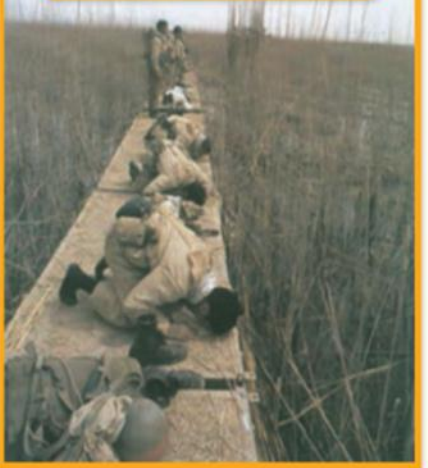


ریاضی : نهم

فصل هفتم : عبارت های گویا

صفحه : ۱۱۳ تا ۱۲۹

تهیه کننده : احمد فرخ وند



پل هانگش اساسی در زندگی انسان دارند. انواع مختلفی از پل ها وجود دارند و در موارد زیادی نیروهای وارد بر آنها از فرمول هایی به دست می آید که با یک عبارت گویا بیان می شوند. مثلاً در مورد پل های هانگش پاره پاره محاسباتی از دستور $2 + \frac{150}{L+150}$ به دست می آید که در آن L طول بازگشایی شده بر حسب متر است.

۱۱۳

۱۱۴

درس اول: معرفی و ساده کردن عبارت های گویا

مسئله

طول مستطیلی ۴ سانتیمتر از عرض آن بیشتر است. اگر نسبت عرض به طول این مستطیل $\frac{2}{3}$ باشد، طول و عرض آن را به دست آورید.

اگر x را عرض مستطیل در نظر بگیریم، طول آن $x+4$ است و نسبت عرض به طول را می توان

$$\frac{x}{x+4} = \frac{2}{3} \quad \text{با نمایش داد، بنابراین: طول } = 12 \quad \text{عرض } = 8 \Rightarrow x = 8 \quad 3x = 2x + 8$$

عبارت $\frac{x}{x+4}$ را، که نسبت دو چند جمله ای است، عبارت گویا می نامیم.

به طور کلی هر عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشد.

از عبارت‌های گویا در ریاضیات، علوم، پزشکی، مهندسی، اقتصاد و بسیاری از زمینه‌های دیگر استفاده می‌شود؛ به‌طور مثال سرعت متوسط اتومبیلی که مسیری را با سرعت v_1 طی کرده و سپس از همان مسیر با سرعت v_2 بازگشته است، از رابطه $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$ به‌دست می‌آید که عبارت گویای جبری است. برخی از مثال‌های دیگر از این قرار است:

۱۱۴

$$\frac{a+b}{2}$$

میانگین حسابی دو عدد
a و b

$$\frac{2k}{v^2}$$

محاسبه جرم یک جسم با
سرعت v و انرژی جنبشی k

با توجه به تعریف بالا عبارت‌های زیر گویا هستند:

$$\frac{2x-5}{5x^3-2x^2+1} \text{ و } \frac{x+5}{x-1} \text{ و } \frac{-a}{4} \text{ و } \frac{2}{5} \text{ و } \frac{x-3}{4} \text{ و } \frac{x}{y} \text{ و } \frac{x^2-\sqrt{3}x+1}{9xy}$$

$$\frac{1}{x} \text{ و } \frac{10}{x+2} \text{ و } \frac{3x+\sqrt{v}}{x^2} \text{ و } \frac{xy^2}{(x-y)^2} \text{ و } \frac{x^3}{1} \text{ و } \frac{-a}{b} \text{ و } x^2+2x-7$$

اما عبارت‌های زیر گویا نیستند. (چرا؟) **چون صورت و مخرج آن‌ها چند جمله‌ای نیست.**

$$\sqrt{xy} \text{ و } \frac{\sqrt{x}}{x+y} \text{ و } |x-y| \text{ و } \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

یادآوری: چند جمله‌ای از جمع و تفریق یک جمله‌ای‌ها به‌دست می‌آید. یک جمله‌ای عبارتی است که از ضرب اعداد در حروف **با توان‌های صحیح نامنفی** تشکیل می‌شود.

نکته: عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله‌ای باشد.

کار در کلاس

۱۱۵

کدام یک از عبارت‌های زیر گویا است؟

$$\frac{v}{x-1} \text{ و } \frac{x+6}{3} \text{ و } \frac{ah}{2} \text{ و } \frac{\sqrt{3}+x}{5} \text{ و } \frac{\sqrt{2x}}{25} \text{ و } \frac{|x|+|y|}{x}$$

$$\frac{x\sqrt{y}+1}{x^2} \text{ و } \frac{x-5}{\sqrt{3}+1} \text{ و } \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \text{ و } \frac{mn+n^2}{5-n} \text{ و } 14 \text{ و } \frac{3-a}{2+x}$$

مقدار عددی عبارت $\frac{x+5}{x-3}$ را به ازای عددهای داده شده در جدول زیر به دست آورید :

x	-۲	۷	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	-۵
$\frac{x+5}{x-3}$	$\frac{-۲+۵}{-۲-۳} = \frac{-۳}{-۵}$	$\frac{۷+۵}{۷-۳} = ۳$	$\frac{\frac{1}{2}+۵}{\frac{1}{2}-۳} = -\frac{۱۱}{۵}$	$\frac{۰+۵}{۰-۳} = -\frac{۵}{۳}$	$\frac{-۱+۵}{-۱-۳} = -۱$	$\frac{-۵+۵}{-۵-۳} = ۰$

به ازای $x=3$ مخرج عبارت گویای $\frac{x+5}{x-3}$ مساوی صفر می شود و همان گونه که از قبل می دانید $\frac{۸}{۰}$ به عنوان عدد تعریف نمی شود.

