}$$

$$y = -2x - 3$$

شیب -۲

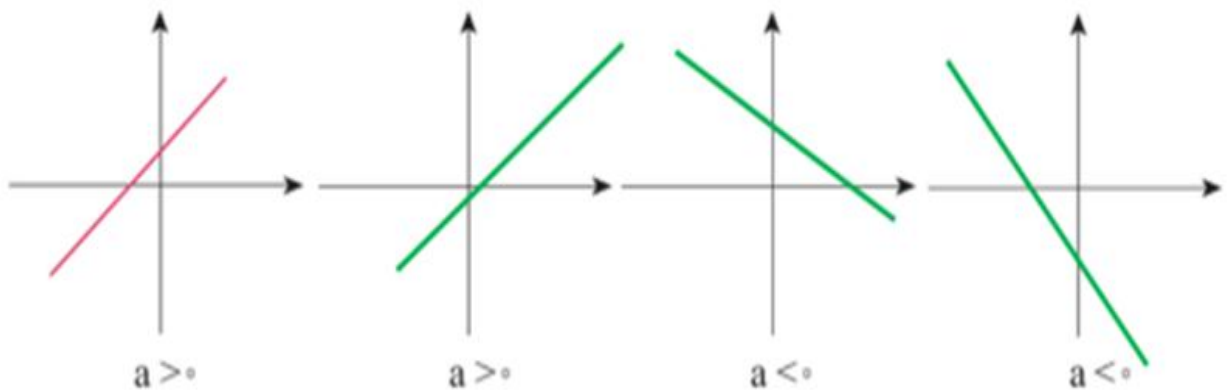
عرض از مبدأ -۳

x	۰	۱
y	۰-۳=-۳	-۲-۳=-۵
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix}$

۱۰۷

۴- خط $y = ax + b$ را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت‌های مورد نظر، خط را مانند نمونه در

دستگاه مختصات رسم کنید.

