



عبارت‌های جبری

درس نامه ریاضی پایه نهم - فصل 5 - عبارات جبری

تهیه و تدوین: اصغر بابائی - دبیر ریاضی

درس اول: عبارات‌های جبری و مفهوم اتحاد

تعریف یک جمله‌ای

هر عبارت را، که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان‌های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، یک جمله‌ای می‌نامیم.

عبارت‌های زیر همگی یک جمله‌ای هستند.

$$5x^3, \quad \frac{2}{3}x^2y, \quad -\sqrt{3}a^3b^2z, \quad -4bx^3ny^2, \quad 4z, \quad -\frac{2}{v}mx^2y^3bc^4, \quad +8, \quad \frac{2}{9}$$

عبارت‌های زیر یک جمله‌ای نیستند.

$$\frac{1}{x}, \quad 3^x, \quad \sqrt{x}, \quad |x|, \quad 4x^3 + 5x, \quad \sqrt[3]{a}, \quad 2+x$$

در برخی موارد، پس از ساده شدن عبارت جبری، مشاهده می‌کنیم که عبارت یک جمله‌ای به دست آمد ولی اگر پس از ساده شدن، شرایط **یک جمله‌ای بودن** حاصل نشد، در این صورت عبارت جبری، یک جمله‌ای نیست. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$2x + 5x = 7x \rightarrow \text{یک جمله‌ای است}$$

$$3(4x + 8) - 24 = 12x + 24 - 24 = 12x \rightarrow \text{یک جمله‌ای است}$$

$$4(3x^2 \times 5x) = 60x^3 \rightarrow \text{یک جمله‌ای است}$$

$$7x \times (2x^4)^2 \times 5x^3 = 7x \times (4x^8) \times 5x^3 = 140x^{12} \rightarrow \text{یک جمله‌ای است}$$

$$\frac{5x+10}{x+2} = \frac{5(x+2)}{x+2} = 5 \rightarrow \text{یک جمله‌ای است}$$

$$\frac{18x^5}{6x} = 3x^4 \rightarrow \text{یک جمله‌ای است}$$

هرگاه قسمت‌های حرفی دو یا چند تک جمله‌ای یکسان باشند، به آنها تک جمله‌ای‌های متشابه گفته می‌شود؛
به عنوان مثال تک جمله‌ای‌های $4x^2y$ و $\frac{7}{4}x^2y$ و $-3x^2y$ متشابه‌اند، اما یک جمله‌ای‌های $3x$ و $3x^2$ متشابه نیستند.
یک جمله‌ای‌های $3x^2y^2$ و $-5x^2y^2$ را که متشابه نیستند، تک جمله‌ای‌های غیرمتشابه می‌گوییم.

حل مثال‌های صفحه 79 کتاب درسی را کامل کنید :

$$۱) ۲(-۴x \times ۷x^2) = ۲(-۲۸x^3) = -۵۶x^3$$

$$۲) \left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = \frac{8}{27}x^6y^3$$

$$۳) (-3x^3)^2 \left(\frac{1}{3}x^2\right)^3 =$$

$$۴) \left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(\frac{-2}{5}a^2c^5\right) =$$

$$۵) ۲(5xy^4)^2(-2x^5y^2) =$$

$$۶) (2x^2y)(3x^2y^2) + xy^2(-5x^2y) =$$

تعریف چند جمله‌ای

چنانچه تعدادی یک جمله‌ای را با یکدیگر جمع یا تفریق (جمع جبری) کنیم، چندجمله‌ای تشکیل می‌شود.

توجه داشته باشید که چند جمله‌ای می‌تواند شامل یک جمله بوده و یا شامل چندتا یک جمله‌ای غیرمتشابه باشد. مثل :

$$9x + 3x^4 - 2, \quad n^2 - 4x^7, \quad 7x, \quad 6x^2 - 5, \quad m^3 - 6x + 4n - 2$$

درجه چند جمله‌ای‌ها

برای این که شناخت بهتری نسبت به یک جمله‌ای‌ها و چندجمله‌ای‌ها داشته باشیم، ابتدا آن‌ها را از نظر درجه تقسیم بندی می‌کنیم.

برای آشنائی با درجه چند جمله‌ای‌ها به روش‌های زیر عمل می‌کنیم.

توجه داشته باشید قبل از بررسی درجه چندجمله‌ای، اگر قابل ساده شدن است آن را ساده کنید به طوری که جمله‌های مشابه نداشته باشد.