برای تعیین همه مقادیری که به ازاء آنها یک عبارت گویا تعریف می شود ، باید مقادیری از متغیر را حذف کنیم که به ازاء آنها مخرج کسر صفر شود؛ به عبارتی دیگر این مقادیر را نمی توان به جای متغیر در عبارت جبری قرار داد و حاصل را محاسبه کرد.

مثال : عبارت گویای $\frac{۷x^2+1}{(x-1)(x+2)}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

حل : چه مقادیری مخرج کسر را صفر می کند؟

برای یافتن این عددها، مخرج کسر را مساوی صفر قرار می دهیم؛ یعنی :

$$(x-1)(x+2)=0$$

از طرفی وقتی حاصل ضرب چند عبارت برابر صفر شود، حداقل یکی از آنها صفر است؛ لذا :

۱۱۶

$$(x-1)=0 \Rightarrow x=1$$

بنابراین عبارت گویای فوق به ازای $x=1$ و $x=-2$ تعریف نشده است.

یا

$$(x+2)=0 \Rightarrow x=-2$$

یاد آوری: هر عبارت کسری به ازای مقادیری که مخرج آن را صفر می کند تعریف نشده است.

کار در کلاس

هر یک از عبارت های زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟

الف) $\frac{8x+5}{2}$

الف- به ازای همه مقادیر تعریف شده است

ب) $\frac{y+x}{x}$

ب- به ازای $x=0$ تعریف نشده است.

ج) $\frac{2b+1}{2b-1}$

$2b-1=0 \Rightarrow b=\frac{1}{2}$
ج- به ازای $b=\frac{1}{2}$ تعریف نشده است.

د) $\frac{3x}{x^2+4}$

x^2 همیشه مثبت است پس x^2+4 هیچ گاه صفر نمی شود.
د- به ازای همه مقادیر تعریف شده است

ه) $\frac{x}{x^2-1}$ $x^2-1=0 \Rightarrow (x+1)(x-1)=0$

$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$
ه- به ازای $x=1$ و $x=-1$ تعریف نشده است.

و) $\frac{a+5}{a^2-5a+6}$

$a^2-5a-6=0 \Rightarrow (a-3)(a-2)=0$
 $\Rightarrow \begin{cases} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ a-2=0 \Rightarrow a=2 \end{cases}$
و- به ازای $a=3$ و $a=2$ تعریف نشده است.

۱۱۶

ساده کردن یک عبارت گویا

کسر $\frac{36}{48}$ با کسرهای $\frac{6}{8}$ ، $\frac{9}{12}$ و $\frac{18}{24}$ مساوی است. بین این کسرها $\frac{3}{4}$ کسری است که

دیگر قابل ساده شدن نیست؛ در واقع:

$$\frac{36}{48} = \frac{3 \times 12}{4 \times 12} = \frac{3}{4}$$

در ساده کردن هر عدد گویا می توان صورت و مخرج را به عددی غیر صفر تقسیم کرد؛ یعنی

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0, c \neq 0)$$

به همین ترتیب برای عبارت گویای $\frac{AC}{BC}$ داریم:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B}$$

(A و B و C چند جمله ای هستند و $C \neq 0$ و $B \neq 0$)

توضیح دهید که هر یک از عبارت‌های گویای زیر چگونه ساده شده است؟ هر جا لازم است حل را کامل کنید (چگونگی استفاده از اتحادها و تجزیه را در هر مورد توضیح دهید).

$$\text{الف)} \frac{18y^3}{6 \cdot y^5} = \frac{3}{1 \cdot y^2}$$

$$\text{ب)} \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 4x + 3} = \frac{(x+3)(\cancel{x+3})}{(x+1)(\cancel{x+3})} = \frac{x+3}{x+1}$$

الف - صورت و مخرج بر y^3 تقسیم شده است. (ساده شده)

ب - ابتدا صورت و مخرج با استفاده از اتحادها تجزیه شده

و سپس صورت و مخرج بر $(x+3)$ تقسیم شده است.

۱۱۶

$$\text{ج)} \frac{y^2 - 9}{3y + 9} = \frac{\cancel{(y+3)}(y-3)}{3(\cancel{y+3})} = \frac{y-3}{3}$$

ج - صورت با استفاده از اتحاد مزدوج تجزیه شده و مخرج از ۳ فاکتور گرفته و صورت و مخرج بر $(y+3)$ تقسیم می شود.

$$\text{د)} \frac{\cancel{2}a^2\cancel{b^3}}{\cancel{2}a^2\cancel{b^3}} = \frac{2b^4}{5a}$$

د - صورت و مخرج بر $2ab^3$ سیم شده است.

$$\text{ه)} \frac{b-5}{5-b} = \frac{\cancel{b-5}}{\cancel{-(b-5)}} = -1$$

ه - در مخرج از - فاکتور گرفته و صورت و مخرج را بر $b-5$ تقسیم شده است.