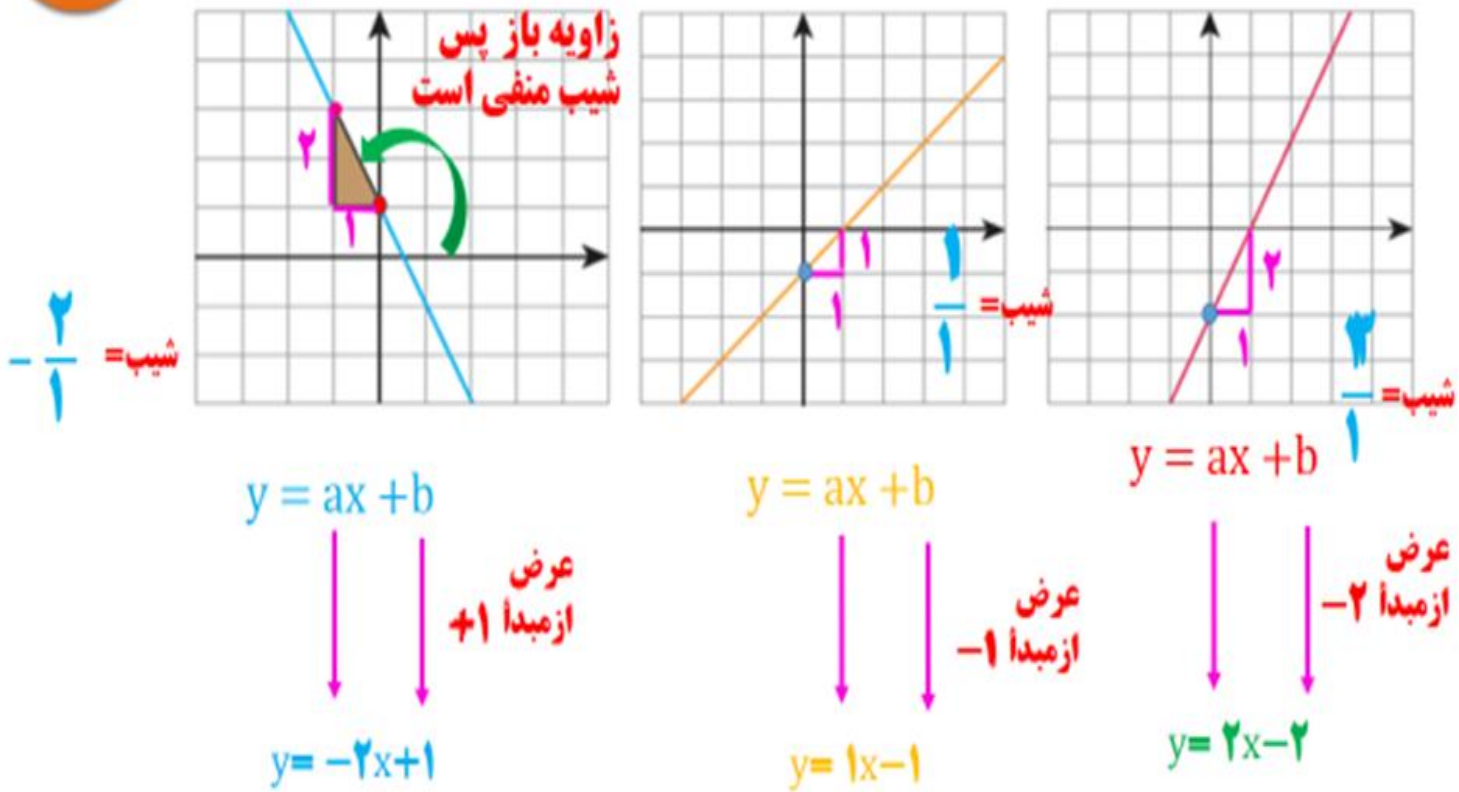


نکته: اگر شیب خط مثبت باشد ($a > 0$) خط با محور طول‌ها زاویه تند می‌سازد. و اگر شیب خط منفی باشد ($a < 0$) خط با محور طول‌ها زاویه باز می‌سازد.

نکته: اگر عرض از مبدأ خط مثبت باشد ($b > 0$) خط با محور عرض‌ها در قسمت مثبت قطع می‌سازد. و اگر عرض از مبدأ خط منفی باشد ($b < 0$) خط محور عرض‌ها در قسمت منفی قطع می‌سازد.

۵- معادله خط‌های زیر را بنویسید.

۱۰۷



۱۰۷

۶- معادله خطی بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$2y - 4x = +5$$

$$y = ax + b \rightarrow y = 2x + b \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow -1 = 2 \times 1 + b \rightarrow b = -3 \quad y = 2x - 3$$

۷- با توجه به شکل مقابل نشان دهید.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$AB = y_2 - y_1 \quad \text{و} \quad BC = x_2 - x_1$$

$$\text{شیب خط} = \frac{AB}{BC} \rightarrow \text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

۸- دو نقطه از یک خط هستند؛ شیب خط را پیدا کنید و معادله خط را بنویسید.

$$\text{شیب خط} = \frac{2 - (-1)}{3 - 4} = \frac{3}{-1}$$

$$y = ax + b \rightarrow y = -3x + b$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow 2 = -3 \times 3 + b \rightarrow b = 11$$

$$y = -3x + 11$$

دانلود از اپلیکیشن رایگان همیار

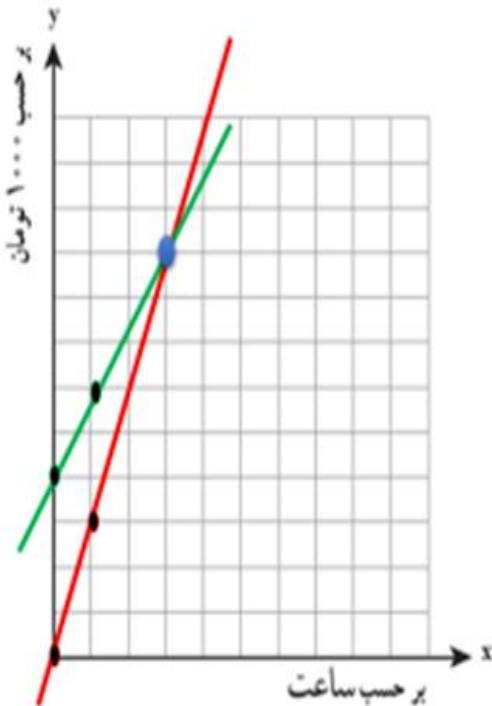
۱- هزینه اشتراک یک خط اینترنت روی تلفن همراه ۳۰۰۰ تومان مبلغ ثابت و ۲۰۰۰ تومان برای هر ساعت استفاده است. هزینه کلی x ساعت استفاده از اینترنت را با y نشان دهید و رابطه ای بین x و y بنویسید.