روش اول در بین روش‌های گفته شده، مهم‌تر بوده و بیشتر مورد استفاده خواهد بود :

روش اول : اگر چند جمله‌ای دارای یک نوع متغیر باشد، بزرگ‌ترین توان متغیر، درجه آن چند جمله‌ای می‌باشد. مثل :

$$x + 8 \rightarrow \text{درجه 1}$$

$$2x^3 + 5x + 7 \rightarrow \text{درجه 3}$$

$$x^3 + x^7 + x^5 - x^2 \rightarrow \text{درجه 7}$$

$$x^4 - 8x^2 - x^4 + x = -8x^2 + x \rightarrow \text{درجه 2}$$

روش دوم: اگر چند جمله ای دارای چند نوع متغیر باشد ، در این صورت بزرگ ترین توان هر متغیر ، درجه آن چند جمله ای نسبت به آن متغیر می باشد . مثل :

$$2x^3 + 5y + 7 \rightarrow \text{درجه نسبت به } y = 1 \quad \text{درجه نسبت به } x = 3$$

$$a^4x^2 + x^5a - a^8x^6 \rightarrow \text{درجه نسبت به } a = 8 \quad \text{درجه نسبت به } x = 6$$

$$n^4 - b^2 - x^5 + x - x^3 + n + 1 \rightarrow \text{درجه نسبت به } x = 5 \quad \text{درجه نسبت به } b = 2 \quad \text{درجه نسبت به } n = 4$$

در این روش اگر درجه نسبت به چند متغیر خواسته شده باشد درجه ها را با هم جمع می کنیم :

$$2x^3 + 5y + 7 \rightarrow \text{درجه نسبت به } y = 1 \quad \text{درجه نسبت به } x = 3$$

$$\text{درجه نسبت به } x \text{ و } y = 3 + 1 = 4$$

$$a^4x^2 + x^5a - a^8x^6 \rightarrow \text{درجه نسبت به } a = 8 \quad \text{درجه نسبت به } x = 6$$

$$\text{درجه نسبت به } a \text{ و } x = 8 + 6 = 14$$

$$n^4 - b^2 - x^5 + x - x^3 + n + 1 \rightarrow \text{درجه نسبت به } x = 5 \quad \text{درجه نسبت به } b = 2 \quad \text{درجه نسبت به } n = 4$$

$$\text{درجه نسبت به } n \text{ و } b \text{ و } x = 4 + 2 + 5 = 11$$

با توجه به روش دوم تعیین درجه ، جدول زیر را کامل کنید :

یک جمله ای	متغیرها	درجه نسبت به x	درجه نسبت به a	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x و y	درجه نسبت به x و y و a
$\sqrt{3}a^2x^2y^4$	a, x, y	2	3	4	$2+4=6$	$2+3+4=9$
$5x^2y^2a$						
$-12x^2y$			0			
x^2y^2						
$\frac{3}{5}$						

روش سوم: برای تعیین درجه چند جمله ای نسبت به چند نوع متغیر باید توان های هر یک از متغیر ها را در تک جمله ها با هم جمع کنیم بزرگ ترین عدد به دست آمده ، از هر جمله بود ، درجه آن چند جمله ای نسبت به متغیرها می باشد . مثل :

$$-2xy^2 + x^2y$$

$$1+3=4 \quad 2+1=3$$

در این مثال درجه نسبت به x و y برابر با 4 است.

نکته پایانی :

معمولا در چند جمله ای ها ، جملات را نسبت به توان های یک متغیر و به صورت **نزولی** (از بزرگ به کوچک) مرتب می کنیم. مثل :

$$4x^2 - 8x + 2x^5 + 9x^3 + 1 \Rightarrow 2x^5 + 9x^3 + 4x^2 - 8x + 1$$

چند جمله ای های زیر را نسبت به متغیر x مرتب کنید :

الف) $3x^2 + 8 - 2x + 9x^3 - x^4 =$

ب) $abx^2y + 5xya - 4xy^2a - x^2y =$

ج) $x^2y^3 + 2yx^2 + 5x^2y^3 - x^2y =$

تکالیف : کاردکلاسی صفحات 80 و 81 را در کتاب بنویسید .

مفهوم اتحاد

ما در سال های قبل با معادله و حل برخی از آن ها آشنا شده ایم . معادله و اتحادهای جبری از یک نظر به هم شبیه هستند و آن این که در هر دو آن ها ، دو تا عبارت جبری با هم برابر هستند .

ولی یک تفاوت خیلی مهم دارند که باعث می شود تا ما هر کدام را جداگانه مورد مطالعه قرار دهیم .

به مثال های زیر توجه کنید :

$$2x + 10y = 2(x + 2y) + 6y$$

اگر دقت کنید در مثال بالا ، دو عبارت جبری با هم برابر شده اند . ما هر عددی را به جای x, y قرار دهیم خواهیم دید که دو طرف با هم برابرند :

$$x = 3, y = 1 \Rightarrow 2x + 10y = 2(x + 2y) + 6y \Rightarrow 6 + 10 = 2 \times 5 + 6 \Rightarrow 16 = 16$$