۱- عبارت‌های گویای زیر را ساده کنید :

$$\text{الف)} \frac{m^2 - 16}{4 - m} = \frac{(m+4)(\cancel{m-4})}{-(\cancel{m-4})} = -(m+4)$$

$$\text{ب)} \frac{6m + 18}{7m + 21} = \frac{\cancel{6}(m+3)}{\cancel{7}(m+3)} = \frac{6}{7}$$

$$\text{ج)} \frac{a^2 - 5a - 14}{a^2 + a - 2} = \frac{(a-7)(\cancel{a+2})}{(a-1)(\cancel{a+2})} = \frac{(a-7)}{(a-1)}$$

$$\text{د)} \frac{x^4 - y^4}{y - x} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{-(x - y)} = \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{-(x - y)} = -(x + y)(x^2 + y^2)$$

۲- عبارت $\frac{\dots}{a}$ به دو شکل ساده شده ؛ کدام درست و کدام نادرست است؟

برای ساده کردن باید به صورت حاصل ضرب دو عبارت باشد

$$\text{الف)} \frac{a + ax}{a} = a + x \quad \times$$

$$\text{ب)} \frac{a + ax}{a} = \frac{a(1 + x)}{a} = 1 + x \quad \checkmark$$

تمرین

۱- برای هر عبارت گویا، مقادیری را به دست آورید که عبارت به ازای آنها تعریف نشده است.

$$\text{الف)} \frac{5x}{3ab^2}$$

$$\text{ب)} \frac{2y}{y(2y-6)}$$

$$\text{ج)} \frac{2P}{P^2 - P - 12}$$

$$\text{الف)} 3ab = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{ب)} y(2y-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y-6=0 \Rightarrow y=3 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\text{ج)} (p+3)(p-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p-4=0 \Rightarrow p=4 \\ p+3=0 \Rightarrow p=-3 \end{cases}$$

$$\text{د)} \frac{2x+5}{x}$$

$$\text{د)} x = 0$$

$$\text{ه)} \frac{x^2-1}{x+5}$$

$$\text{ه)} x+5=0 \Rightarrow x=-5$$

۲- حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

الف) $\frac{3-x}{x^2-5x+6} = \frac{-(x-3)}{(x-2)(x-3)} = \frac{-1}{x-2}$

ب) $\frac{4x^2+8x}{12x+24} = \frac{4x(x+2)}{12(x+2)} = \frac{x}{3}$

۱۱۷

ج) $\frac{24x^2}{12x^2-6x} = \frac{24x^2}{6x(2x-1)} = \frac{4x}{2x-1}$

د) $\frac{y^3-2y^2-3y}{y^2+y} = \frac{y(y-2y-3)}{y(y+1)} = \frac{(y-3)(y+1)}{y+1} = y-3$

ه) $\frac{1-t^2}{t^2+1} = \frac{(1+t)(1-t)}{(1+t)} = (1-t)$

و) $\frac{16x^2-9y^2}{8x-6y} = \frac{(4x-3y)(4x+3y)}{2(4x-3y)} = \frac{(4x+3y)}{2}$

۳- عبارت هایی را که حاصل آنها ۱ و یا -۱ است، معلوم کنید.

الف) $\frac{2y+3}{2y-3} \times$

ب) $\frac{2y-3}{3-2y} = \frac{(2y-3)}{-(2y-3)} = -1 \checkmark$

ج) $\frac{2y+3}{3+2y} = \frac{(2y+3)}{(2y+3)} = 1 \checkmark$

د) $\frac{2y+3}{-2y-3} = \frac{(2y+3)}{-(2y+3)} = -1 \checkmark$

۴- هر یک از عبارت های داده شده در سطر اول را به عبارت مساوی آن در سطر دوم وصل کنید.

۱) $\frac{a-2}{a+5}$	۲) $\frac{a+2}{a+5}$	۳) $\frac{2-a}{a+5}$
۴) $\frac{-a-2}{-a-5}$	۵) $\frac{a-2}{-a-5}$	۶) $\frac{2-a}{-a-5}$

۵- از عبارت‌های زیر، هر کدام را که با عبارت $\frac{z(x+y)}{t}$ برابر است، مشخص کنید

الف) $\frac{z}{t}(x+y)$ ✓

ب) $\frac{zx+y}{t}$ ✗

ج) $\frac{1}{t} \times z(x+y)$ ✓

د) $z \times \frac{x+y}{t}$ ✓

هـ) $\frac{zx}{t} + \frac{zy}{t}$ ✓

و) $\frac{zx}{t} + y$ ✗

۶- در جای خالی چه عبارتی باید نوشت؟ صورت و مخرج باید در یک عبارت مساوی ضرب شوند.

الف) $\frac{1-z}{z} = \frac{(1-z)(z^2+1)}{z(z^2+1)}$

ب) $\frac{3x}{x-3} = \frac{3x(x+2)}{(x-3)(x+2)}$

ج) $\frac{3y+2}{5} = \frac{1}{5}(\frac{3y+2}{1})$

د) $\frac{(x-5)(\frac{(x-2)(x+1)}{1})}{(x-2)(x-5)} = x+1$

درس دوم: محاسبات عبارت‌های گویا

ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا

عبارت‌های گویا را همانند عددهای گویا می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. در مورد

در ضرب کسرها:

صورت‌ها در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

عددهای گویا قوانین زیر را داریم:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

و

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$(b, d \neq 0)$$

$$(b, c, d \neq 0)$$

در تقسیم کسرها:

کسر اولی را در معکوس

کسر دوم ضرب می‌کنیم.

در ضمن در مورد عبارات گویا هم هر جا که امکان داشته باشد، می‌توان عبارت را ساده کرد.

توضیح دهید که هر یک از ضرب‌ها و یا تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل و حاصل عبارت را ساده کنید.

۱۱۹

الف) $\frac{5xy^2}{x^2z^2} \times \frac{2z^2}{3y^2} = \frac{2yz}{3x}$ ضریب‌های صورت و مخرج بر ب م تقسیم شده اند و حروف مشابه بر توان کمتر تقسیم شده اند.