$$y = 2000x + 3000$$

x	۰	۱
y	۳۰۰۰	۵۰۰۰

$$y = 3000x$$

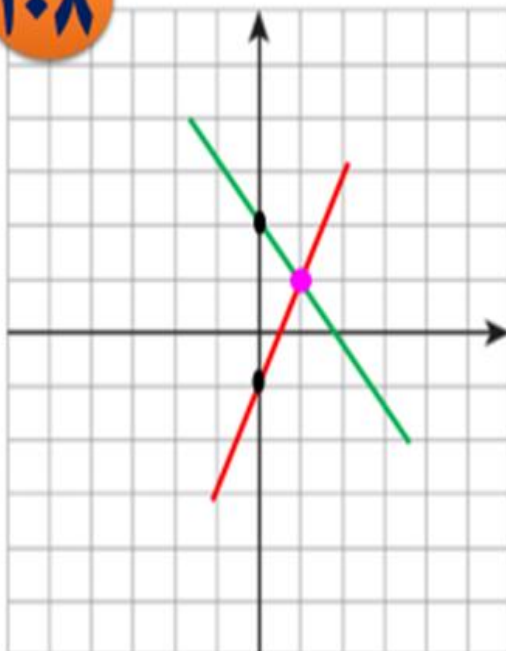
x	۰	۱
y	۰	۳۰۰۰



یک نوع دیگر از اشتراک اینترنت بدون مبلغ ثابت است؛ ولی برای هر ساعت استفاده، ۳۰۰۰ تومان هزینه دارد. رابطه ای بین هزینه اشتراک (y) و x ساعت استفاده از اینترنت را در این حالت بنویسید.

دو خط به معادله های فوق را در دستگاه مختصات مقابل رسم کنید. محل برخورد این دو خط چه ویژگی ای دارد؟ برای $1/5$ ساعت استفاده، کدام نوع اشتراک بهتر است؟ بعد از چند ساعت استفاده

از اینترنت، اشتراک نوع اول به صرفه خواهد بود؟ **بعد از ۳ ساعت**



بی شمار

۲- معادله $y = 2x - 1$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید.

x	۰	۱
y	-۱	۱

بی شمار

معادله $y = -x + 2$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید.

x	۰	۱
y	۲	۱

توضیح دهید چگونه یک جواب مشترک برای این دو معادله پیدا می کنید.

نقطه ای که دو خط همدیگر را قطع می کنند جواب مشترک دو معادله است.

جواب مشترک
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

۱۰۹

با رسم خط‌ها، دستگاه معادله‌های خطی زیر را حل کنید؛ یعنی یک جواب مشترک برای دو

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

x		۰	۱
y		-۱	۰

معادله پیدا کنید. $\frac{1}{5}$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

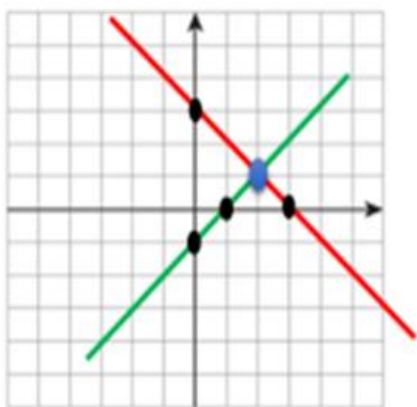
x		۰	$\frac{1}{5}$
y		-۳	۰

جواب مشترک

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

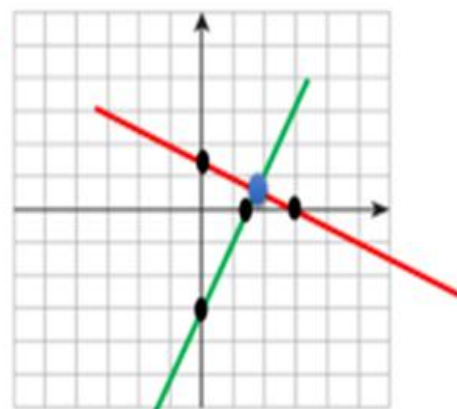
x		۰	۳
y		۳	۰

x		۰	۳
y		$\frac{1}{5}$	۰



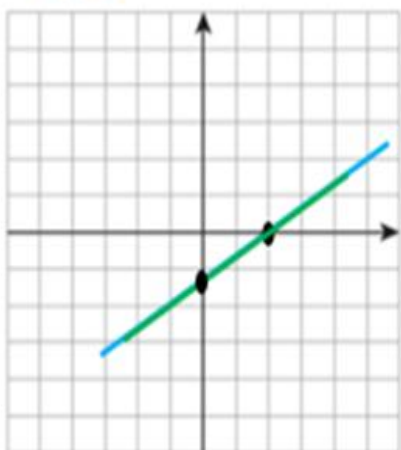
جواب مشترک

$$\begin{bmatrix} 1/8 \\ 0/6 \end{bmatrix}$$



۱۰۹

فعالیت



x		۰	۲
y		۴	۰
		-۳	

۱- خط $2x - 3y = 4$ را رسم کنید.