یا در مثال زیر :

$$(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$$

اگر در مثال بالا هر عدد به جای x قرار دهیم دو طرف برابر خواهد شد . مثل :

$$x = 5 \Rightarrow (5 + 8)^2 = 5^2 + 16 \times 5 + 64 \Rightarrow 13^2 = 25 + 80 + 64 \Rightarrow 169 = 169$$

$$x = 3 \Rightarrow (3 + 8)^2 = 3^2 + 16 \times 3 + 64 \Rightarrow 11^2 = 9 + 48 + 64 \Rightarrow 121 = 121$$

$$x = -1 \Rightarrow (-1 + 8)^2 = (-1)^2 + 16 \times (-1) + 64 \Rightarrow 7^2 = 1 + (-16) + 64 \Rightarrow 49 = 49$$

$$x = 2/3 \Rightarrow (2/3 + 8)^2 = 2/3^2 + 16 \times 2/3 + 64 \Rightarrow 10/3^2 = 5/29 + 36/8 + 64 \Rightarrow 106/09 = 106/09$$

$$5X + 10 = 2X + 22$$

اگر در این مثال به جای X عدد دلخواه قرار دهیم احتمال دارد دو طرف برابر نباشند و این موضوع باعث می شود که به تفاوت این نوع مثال با مثال های قبلی بیشتر دقت کنیم .

$$X = 10 \Rightarrow 5X + 10 = 2X + 22 \Rightarrow 5 \times 10 + 10 \neq 2 \times 10 + 22 \quad 60 \neq 42$$

$$X = -1 \Rightarrow 5X + 10 = 2X + 22 \Rightarrow 5 \times (-1) + 10 \neq 2 \times (-1) + 22 \quad 5 \neq 20$$

$$X = 11 \Rightarrow 5X + 10 = 2X + 22 \Rightarrow 5 \times 11 + 10 \neq 2 \times 11 + 22 \quad 65 \neq 44$$

اما عددی وجود دارد که اگر به جای X قرار دهیم دو طرف برابر خواهند شد :

$$X = 4 \Rightarrow 5X + 10 = 2X + 22 \Rightarrow 5 \times 4 + 10 = 2 \times 4 + 22 \quad 30 = 30$$

این مورد با موارد قبلی تفاوتی که دارد این است که به ازای فقط برخی موارد دو طرف برابرند ولی در مثال های قبلی دیدیم که هر عدد دلخواه که به جای متغیر قرار می دادیم دو طرف مساوی می شدند . تفاوت معادله و اتحاد جبری در همین نکته ظریف قابل توجه می باشد .
به تعریف **اتحاد و معادله** و تفاوت آن ها توجه کنید :

اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند،
یعنی به ازای هر مقدار، دو طرف برابر باشند، اتحاد جبری به وجود می آید.

اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای برخی مقادیر برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند،
یعنی به ازای برخی مقادیر، دو طرف برابر باشند، معادله به وجود می آید.

مثال هایی برای اتحاد جبری

مثال هایی برای معادله

$10x + 8 = 4x + 3 + 6x + 5$	$x + 8y = 3x - 20$
$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$	$13 + x + 10 = 7x + 2 + 5x$
$\frac{x^2 - 49}{x + 7} = x - 7$	$y = 4x - 8$
$x(5x - 1) = 5x^2 - x$	$x^2 + 3x + 8 = 5x$

نکته 1: تعداد اتحادهای جبری مثل تعداد معادلات جبری، قابل شمارش نیست. یعنی نمیشه گفت که تعداد خاصی اتحاد داریم. ما برای این که از مزیت اتحادهای جبری استفاده کنیم تعدادی از آن ها را حفظ کرده و در حل سوالات مختلف از آن ها بهره می گیریم و بایقیه آن ها کاری نداریم.

نکته 2: بیشتر از این که حفظ کردن اتحاد ها مهم باشند، تشخیص آن ها در یک عبارت جبری مهم است که با تمرین بیشتر و حل برخی از سوالات باید به این مهارت دست پیدا کرد. در این جا برای سهولت کار تعدادی از اتحاد های مهم را با ذکر شماره برای هر کدام یاد می گیریم و در آینده هم تعداد بیشتری از آن ها را خواهیم آموخت:

اتحاد اول (اتحاد مربع مجموع دوجمله):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

این اتحاد جزء اتحاد های مهم و پر کاربرد جبر می باشد. در این اتحاد مشاهده می کنیم که برای به دست آوردن طرف دوم به شکل زیر عمل کرده ایم:

جمله اول به توان 2 بعلاوه دو برابر جمله اول در جمله دوم، بعلاوه جمله دوم به توان 2

$$(5x + 2)^2 = (5x)^2 + \underbrace{2 \times 5x \times 2}_{\text{دو برابر حاصل ضرب دو جمله}} + 2^2$$

جمله اول
جمله دوم
مربع جمله اول
مربع جمله دوم

$$(5x + 2)^2 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2 = 25x^2 + 20x + 4$$

برای تمرین در مورد چند مثال زیر، این کار انجام شده است:

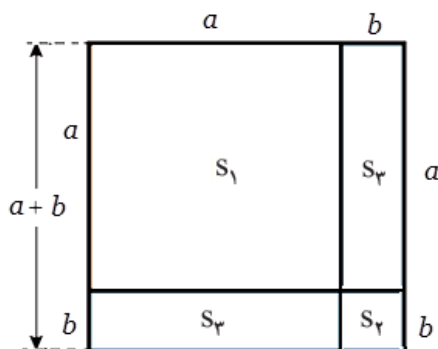
$$(x + 4)^2 = x^2 + (2 \times x \times 4) + 4^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$(m + 7)^2 = m^2 + (2 \times m \times 7) + 7^2 = m^2 + 14m + 49$$

$$(5 + x)^2 = 5^2 + (2 \times 5 \times x) + x^2 = 25 + 10x + x^2$$

$$(3x + 2y)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$$

رابطه اتحاد اول را در شکل زیر و پیدا کردن مساحت مربع اصلی، می توان پیدا کرد:



مساحت مربع بزرگ $S_1 = a^2$

مساحت مربع کوچک $S_2 = b^2$

مساحت مستطیل ها $S_3 = a \times b$

مساحت کل شکل $= (a+b)^2 = S_1 + 2S_3 + S_2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

این اتحاد هم جزء اتحاد های مهم و پر کاربرد جبر می باشد . در این اتحاد مشاهده می کنیم که برای به دست آوردن طرف دوم به شکل زیر عمل کرده ایم :

جمله اول به توان 2 منهای دو برابر جمله اول در جمله دوم ، بعلاوه جمله دوم به توان 2

برای تمرین، در مورد چند مثال زیر، این کار انجام شده است :

$$(x - 4)^2 = x^2 - (2 \times x \times 4) + 4^2 = x^2 - 8x + 16$$

جمله اول
جمله دوم
مربع
مربع جمله دوم

جمله اول
دو برابر حاصل ضرب
جمله دوم

دو جمله

$$(m - 7)^2 = m^2 - (2 \times m \times 7) + 7^2 = m^2 - 14m + 49$$

$$(10 - x)^2 = 10^2 - (2 \times 10 \times x) + x^2 = 100 - 20x + x^2$$

$$(8x - y)^2 = (8x)^2 - (2 \times 8x \times y) + y^2 = 64x^2 - 16xy + y^2$$

تکالیف : مثال های زیر را در دفتر و کاردر کلاسی صفحه 83 را در کتاب بنویسید .

طرف دوم هر یک از اتحاد های جبری زیر را بنویسید:

$(x + 4)^2 =$	$(x - 12)^2 =$
$(a + 5)^2 =$	$(4 - m)^2 =$
$(2x + 6)^2 =$	$(3x - 5)^2 =$
$(x - 3y)^2 =$	$(2n + 4a)^2 =$
$(x - 9)^2 =$	$(5 + 3y)^2 =$
$(a + 8b)^2 =$	$(4 - 2n)^2 =$
$(x - 12)^2 =$	$(10x + 7y)^2 =$

در ادامه درس به چند اتحاد دیگر هم اشاره خواهیم کرد ، ولی قبل از اشاره به آن ها ؛ با مفهوم تجزیه آشنا می شویم تا از کاربردهای آن استفاده کنیم .

تجزیه عبارات جبری

تعریف :

اگر یک عبارت جبری را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری بنویسیم، آن عبارت را تجزیه کرده ایم.

مثل موارد زیر :

$$xy + xb = () \times (+) \Rightarrow xy + xb = (x)(y + b)$$

$$m^2 - 14m + 49 = (m - 7) \times (m - 7)$$

به صورت ها و روش های مختلف امکان این وجود دارد که عبارت جبری به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری نوشته شود. به مثال زیر توجه کنید:

$$4x^2 + 8xy + 20x = (2)(2x^2 + 4xy + 10x)$$

$$4x^2 + 8xy + 20x = (2x)(2x + 4y + 10)$$

$$4x^2 + 8xy + 20x = (x)(4x + 8y + 20)$$

$$4x^2 + 8xy + 20x = (4)(x)(x + 2xy + 5)$$

$$4x^2 + 8xy + 20x = (-1)(-4x^2 - 8xy - 20x)$$

$$4x^2 + 8xy + 20x = (-2)(-2x^2 - 4xy - 10x)$$

$$4x^2 + 8xy + 20x = (-2x)(-2x - 4y - 10)$$

در همه این موارد مشاهده می شود که عبارت سه جمله ای داده شده به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت نوشته و تجزیه شده است .

روش های متعددی برای تجزیه عبارات جبری وجود دارد که ما دو روش مهم را می خوانیم :

روش اول : فاکتور گیری

فاکتور به معنی عامل مشترک می باشد و ما در عبارت چندجمله ای، این عامل مشترک جملات را پیدا کرده و در پرانتز اول نوشته و تمام جملات چند جمله ای داده شده را بر آن عامل مشترک تقسیم کرده و در پرانتز دوم می نویسیم. مثل :