ب) $\frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} = \frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{(x+3)(x-5)} = \frac{x}{x-5}$

ج) $\frac{x-6}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-2x-18}{x^2+7x+12} = \frac{x-6}{(x-6)(x-6)} \times \frac{(x+3)(x-6)}{(x+3)(x+4)} = \frac{1}{x+4}$

د) $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{y}{6}$

هـ) $\frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \div \frac{a^2+3a+2}{a-4} = \frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \times \frac{a-4}{a^2+3a+2}$
 $= \frac{(a+1)(a-5)}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(a+1)(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$

۱۲۰

کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{a^2-a-6}{a+3} \times \frac{a+3}{a^2-4} = \frac{(a-3)(a+2)}{a+3} \times \frac{a+3}{(a+2)(a-2)} = \frac{a-3}{a-2}$

ب) $\frac{a^2b+ab^2}{a} \times \frac{2ab}{(a+b)^2} = \frac{ab(a+b)}{a} \times \frac{2ab}{(a+b)^2} = \frac{2ab}{a+b}$

ج) $\frac{x^2+3x+2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} = \frac{(x+1)(x+2)}{x+2} \times \frac{x+5}{x+1} = x+5$

د) $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{xy}{6}$

جمع و تفریق عبارات‌های گویا مشابه جمع و تفریق عددهای گویا است؛ در مورد عددهای گویا داریم:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0)$$

و

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \quad (b, d \neq 0)$$

یادآوری: برای جمع یا تفریق دو کسر که مخرج مساوی دارند باید یکی از مخرج‌ها را بنویسیم و صورت‌ها را با هم جمع یا تفریق کنیم.

یادآوری: برای جمع یا تفریق دو کسر که مخرج مساوی ندارند باید مخرج‌ها را مساوی کنیم. (از کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها استفاده می‌کنیم.)

به طریق مشابه می‌توان دو عبارت گویا را جمع یا تفریق کرد.

توضیح دهید که هر یک از محاسبات زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است راه‌حل را کامل، و مانند نمونه یک جمع و تفریق عددی مشابه آن ارائه کنید.

الف) $\frac{3x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7+2x-3}{x+2} = \frac{5x+4}{x+2}$

ب) $\frac{3x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7-(2x-3)}{x+2} = \frac{3x+7-2x+3}{x+2} = \frac{x+10}{x+2}$

ج) $\frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2-20+(a-2)^2}{a^2-4}$
 $= \frac{a^2-20+a^2-4a+4}{a^2-4} = \frac{2a^2-4a-16}{a^2-4} = \frac{2(a^2-2a-8)}{a^2-4}$
 $= \frac{2(a-4)(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2(a-4)}{a-2}$

د) $\frac{2}{x+2} - \frac{x-1}{x+4} = \frac{2(x+4)-(x-1)(x+2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{2x+8-(x^2+x-2)}{(x+2)(x+4)}$

$$= \frac{2x+8-x^2-x+2}{(x+2)(x+4)} = \frac{-x^2+x+10}{(x+2)(x+4)}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{4} = \frac{5-2 \times 2}{8} = \frac{5-6}{8} = \frac{-1}{8}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{9}{5} = \frac{7+9 \times 2}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{3} = \frac{3}{6} - \frac{10}{6} = -\frac{7}{6}$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} = \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{-(x-y)} = \frac{x^2 - y^2}{x-y}$
 $= \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$

ب) $\frac{6}{5x} - \frac{4}{x} = \frac{6}{5x} - \frac{20}{5x} = -\frac{14}{5x}$

ج) $\frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x+4}{x+2} = \frac{2x^2 - 16 - (x-2)(x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 16 - (x^2 + 2x - 8)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-2)(x+2)}$
 $= \frac{(x+2)(x-4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-4)}{(x-2)}$

د) $\frac{y}{x^2 - x - 2} + \frac{x}{x^2 + 4x + 3} = \frac{y}{(x-2)(x+1)} + \frac{x}{(x+3)(x+1)} = \frac{y(x+3) + x(x-2)}{(x+3)(x-2)(x+1)} = \frac{yx + 3y + x^2 - 2x}{(x+3)(x-2)(x+1)} = \frac{x^2 + 5x + 3y}{(x+3)(x-2)(x+1)}$

ساده کردن عبارت‌های مرکب

هنگام ساده کردن هر عبارت گویای مرکب، همانند کسرهای مرکب می‌توان صورت و مخرج را جداگانه ساده و سپس آنها را برهم تقسیم کرد و یا از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب (و غیر صفر) ضرب کرد.

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از روش‌های ارائه شده برای ساده کردن کسر مرکب با روش دیگر چه

تفاوتی دارد؛ هر جا لازم است حل را کامل کنید. ($x \neq 0$)

الف) $\frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{x^2(1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2})} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$

ب) $\frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{\frac{x^2 - x - 6}{x^2}}{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2}} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2} \div \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2} \times \frac{x^2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x+2}{x+1}$

۲)

$$\text{الف) } \frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{a(a+1)\left(\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}\right)}{a(a+1)\left(\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}\right)} = \frac{2(a+1) - 3a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2a + 2 - 3a}{2a - 3a - 3} = \frac{-a + 2}{-a - 3} = \frac{-(a-2)}{-(a+3)} = \frac{a-2}{a+3}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{\frac{2(a+1) - 3a}{a(a+1)}}{\frac{2a - 3(a+1)}{(a+1)a}} = \frac{2(a+1) - 3a}{a(a+1)} \times \frac{(a+1)a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2(a+1) - 3a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2a + 2 - 3a}{2a - 3a - 3} = \frac{-a + 2}{-a - 3} = \frac{-(a-2)}{-(a+3)} = \frac{a-2}{a+3}$$

$a \neq 0$ و $a \neq -1$

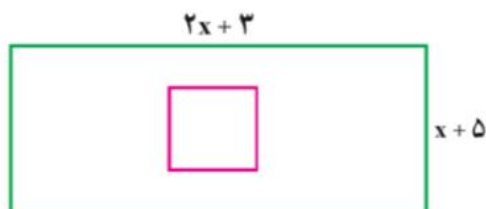
کار در کلاس

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید. (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده است)

$$\text{الف) } \frac{n - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{n(n-m) - n^2}{n-m} \times \frac{(n-m)(n+m)}{n^2 - m^2 + m^2} = \frac{n^2 - mn - n^2}{1} \times \frac{(n+m)}{n^2} = \frac{-mn(n+m)}{n^2} = \frac{-m(n+m)}{n}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} = \frac{\frac{y(x-y) - x(x+y)}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)}} = \frac{y(x-y) - x(x+y)}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{x(x-y) + y(x+y)} = \frac{xy - y^2 - x^2 - xy}{x^2 - xy + xy + y^2} = \frac{-(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = -1$$

فعالیت



طول ضلع مربع در داخل مستطیل، نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت مساحت مربع به مساحت مستطیل $\frac{5}{26}$ باشد، طول و عرض مستطیل را به دست آورید.