خط به معادله $4x - 6y = 8$

که در آن تمام عددهای معادله بالا دو برابر شده است را رسم کنید.

x		۰	۲
y		۴	۰
		-۳	

الف) آیا خط جدیدی به دست آمد؟ **خیر**

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 6y = 8 \end{cases}$$

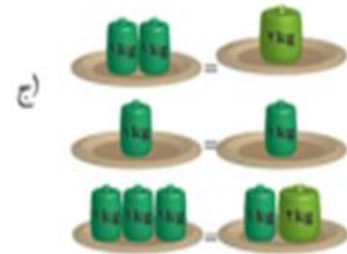
ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر تمام ضرایب‌های عددی یک معادله

خط را در یک عدد ضرب کنیم معادله به دست آمده با معادله قبلی برابر است.

ج) آیا می‌توان گفت این دستگاه معادله خطی بی‌شمار جواب

دارد؟ چرا؟ **بله، زیرا دو خط روی هم منطبق هستند و بی‌شمار نقطه مشترک دارند.**

۲- به مثال‌های زیر توجه کنید :



۱۱۰

$$\begin{array}{r} 2=2 \\ \text{الف) } +5=5 \\ \hline 7=7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x=x \\ \text{ب) } +2x=2x \\ \hline 3x=3x \end{array}$$

از این مثال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر دو طرف دو تساوی را با هم جمع کنیم، **با هم مساوی اند.**

۳- با توجه به نتیجه‌هایی که از سؤال‌های بالا گرفتید، توضیح دهید که چگونه دستگاه معادله‌های

زیر حل شده است. در هر قسمت مشخص کنید از کدام نتیجه استفاده شده است.

$$\begin{array}{l} \text{الف) } \begin{cases} x-y=1 \\ x+y=3 \end{cases} \\ \hline 2x=4 \quad \boxed{x=2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ب) } \begin{cases} 2x-y=3 \\ x+2y=4 \end{cases} \\ \hline 5x=10 \quad \boxed{x=2} \end{array}$$

دو طرف معادله‌ها با هم جمع شده اند.

جواب دستگاه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$: $2+2y=4 \quad 2y=2 \rightarrow \boxed{y=1}$

جواب دستگاه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$: $2+y=3 \rightarrow \boxed{y=1}$

یکی از راه‌های حل کردن دستگاه معادله‌های خطی، حذف کردن x یا y است تا به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ نام این روش، حذفی است.

۱۱۰

کار در کلاس

دستگاه‌های معادله‌های خطی زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{l} 1) \begin{cases} x-y=3 \\ 4x+2y=6 \end{cases} \\ \hline \begin{cases} 2x-2y=6 \\ 4x+2y=6 \end{cases} \\ \hline 6x=12 \quad x=2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{قرار می‌دهیم:} \\ \text{یکی از معادله‌ها} \\ \text{را به جای } x \text{ در} \end{array} \quad \begin{array}{l} x-y=3 \\ 2-y=3 \\ -y=3-2=1 \\ y=-1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ جواب}$$

$$\begin{array}{l} 2) \begin{cases} 3x-5y=1 \\ 2x+3y=7 \end{cases} \\ \hline \begin{cases} 9x-15y=3 \\ 10x+15y=35 \end{cases} \\ \hline 19x=38 \quad x=2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{قرار می‌دهیم:} \\ \text{یکی از معادله‌ها} \\ \text{را به جای } x \text{ در} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3x-5y=1 \\ 3 \times 2 - 5y=1 \\ -5y=1-6=-5 \\ y=+1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ جواب}$$

$$\begin{array}{l} 3) \begin{cases} 3x+2y=50 \\ 2x+2y=35 \end{cases} \\ \hline \begin{cases} 3x+2y=50 \\ -2x-2y=-35 \end{cases} \\ \hline 1x=15 \quad x=15 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{قرار می‌دهیم:} \\ \text{یکی از معادله‌ها} \\ \text{را به جای } x \text{ در} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3x+2y=50 \\ 3 \times 15 + 2y=50 \\ 2y=50-45=5 \\ y=+2/5 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 15 \\ 2/5 \end{bmatrix} \text{ جواب}$$