تجزیه

$$ab + ac = (a)(b + c)$$

عامل مشترک

مثال

دوم:

$$18x^2 + 12x = 6x \times 3x + 6x \times 2 = (6x)(3x + 2)$$

عامل مشترک = $6x$

مثال

سوم:

$$18ax^2 + 24axy + 12ay^2 = (2a)(9x^2 + 12xy + 6y^2)$$

عامل مشترک = $2a$

به تجزیه مثال های زیر با فاکتورگیری توجه کنید :

$$2x^3 + 10x^2 + 8x = (2x)(x^2 + 5x + 4)$$

$$3a^3b - 15a^2b^2 = (3a^2b)(a - 5b)$$

$$x^3y^2 + x^8y - x^5y^4z = (x^3y)(y + x^5 - x^2y^3z)$$

$$10x^3 + 8x^5 - 6x^4 + 3x^2 = (x^2)(10x + 8x^3 - 6x^2 + 3)$$

$$2x^3 + 7y^2 - 9b = (-1)(-2x^3 - 7y^2 + 9b)$$

$$a(x + 2) + b(x + 2) = (x + 2)(a + b)$$

$$a(x + 2) + b(x + 2)^3 = (x + 2)(a + b(x + 2)^2)$$

روش دوم : استفاده از اتحاد های جبری

به اتحاد اول زیر توجه کنید:

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 \Rightarrow x^2 + 10x + 25 = (x + 5)(x + 5)$$

یعنی عبارت سه جمله ای $x^2 + 10x + 25$ به کمک اتحاد اول به صورت حاصل ضرب دو عبارت جبری نوشته شده است . در مثال های دیگری هم شاید تشخیص دهیم که عبارت داده شده با یکی از اتحادها امکان تجزیه دارد . البته با یادگیری اتحادهای دیگر این امکان برای ما بیشتر فراهم شود . به مثال های زیر هم توجه کنید که با اتحاد اول و دوم تجزیه شده اند :

$$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = (x - 4)(x - 4)$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2)$$

$$x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2 \Rightarrow x^2 + 12x + 36 = (x + 6)(x + 6)$$

در این چهار مثال نشان داده شد که عبارات جبری با کمک اتحاد اول یا اتحاد دوم تجزیه شدند .

برای این که بهتر بتوانیم از اتحاد ها استفاده کنیم بهتر است با برخی از آن ها آشنا شویم و بعد با کمک آن ها برخی از مثال های ریاضی را حل کنیم
برای نمونه به نه تا از اتحاد های زیر توجه کنید که ما از بین آنها دو تا اتحاد دیگر را هم امسال می خوانیم و بقیه برای سال های بعدی خواهد بود :

اتحاد جبری : اگر دو عبارت جبری به ازای همه مقادیر با هم برابر باشند اتحاد جبری تشکیل می شود.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{اتحاد اول (اتحاد مربع مجموع دو جمله):}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{اتحاد دوم (اتحاد مربع تفاضل دو جمله):}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{اتحاد سوم (اتحاد مکعب مجموع دو جمله):}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{اتحاد چهارم (اتحاد مکعب تفاضل دو جمله):}$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad \text{اتحاد پنجم (اتحاد مربع مجموع سه جمله):}$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad \text{اتحاد ششم (اتحاد مزدوج):}$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \quad \text{اتحاد هفتم (اتحاد مجموع مکعبات دو جمله (اتحاد چاق و لاغر))}:}$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \quad \text{اتحاد هشتم (اتحاد تفاضل مکعبات دو جمله (اتحاد چاق و لاغر))}:}$$

$$(a+b)(a+c) = a^2 + (b+c)a + bc \quad \text{اتحاد نهم (اتحاد جمله مشترک):}$$

ما در ادامه درس با اتحاد مزدوج و اتحاد جمله مشترک (اتحاد ششم و نهم) آشنا می شویم.

درس دوم: چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها

اتحاد ششم (اتحاد مزدوج):

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

این اتحاد هم جزء اتحاد های مهم و پرکاربرد جبر می باشد . در این اتحاد مشاهده می کنیم که برای به دست آوردن طرف دوم به شکل زیر عمل کرده ایم :

جمله اول به توان 2 منهای جمله دوم به توان 2

برای تمرین، در مورد چند مثال زیر، این کار انجام شده است :

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$$

← جمله اول
← جمله دوم
← مربع جمله اول
← مربع جمله دوم

$$(a - 5)(a + 5) = a^2 - 5^2 = a^2 - 25$$

$$(m + 7)(m - 7) = m^2 - 7^2 = m^2 - 49$$

$$(6 + x)(6 - x) = 6^2 - x^2 = 36 - x^2$$

$$(5a - 1)(5a + 1) = (5a)^2 - 1^2 = 25a^2 - 1$$

$$(8x - 2y)(8x + 2y) = (8x)^2 - (2y)^2 = 64x^2 - 4y^2$$

$$(x^2 - 3)(x^2 + 3) = (x^2)^2 - 3^2 = x^4 - 9$$

نکته: اگر تساوی های بالا که با اتحاد مزدوج نوشته شده اند برعکس نوشته شوند ، در این صورت می گوییم که با اتحاد مزدوج **تجزیه** کرده ایم یعنی:

$$a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$$

$$m^2 - 49 = (m + 7)(m - 7)$$

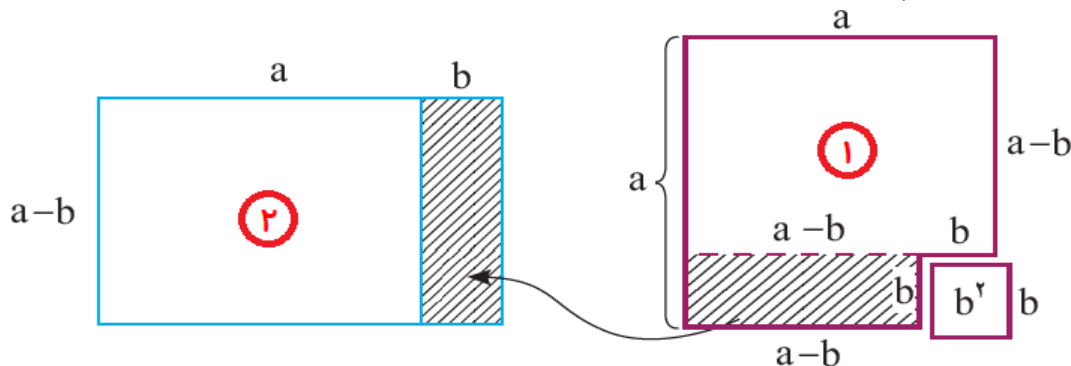
$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$36 - x^2 = (6 + x)(6 - x)$$

$$25a^2 - 1 = (5a - 1)(5a + 1)$$

$$64x^2 - 4y^2 = (8x - 2y)(8x + 2y)$$

برای تشریح این اتحاد به تصویر زیر هم می توان توجه کرد:



$$S_p = (a - b)(a + b)$$

$$S_1 = a^2 - b^2$$

توضیح: در تصویر شماره 1 مشاهده می شود که از مربع بزرگ به ضلع a به اندازه مربع کوچک به ضلع b جدا کرده و می خواهیم مساحت قسمت باقی مانده که شامل **ناحیه سفید رنگ و هاشور خورده** هستند را محاسبه کنیم . مساحت باقی مانده از آن را S_1 نامیده و S_1 را به دست آورده ایم .

$$S_1 = a^2 - b^2$$

در **شکل سمت چپ** ، ناحیه هاشور خورده را به کناره راست قسمت سفید چسبانده ایم و در حقیقت مساحت تغییری نکرده و ظاهر آن تغییر کرده و مستطیلی تشکیل شده است . این بار مساحت را با استفاده از مستطیل به دست می آوریم که در زیر شکل 2 مشاهده می کنید :

$$S_2 = (a - b)(a + b)$$

پس می توان **نتیجه می گرفت** که حاصل S_1 با حاصل S_2 برابرند . یعنی :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

مثال : طرف دوم هر یک از اتحاد های جبری زیر را بنویسید:

$$(b - 8)(b + 8) =$$

$$(4n + 1)(4n - 1) =$$

$$(5x - 9y)(5x + 9y) =$$

$$(3 + x)(3 - x) =$$

$$(3 + x)(x - 3) =$$

$$(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4) = (\quad) (x^2 + 4) =$$

از اتحاد مزدوج در تجزیه عبارت های جبری نیز استفاده می شود. جاهای خالی را پر کنید.

$$۱) x^2 - 9 = (x + 3)(\quad - \quad)$$

$$۲) 4y^2 - \frac{1}{4}z^4 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$$

$$۳) (2x+1)^2 - y^2 = [(2x+1) - \quad][\quad + y]$$

$$۴) 1 - (3a+z)^2 = [1 - (\quad)][1 + (\quad)] = (\quad)(1+3a+z)$$

$$۵) (2x+1)^2 - (3x+4)^2 = [(\quad) - (\quad)][(\quad) + (\quad)] = (-x-3)(\quad + \quad)$$

$$۶) x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(\quad - \quad) = (x^2 + y^2)[(x+y)(\quad - \quad)]$$

اتحاد نهم (اتحاد جمله مشترک):

شاید بتوان گفت این اتحاد مهم ترین اتحادی است که ما در پایه نهم با آن آشنا می شویم . از نظر کاربرد هم از اتحاد های مهم می باشد .
برای آشنائی با این اتحاد به مثال های زیر توجه کنید :

$$(a + 5)(a + 7) = a^2 + (5 + 7) \times a + (5 \times 7) = a^2 + 12a + 35$$

$$(x + 3)(x + 10) = x^2 + (3 + 10) \times x + (3 \times 10) = x^2 + 13x + 30$$

$$(x - 8)(x + 1) = x^2 + (-8 + 1) \times x + (-8 \times 1) = x^2 - 7x - 8$$

$$(n + 4)(n - 2) = n^2 + (4 - 2) \times n + (4 \times -2) = n^2 + 2n - 8$$

$$(n - 4)(n + 2) = n^2 + (-4 + 2) \times n + (-4 \times 2) = n^2 - 2n - 8$$

در این مثال ها مشاهده می شود در هر دو پرانتز ، دوجمله وجود دارد که پرانتزها در یک جمله با هم مشترک هستند و جمله دیگر هر پرانتز با جمله دیگر پرانتز دوم متفاوت است . برای نوشتن طرف دوم این اتحاد سه تا کار ساده زیر رو انجام می دهیم :