حل را کامل کنید و توضیح دهید که چگونه به کمک ساده کردن عبارت گویای به دست آمده و حل معادله، پاسخ به دست می آید.

$$\text{طول ضلع مربع} = \frac{x+5}{2}$$

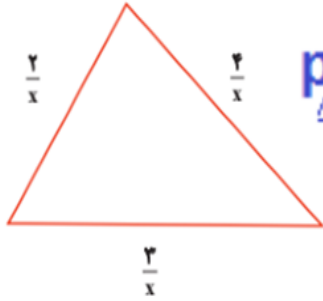
$$\text{مساحت مربع} = \frac{(x+5)^2}{4}$$

$$\text{مساحت مربع} = \frac{(x+5)^2}{4} \quad \text{و} \quad \text{مساحت مستطیل} = (2x+3)(x+5) \quad \Rightarrow \quad \frac{(x+5)^2}{4(2x+3)(x+5)} = \frac{5}{26} \Rightarrow \frac{x+5}{4(2x+3)} = \frac{5}{26}$$

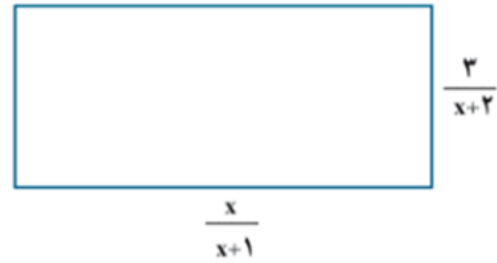
$$\Rightarrow \frac{(x+5)^2}{4(2x+3)(x+5)} = \frac{5}{26} \Rightarrow \frac{x+5}{4(2x+3)} = \frac{5}{26} \Rightarrow 26(x+5) = 20x + 60 \Rightarrow 26x + 130 = 20x + 60 \Rightarrow 26x - 20x = 60 - 130 \Rightarrow 6x = -70 \Rightarrow x = -\frac{70}{6}$$



۱- محیط هر شکل را بر حسب x به دست آورید و آن را ساده کنید. ($x > 0$)

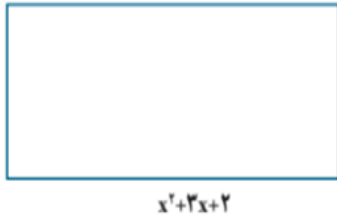


$$p_{\triangle} = \frac{2}{x} + \frac{2}{x} + \frac{2}{x} = \frac{6}{x}$$



$$p_{\square} = 2 \left(\frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+1} \right) = \frac{2(2(x+1) + x(x+2))}{(x+2)(x+1)} = \frac{2(3x+2+x^2+2x)}{(x+2)(x+1)} = \frac{2(x^2+5x+2)}{(x+2)(x+1)}$$

۲- مساحت مستطیل زیر را بر حسب x به دست آورید. ($x > 2$)



$$S_{\square} = \frac{x-2}{x+1} \times x^2+3x+2 = \frac{(x-2) \times (x+2)(x+1)}{x+1} = x^2-4$$



تمرین

۱- ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام دهید. (در همه تمرین‌ها مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

الف) $\frac{a^2-16}{a+4} \times \frac{a+2}{a^2-8a+16} = \frac{(a-4)(a+4)}{a+4} \times \frac{a+2}{(a-4)(a-4)} = \frac{a+2}{a-4}$

ب) $\frac{m^2-49}{m+1} \div \frac{m-7}{m^2-1} = \frac{(m-7)(m+7)}{m+1} \times \frac{(m-1)(m+1)}{-(m-7)} = -(m+7)(m-1)$

ج) $\frac{x^2-4x+4}{4x^2y-8xy} \div \frac{x^2+x-6}{6x+18} = \frac{(x-2)(x-2)}{4xy(x-2)} \times \frac{6(x+3)}{(x-2)(x+3)} = \frac{3}{2xy}$

د) $\frac{1-c^2}{b^3} \times \frac{b^2}{1-2c+c^2} = \frac{(1-c)(1+c)}{b^3} \times \frac{b^2}{(1-c)(1-c)} = \frac{1+c}{b(1-c)}$

$$\text{الف)} \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^2-y^2} = \frac{x}{x+y} - \frac{y(x-y)(x+y)}{(x-y)(x+y)(x+y)} = \frac{x(x+y)-y(x-y)}{(x+y)(x+y)} = \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x+y)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{(x+y)(x+y)} = \frac{1}{x+y}$$

$$\text{ب)} \frac{x+y}{ax-bx} + \frac{y+9}{by-ay} = \frac{x+y}{-b} - \frac{y+9}{-b} = \frac{-x(y+9) + y(x+9)}{b^2} = \frac{xy+9y-xy-9x}{b^2} = \frac{9y-9x}{b^2}$$

$$\text{ج)} \frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)(a-b) - a^2 + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - ab + ab - b^2 - a^2 + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab}{a+b}$$

$$\text{د)} \frac{4+x^2-2x}{2+x} - 2-x = \frac{x^2-2x+4-2x-x^2}{2+x} = \frac{-6x}{2+x}$$