۱- دستگاه معادله‌های خطی زیر را به روش دیگری نیز می‌توان حل کرد.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

(راهنمایی: هدف این است که به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ بنابراین مقدار y را از معادله پایین در معادله بالا قرار دهید تا یک معادله یک مجهولی به دست آید؛ نام این روش، جایگزینی است).

$$2x - 3\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) = 5$$

$$2x - 1x + 2 = 5$$

$$1x = 5 - 2 = 3$$

$$x = 3$$

۳ را به جای x در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 2 \times 3 - 3y = 5 \\ -3y = 5 - 6 = -1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

جواب $\begin{bmatrix} 3 \\ -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

۲- «طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتیمتر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتیمتر باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.» این مسئله توسط سه دانش‌آموز حل شده است. روش‌های هر کدام را توضیح دهید و کامل کنید.

روش ۱: $2x - 3$: طول مستطیل و x : عرض مستطیل

محیط $= 2(x + 2x - 3) = 24 \rightarrow 2x + 4x - 6 = 24 \quad 6x = 30 \quad x = +5$

روش ۱: $y = 2 \times 5 - 3 = 7$

جواب $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$

روش ۲: y : طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2(x + y) = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + 2y = 24 \end{cases}$$

$$-3y = -21 \quad y = +7$$

۷ را به جای y در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 7 = 2x - 3 \\ -2x = -10 \\ x = +5 \end{cases}$$

جواب $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$

روش ۳: x : طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2(x + y) = 24 \end{cases} \rightarrow 2(x + 2x - 3) = 24$$

راه حل مثل روش ۱ است.

بین روش‌های اول و سوم چه شباهتی هست؟ هر دو روش یکی هستند.

دستگاه‌های زیر را به روش جایگزینی حل کنید.

$$1) \begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases}$$

$$x = 3y + 7$$

$$2(3y + 7) - 7y = 15$$

$$6y + 14 - 7y = 15$$

$$-1y = 15 - 14 = 1$$

$$y = 1$$

ارائه جای y در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم.

$$x = 3y + 7$$

$$x = 3 \times 1 + 7 = 10$$

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ جواب}$$

$$2) \begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x + \frac{1}{3}y = 8 \end{cases}$$

$$y = 3x - 6$$

$$2x + \frac{1}{3}(3x - 6) = 8$$

$$2x + x - 2 = 8$$

$$3x = 8 + 2 = 10$$

$$x = \frac{10}{3}$$

ارائه جای x در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم.

$$y = 3x - 6$$

$$y = 3 \times \frac{10}{3} - 6 = 17$$

$$\begin{bmatrix} \frac{10}{3} \\ 17 \end{bmatrix} \text{ جواب}$$

دستگاه‌های زیر را حل کنید.

$$1) \begin{cases} 2(x - y) + 3y = 4 \\ 3x - 2(2x - y) = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 2y + 3y = 4 \\ 3x - 4x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$2x \times \begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -2x + 4y = 14 \end{cases}$$

$$5y = 18 \quad y = \frac{3}{6}$$

ارائه جای y در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم.

$$2x + y = 4$$

$$2x + \frac{3}{6} = 4$$

$$2x = 4 - \frac{3}{6} = \frac{21}{6}$$

$$x = \frac{7}{4}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{4} \\ \frac{3}{6} \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{3} = \frac{1}{6} \\ x + y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 3 - 2y - 2 = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$2x \times \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$5x = 14 \quad y = \frac{2}{8}$$

ارائه جای y در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم.

$$x + y = 4$$

$$x + \frac{2}{8} = 4$$

$$x = 4 - \frac{2}{8} = \frac{30}{8}$$

$$x = \frac{15}{4}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{15}{4} \\ \frac{2}{8} \end{bmatrix}$$

۲- یک جواب برای x و y طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد.

$$2^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

$$\begin{cases} 2x-y-2=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y=2 \\ x+y=1 \end{cases}$$

نکته: هر عدد (غیر صفر) به توان صفر برابر یک است. باید توان ها را مساوی صفر قرار دهیم تا دو طرف با هم برابر شوند.

$$x+y=1 \quad \underline{3x=3} \quad x=1$$

ارابه جای x در یکی از معادله ها قرار می دهیم.

$$1+y=1$$

$$y=1-1=0$$



۳- معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط $x-y=1$ و $x+y=1$ بگذرد و شیب آن $-\frac{2}{3}$ باشد.