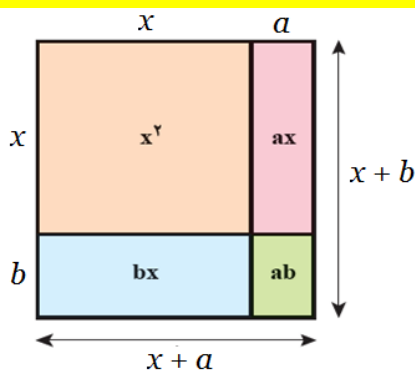
جمله مشترک به توان 2 ، مجموع غیرمشترک ها رو در مشترک ضرب می کنیم ، غیرمشترک ها رو به هم ضرب می کنیم

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

به مثال های زیر توجه کنید :

$(x + 3)(x + 7) = x^2 + 10x + 21$	$(x + 5)(x + 8) = x^2 + 13x + 40$
$(x - 3)(x - 7) = x^2 - 10x + 21$	$(x + 3)(x - 7) = x^2 - 4x - 21$
$(x - 3)(x + 7) = x^2 + 4x - 21$	$(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$
$(x + 4)(x + 5) = x^2 + 9x + 20$	$(x - 9)(x - 3) = x^2 - 12x + 27$
$(3x + 2)(3x + 4) = (3x)^2 + (2 + 4) \times (3x) + (2 \times 4) = 9x^2 + 18x + 8$	
$(5x - 7)(5x + 8) = (5x)^2 + (-7 + 8) \times (5x) + (-7 \times 8) = 25x^2 + 5x - 56$	
$(-2x + 9)(-2x + 3) = (-2x)^2 + (9 + 3) \times (-2x) + (9 \times 3) = +4x^2 - 24x + 27$	

مثل اتحاد های قبلی ، می توان این اتحاد را هم در روی شکل زیر توضیح داد :



$S =$ مستطیل بزرگ $=$ مستطیل صورتی $+$ مستطیل آبی $+$ مستطیل سبز $+$ مربع قهوه ای

$$S = (x + a)(x + b) = x^2 + bx + ax + ab$$

$$\Rightarrow (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

تجزیه عبارت های جبری با کمک اتحاد جمله مشترک

به مثال های زیر توجه کنید :

$$x^2 + 8x + 12 = (x + \dots)(x + \dots)$$

در این مثال باید دو تا عدد پیدا کنیم که **مجموع** آن ها **8+** بوده و **حاصل ضرب** آن ها **12+** باشد ، این دو عدد رو که با شرایط جور درآید پیدا کرده و در جای خالی می نویسیم . در این مثال دو عدد **2+** و **6+** با شرایط سوال جور خواهد بود. پس :

$$x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$$

$$x^2 + 6x + 5 = (x + \dots)(x + \dots)$$

در این مثال باید دو تا عدد پیدا کنیم که **مجموع** آن ها **6+** بوده و **حاصل ضرب** آن ها **5+** باشد ، این دو عدد رو که با شرایط جور درآید پیدا کرده و در جای خالی می نویسیم . در این مثال دو عدد **1+** و **5+** با شرایط سوال جور خواهد بود. پس :

$$x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$$

$$x^2 - 7x + 10 = (x + \dots)(x + \dots)$$

در این مثال باید دو تا عدد پیدا کنیم که **مجموع** آن ها **7-** بوده و **حاصل ضرب** آن ها **10+** باشد ، این دو عدد رو که با شرایط جور درآید پیدا کرده و در جای خالی می نویسیم . در این مثال دو عدد **2-** و **5-** با شرایط سوال جور خواهد بود. پس :

$$x^2 - 7x + 10 = (x - 5)(x - 2)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + \dots)(x + \dots)$$

در این مثال باید دو تا عدد پیدا کنیم که **مجموع** آن ها **5+** بوده و **حاصل ضرب** آن ها **6+** باشد ، این دو عدد رو که با شرایط جور درآید پیدا کرده و در جای خالی می نویسیم . در این مثال دو عدد **2+** و **3+** با شرایط سوال جور خواهد بود. پس :

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x + \dots)(x + \dots)$$

در این مثال باید دو تا عدد پیدا کنیم که **مجموع** آن ها **5-** بوده و **حاصل ضرب** آن ها **6+** باشد ، این دو عدد رو که با شرایط جور درآید پیدا کرده و در جای خالی می نویسیم . در این مثال دو عدد **2-** و **3-** با شرایط سوال جور خواهد بود. پس :

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$$x^2 + x - 20 = (x + \dots)(x + \dots)$$