۳- فقط یکی از عبارت‌های گویای زیر قابل ساده شدن است؛ آن را مشخص و ساده کنید.

$$\frac{a^2+5}{a^2} \quad \frac{a^2+3}{3} \quad \frac{a^2+b^2}{a^2} \quad \frac{a^2-5a}{a} \quad \frac{a(a-5)}{a} = a-5$$

۴- از میان عبارت‌های زیر، هر کدام را که مساوی عبارت $\frac{x}{y}$ است، معلوم کنید.

$$\text{الف)} \frac{x+3}{y+3} \quad \text{ب)} \frac{3-x}{3-y} \quad \text{ج)} \frac{3x}{3y} = \frac{x}{y} \quad \text{د)} \frac{x^2}{y^2} \quad \text{ه)} \frac{a^3x}{a^3y} = \frac{x}{y}$$

۵- عبارت $\frac{-x+3}{x+5}$ با کدام یک از عبارت‌های زیر برابر است؟

$$\text{الف)} -\frac{x+3}{x+5} \quad \text{ب)} -\frac{x-3}{x+5} \quad \text{ج)} \frac{x-3}{x+5} \quad \text{د)} -\frac{3-x}{x+5}$$

۱۲۴

۶- کدام یک از عبارت‌های زیر به درستی ساده شده است؟

$$\text{الف)} \frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = a-5 \quad \times$$

$$\text{ب)} \frac{a+5}{a^2-25} = \frac{\cancel{a+5}}{(a+\cancel{5})(a-5)} = \frac{1}{a-5} \quad \checkmark$$

۷- اگر $A=a^2-b^2$ و $B=a^2+b^2$ و $C=2ab$ ، حاصل عبارت $\frac{A^2-B^2}{C^2}$ را به دست آورید.

$$\frac{A^2-B^2}{C^2} = \frac{(a^2-b^2)^2 - (a^2+b^2)^2}{(2ab)^2} = \frac{\cancel{a^4} - \cancel{2a^2b^2} + \cancel{b^4} - \cancel{a^4} - \cancel{2a^2b^2} - \cancel{b^4}}{4a^2b^2} = \frac{-4a^2b^2}{4a^2b^2} = -1$$

۱۲۴

۱۲۵

۸- کدام یک از تساوی‌های زیر، درست و کدام یک نادرست است. موارد نادرست را اصلاح کنید.

(همه عبارت‌های جبری تعریف شده فرض می‌شود.)

$$\text{الف)} \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a-b}{ab} \quad \times \quad \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2-b^2}{ab}$$

$$\text{ب)} \frac{x^{13}}{x^{20}} = x^7 \quad \times \quad \frac{x^{13}}{x^{20}} = \frac{1}{x^7}$$

$$\text{ج)} \frac{a}{5} - \frac{y-b}{5} = \frac{a-y-b}{5} \quad \times \quad \frac{a}{5} - \frac{y-b}{5} = \frac{a-(y-b)}{5} = \frac{a-y+b}{5}$$

$$\text{د)} \frac{a-b}{b-a} = 1 \quad \times \quad \frac{a-b}{b-a} = \frac{-(b-a)}{b-a} = -1$$

$$\text{ه)} \frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a+b} \quad \times \quad \frac{1}{a-b} = \frac{-1}{-(b-a)} = \frac{-1}{b-a}$$

$$\text{و)} \frac{a^2-b^2}{a-b} = a+b \quad \checkmark \quad \frac{(a-b)(a+b)}{\cancel{a-b}} = a+b$$

$$\text{ز)} \frac{ca+cb}{c+cd} = \frac{a+b}{d} \quad \times \quad \frac{c(a+b)}{c(1+d)} = \frac{a+b}{1+d}$$

$$\text{ح)} \frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{b} \quad \checkmark \quad \frac{\frac{a}{b} \times \frac{c}{a}}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{b}$$

۹- طول مستطیلی از دو برابر عرض آن یک واحد کمتر است. نسبت محیط به مساحت این مستطیل را به صورت یک کسر گویا (عبارت گویا) بنویسید.

۱۲۵

عرض = x طول = $2x-1$ $\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{2(x+2x-1)}{x(2x-1)} = \frac{2(3x-1)}{x(2x-1)}$

۱۰- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و نتیجه را ساده کنید.

الف) $\frac{\frac{a-a^2}{a^2-1}}{\frac{a}{a+1}-a} = \frac{-a(a-1)}{(a-1)(a+1)} \div \frac{a-a(a+1)}{a+1} = \frac{-a}{a+1} \times \frac{a+1}{a-a-a} = \frac{-a}{-a} = \frac{+1}{a}$

ب) $\frac{\frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y}}{\frac{x^2-9y^2}{(x-y)^2}} = \frac{x+y-2x+2y}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x-y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{-x+3y}{(x+y)} \times \frac{(x-y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{-(x-3y)}{(x+y)} \times \frac{(x-y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{-(x-y)}{(x+y)(x+3y)}$

۱۱- دو عبارت گویا بنویسید که :

۱۲۵

الف) حاصل ضرب آنها $\frac{a-2}{a+7}$ شود.

$$\frac{a-2}{x} \times \frac{x}{a+7} = \frac{a-2}{a+7}$$

ب) حاصل جمع آنها $\frac{a-2}{a+7}$ شود.

$$\frac{a}{a+7} + \frac{-2}{a+7} = \frac{a-2}{a+7}$$

۱۲- عرض مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید.