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=1 \end{cases}$$

ارابه جای x در یکی از معادله ها قرار می دهیم.

$$x+y=1$$

$$1+y=1$$

$$y=1-1=0$$



$-\frac{2}{3}$ باشد.

معادله خط

$$y = -\frac{2}{3}x + b \quad \xrightarrow{[!]} \quad 0 = -\frac{2}{3} \times 1 + b \quad -\frac{2}{3} = b \quad y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

۴- در معادله $y=ax+1$ اگر به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، معادله خط های زیادی به دست می آید. به ازای $a=1$ و $a=2$ و $a=-1$ این خط ها را رسم کنید؛ این خطوط چه ویژگی مشترکی دارد؟

$a=1 \quad y=1x+1$

x	0	1
y	1	2

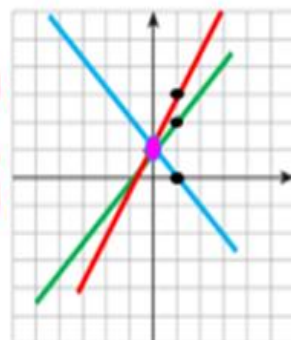
$a=2 \quad y=2x+1$

x	0	1
y	1	3

$a=-1 \quad y=-1x+1$

x	0	1
y	1	0

این سه خط از نقطه $[1, 1]$ می گذرند و عرض از مبدأ هر سه خط $+1$ است.



۵- در یک مزرعه، ۲۰ شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آنها ۵۶ عدد است. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟ (شترمرغ ۲ پا و گاو ۴ پا دارد)

$$-2x \begin{cases} x+y=20 \\ 4x+2y=56 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x-2y=-40 \\ 4x+2y=56 \end{cases}$$

ارابه جای x در یکی از معادله ها قرار می دهیم.

$$x+y=20$$

$$8+y=20$$

$$y=20-8=12$$

۸ گاو
۱۲ مرغ

۱۱۲

۶- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

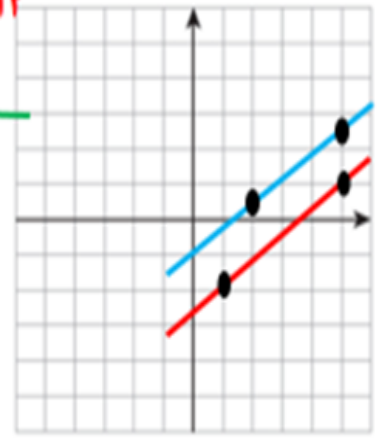
$$2x - 3y = 7 \quad \begin{array}{r|rr} x & 2 & 5 \\ y & -1 & 1 \end{array}$$

$$4x - 6y = 5 \quad \begin{array}{r|rr} x & 2 & 5 \\ y & 0/5 & 2/5 \end{array}$$

$$-2 \times \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 6y = -14 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

$0 \neq -9$

غیر ممکن است پس
دستگاه جواب ندارد.



آیا این دستگاه جواب دارد؟ خیر

شیب هر دو خط را به دست آورید. توضیح دهید چرا نقطه مشترکی به عنوان جواب معادله به دست نمی آید.

$$-3y = -2x + 7 \quad -6y = -4x + 5$$

$$y = \frac{-2}{-3}x + \frac{7}{-3} \quad y = \frac{-4}{-6}x + \frac{5}{-6}$$

$$\text{شیب} \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)x - \frac{7}{3} \quad \text{شیب} \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)x - \frac{5}{6}$$

چون خط ها موازی هستند و
همدیگر را قطع نمی کنند.

۱۱۲

۷- مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و اختلاف آنها ۲۶ سال است.

سن هر یک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.
 $x = \text{سن پدر علی}$
 $y = \text{سن علی}$

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{cases}$$

$$2x = 96 \quad x = 48$$

معادله ها قرار می دهیم.
۴۸ را به جای x در یکی از

$$x + y = 70$$

$$48 + y = 70$$

$$y = 70 - 48 = 22$$

۴۸ سال = سن پدر علی

۲۲ سال = سن علی