مساحت مستطیل x^2-9 است.

$$\frac{x^2-x-12}{x-4}$$

$A=x^2-9$

$$x^2-9 \div \frac{x^2-x-12}{x-4} = (x-3)(x+3) \times \frac{x-4}{(x+3)(x-4)} = x-3$$

۱- تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای (در تمام این درس مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است)

- برای تقسیم دو یک جمله‌ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و نیز قوانین مربوط به ساده کردن توان‌ها استفاده می‌کنیم.

مثال

$$\frac{14x^3y}{2x^2y^2} = \frac{7x^3}{x^2y} = \frac{7x}{y} \quad \text{و} \quad \frac{-2a^2xz^3}{2ax^2z^2} = \frac{-a^2z^3}{x^2z^2} = \frac{-a^2z}{x^2}$$

۲- تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای

اگر a و b و c اعدادی صحیح و d عددی صحیح و غیر صفر باشد، داریم:

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

به طور مشابه برای تقسیم چند جمله‌ای $12x^3 - 18x + 2$ بر 6 به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{12x^3 - 18x + 2}{6} = \frac{12x^3}{6} - \frac{18x}{6} + \frac{2}{6} = 2x^3 - 3x + \frac{1}{3}$$

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است؛ جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف) $\frac{2a^4 + 5a^3 - 8a}{4a^2} = \frac{2a^4}{4a^2} + \frac{5a^3}{4a^2} - \frac{8a}{4a^2} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{4}a - \frac{2}{a}$

ب) $\frac{14x^3yz - 6xy + 3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{14x^3yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$
 $= \frac{7x}{y} - \frac{3}{xyz} + \frac{3z}{2}$

ج) $(8y^3 - 4y^2 + 12y) \div (-4y^2) = \frac{8y^3 - 4y^2 + 12y}{-4y^2}$
 $= \frac{8y^3}{-4y^2} - \frac{4y^2}{-4y^2} + \frac{12y}{-4y^2} = -2y + 1 - \frac{3}{y}$



الف) $\frac{3a^2b^2c}{4ab^2} = -\frac{3ac}{4b^2}$

ب) $\frac{24x^4y - 2z + 3xyz}{x^2z} = \frac{24x^4y}{x^2z} - \frac{2z}{x^2z} + \frac{3xyz}{x^2z} = \frac{24x^2y}{z} - \frac{2}{x^2} + \frac{3y}{x}$

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

۳- تقسیم چند جمله‌ای بر چندجمله‌ای

اگر تقسیم مقابل را در نظر بگیریم: $\begin{array}{r} 26 \overline{) 8} \\ -24 \\ \hline 2 \end{array}$ عدد ۲۶ را مقسوم، ۸ را مقسوم علیه، ۳ را خارج قسمت و ۲ را باقی‌مانده می‌نامیم.

رابطه‌های تقسیم بالا به صورت زیر است: $\begin{cases} 3 \times 8 + 2 = 26 \\ 2 < 8 \end{cases}$ مثال: چند جمله‌ای $2x^2 - 7x - 15$ را بر چند جمله‌ای $x - 5$ تقسیم کنید.

چند جمله‌ای $2x^2 - 7x - 15$ را مقسوم و $x - 5$ را مقسوم علیه می‌نامیم. در اولین گام باید مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان‌های نزولی متغیر موجود (در اینجا x) مرتب کرد. در مثال ما چندجمله‌ای‌های مورد نظر مرتب شده هستند.

اکنون اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم؛ یعنی: $\frac{2x^2}{x} = 2x$

حاصل ضرب $2x$ در $x - 5$ را به دست می‌آوریم و آن را از عبارت مقسوم کم می‌کنیم:

$$2x^2 - 7x - 15 - (2x^2 - 10x) = 2x^2 - 7x - 15 - 2x^2 + 10x = +3x - 15$$

برای آسان‌تر شدن، می‌توانیم پس از محاسبه حاصل ضرب $2x$ در $x - 5$ ، در کادر بالا علامت

عبارت حاصل را قرینه کنیم و محاسبه را انجام دهیم؛ یعنی:

۱۲۷



$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \overline{) x - 5} \\ + 2x^2 - 10x \\ \hline 3x - 15 \end{array}$$

اکنون دوباره $3x - 15$ را بر $x - 5$ تقسیم و مراحل قبل را تکرار می‌کنیم؛ یعنی اولین جمله

عبارت $3x - 15$ را بر اولین جمله $x - 5$ تقسیم می‌کنیم. توجه داریم که این چند جمله‌ای‌ها نیز باید

بر حسب توان‌های نزولی مرتب شده باشند؛ داریم: $\frac{3x}{x} = 3$

این تقسیم‌ها را تا زمانی ادامه می‌دهیم که یا باقیمانده صفر شود یا درجه چند جمله‌ای باقیمانده

از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \overline{) x - 5} \\ \pm 2x^2 \pm 10x \\ \hline 3x - 15 \\ \pm 3x \pm 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

وقتی باقیمانده صفر باشد، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم علیه بخش‌پذیر است.

۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید و مراحل کار را توضیح دهید. جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف)
$$\begin{array}{r} 4x^3 - 3x^2 + x + 7 \quad | \quad x^2 - 2 \\ \underline{\pm 4x^3} \quad \mp 8x \quad \boxed{4x} - 3 \\ -3x^2 + 9x + 7 \\ \underline{+ 3x^2 +} \quad \boxed{-6} \\ \boxed{9x} + 1 \end{array}$$

$$\frac{4x^3}{x^2} = 4x$$

باقیمانده این تقسیم چیست؟ $9x+1$

ب)
$$\begin{array}{r} x^2 - 5x - 24 \quad | \quad x - 8 \\ \underline{+ x^2 - 8x} \quad \boxed{x} + \boxed{3} \\ -3x - 24 \\ \underline{+ 3x - 24} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{x^2}{x} = x$$

$$\frac{3x}{x} = 3$$

۱۲۸

۲- تقسیم زیر را انجام دهید و رابطه تقسیم را بنویسید. حل را کامل کنید.

$$\begin{array}{r} 10x^4 - 3x^2 + 2x - 19 \quad | \quad -3 + 2x^2 \\ \hline 10x^4 - 3x^2 + 2x - 19 \quad | \quad 2x^2 - 3 \\ \underline{+ 10x^4 - 15x^2} \quad \boxed{5x^2} + \boxed{6} \\ 12x^2 + 2x - 19 \quad \frac{12x^2}{2x^2} = 6 \\ \underline{+ 12x^2 - 18} \\ 2x - \boxed{1} \end{array}$$

رابطه‌های تقسیم:

$$(5x^2 + \boxed{6})(2x^2 - 3) + 2x - \boxed{1}$$

$$= 10x^4 - 15x^2 + 12x^2 - 18 + 2x - 1$$

$$= 10x^4 - 3x^2 + 2x - 19$$

و درجه چند جمله‌ای $2x - \boxed{1}$ از

درجه ۳-۲ کمتر است

ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان x به صورت نزولی مرتب می کنیم. تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف) $6x^3 - 19x^2 + 16x - 4 \mid 2 - x$

$$\begin{array}{r}
 6x^3 - 19x^2 + 16x - 4 \mid -x + 2 \\
 \underline{+6x^3 \quad -12x^2} \\
 -7x^2 + 16x \\
 \underline{+7x^2 - 14x} \\
 2x - 4 \\
 \underline{+2x - 4} \\
 0
 \end{array}$$

ب) $-x^3 - 12 + 8x \mid x + 6$

$$\begin{array}{r}
 -x^3 + 8x + 12 \mid x + 6 \\
 \underline{+x^3 + 6x^2} \\
 -6x^2 + 8x + 12 \\
 \underline{+6x^2 + 36x} \\
 44x + 12 \\
 \underline{+44x + 264} \\
 -252
 \end{array}$$

۱- تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{-x^2y^2z^2}{18xz^5} = -\frac{xy^2z^2}{9}$

ب) $\frac{2a^3y - a^2y^2 + 15xy}{-5y^2} = \frac{2a^3y}{-5y^2} - \frac{a^2y^2}{-5y^2} + \frac{15xy}{-5y^2} = -\frac{2a^3}{5y} + \frac{a^2}{5} - \frac{3x}{y}$

ج) $(x^2 - 27) \div (x - 2)$ د) $(3y^2 - 10y - 24) \div (3y - 4)$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 27 \mid x - 2 \\
 \underline{-x^2 + 2x} \\
 +2x - 27 \\
 \underline{+2x - 4} \\
 4x - 27 \\
 \underline{-4x + 8} \\
 -19
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3y^2 - 10y - 24 \mid 3y - 4 \\
 \underline{-3y^2 + 4y} \\
 -6y - 24 \\
 \underline{+6y - 8} \\
 -32
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \mid x + 3 \\
 \underline{-2x^5 + 6x^4} \\
 -x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \\
 \underline{+x^4 + 3x^3} \\
 +x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \\
 \underline{+x^3 + 3x^2} \\
 -x^2 - 2x + 3 \\
 \underline{+x^2 + 3x} \\
 +x + 3 \\
 \underline{+x + 3} \\
 0
 \end{array}$$

$$-3x^4 + 4x^6 + x^2 + 5 \mid 1 - x^3$$

۲- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را مشخص کنید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط تقسیم نشان دهید.

۱۲۹

$$\begin{array}{r} 4x^6 - 3x^4 + x^2 + 5 \mid -x^3 + 1 \\ -4x^6 + 3x^3 - 4 \\ \hline -3x^4 + 4x^3 \\ -3x^4 + 3x \\ \hline +4x^3 + x^2 - 3x \\ +4x^3 - 4 \\ \hline +x^2 - 3x - 4 + 5 = x^2 - 3x + 1 \end{array}$$

۳- حجم یک جعبه به شکل مکعب مستطیل برابر با $2x^3 + 15x^2 + 28x$ است. اگر ارتفاع این جعبه x و طول آن $x+4$ باشد، عرض آن را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 15x^2 + 28x \mid x^2 + 4x \\ -2x^3 + 8x^2 \\ \hline +7x^2 + 28x \\ +7x^2 + 28x \\ \hline \end{array} \quad x(x+4) = x^2 + 4x$$

رابطه های تقسیم $(-x^3+1)(-4x^3+3x-4) + x^2-3x+1 = 4x^6-3x^4+x^2+5$

درجه باقیمانده از درجه مقسوم علیه کمتر است

۴- اگر چند جمله ای $20x^3 + 23x^2 - 10x + a$ بر $4x+3$ بخش پذیر باشد، a را به دست آورید. باید باقی مانده برابر صفر باشد

$$\begin{array}{r} 20x^3 + 23x^2 - 10x + a \mid 4x + 3 \\ -20x^3 + 15x^2 \\ \hline +8x^2 - 10x \\ +8x^2 + 6x \\ \hline -16x + a \\ +16x + 12 \\ \hline a + 12 \end{array}$$

$$a + 12 = 0 \rightarrow a = -12$$

۵- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم عبارت $2x^2 - 9x + 9$ را بر هر یک از عبارت های زیر به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x + 3 \\ -2x^2 + 6x \\ \hline -15x + 9 \\ +15x + 45 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid 2x - 3 \\ -2x^2 + 3x \\ \hline -6x + 9 \\ +6x + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x - 3 \\ -2x^2 + 6x \\ \hline -3x + 9 \\ +3x + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid 2x + 3 \\ -2x^2 + 3x \\ \hline -12x + 9 \\ +12x + 18 \\ \hline \end{array}$$