در این مثال باید دو تا عدد پیدا کنیم که **مجموع** آن ها **1+** بوده و **حاصل ضرب** آن ها **20-** باشد ، این دو عدد رو که با شرایط جور درآید پیدا کرده و در جای خالی می نویسیم . در این مثال دو عدد **4-** و **5+** با شرایط سوال جور خواهد بود. پس :

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4)$$

$$x^2 - x - 20 = (x + \dots)(x + \dots)$$

در این مثال باید دو تا عدد پیدا کنیم که **مجموع** آن ها **1-** بوده و **حاصل ضرب** آن ها **20-** باشد ، این دو عدد رو که با شرایط جور درآید پیدا کرده و در جای خالی می نویسیم . در این مثال دو عدد **4+** و **5-** با شرایط سوال جور خواهد بود. پس :

$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4)$$

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x + \quad)(x + \quad)$$

الف) $x^2 + 7x + 10 = (x + \quad)(\quad + \quad)$

ب) $x^2 + 7x + 12 = (x + \quad)(\quad + \quad)$

ج) $y^2 + y - 6 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$

د) $y^2 - y - 6 = (\quad + \quad)(\quad - \quad)$

هـ) $y^2 + 5y + 6 = (\quad + \quad)(\quad + \quad)$

هر یک از عبارات جبری زیر را به کمک اتحاد جمله مشترک، تجزیه کنید: (یعنی به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری بنویسید)

$$x^2 + 10x + 16 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 + 10x + 9 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 - 10x + 16 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 + 10x - 24 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 + 10x + 9 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 + x - 6 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 + x - 20 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 - x - 20 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 + x - 6 = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 - x - 6 = (\quad)(\quad)$$

$$a^2 + 5a + 4 = (\quad)(\quad)$$

$$a^4 + 5a^2 + 4 = (\quad)(\quad)$$

درس سوم: نابرابری ها و نامعادله ها

به تصویر زیر با دقت نگاه کنید

کاملاً مشخص است که وزنه 1 کیلوگرمی از وزنه 3 کیلوگرمی سبک تر است. اگر بخواهیم با گذاشتن این دو وزنه در ترازو، حالت تعادل ایجاد شود به یک وزنه 2 کیلوگرمی نیاز خواهیم داشت. یعنی اگر یک وزنه دو کیلوگرمی به وزنه یک کیلوگرمی اضافه شود و در کفه دیگر وزنه 3 کیلوگرمی قرار داده شود این دو کفه برابر و معادل خواهند بود.



در عبارات جبری هم این گونه است. یعنی اگر $x < y$ باشد در این صورت **مقدار مثبتی** مثل $a > 0$ وجود دارد که اگر با x جمع شود حاصل آن با y برابر خواهد بود که به صورت زیر نوشته می شود:

در این صورت

$$x < y \implies x + a = y \quad \text{به طوری که} \quad a > 0 \implies \text{وجود دارد}$$

هرگاه a و b دو عدد حقیقی باشد؛ به طوری که $a > b$ ، در این صورت عدد حقیقی مثبتی مانند p هست؛ به طوری که $a = b + p$

به مثال زیر توجه کنید:

در این صورت

$$3 < 7 \implies 3 + 4 = 7 \quad \text{به طوری که} \quad 4 > 0 \implies \text{وجود دارد}$$

برای هر کدام از عبارات زیر، یک نابرابری می نویسیم.

الف) $x = y + 4 \implies x > y$

ب) $m + 1 = n + 3 \implies m = n + 2 \implies m > n$

ج) $a - 2 = b + 3 \implies a = b + 5 \implies a > b$

نکته: هرگاه a و b دو عدد حقیقی باشند، فقط یکی از حالت های زیر را خواهیم داشت.

«a بزرگ تر از b»	یا	«a کوچک تر از b»	یا	«a برابر با b»
$a > b$		$a < b$		$a = b$

سوال ۱ : درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر $a+b > 0$ باشد، آنگاه، a و b هر دو مثبت‌اند.

ب) اگر $a \cdot b > 0$ باشد، آنگاه، a و b هم علامت هستند.

ج) اگر $\frac{ab}{c} < 0$ باشد، آنگاه، a و b و c منفی هستند.

د) اگر $a^2b < 0$ باشد، آنگاه، b منفی است.

سوال ۲ : درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر $a > 0$ و b باشند؛ آنگاه $a \cdot b > 0$ است.

ب) اگر $a \cdot b > 0$ باشد، آنگاه $a > 0$ و b است.

ج) اگر $a < 0$ و b باشند؛ آنگاه $a \cdot b > 0$ است.

د) اگر $a > 0$ و $b < 0$ باشند؛ آنگاه $a \cdot b < 0$ است.

م) اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشند؛ آنگاه $a \cdot b < 0$ است.

ن) اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشند؛ آنگاه $\frac{a}{b} > 0$ است.

سوال ۳ : درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر $a > 0$ و b و $c > 0$ باشند؛ آنگاه $\frac{a \times c}{b} > 0$ است.

ب) اگر $c > 0$ و $a < 0$ و $b < 0$ باشند؛ آنگاه $a \cdot b \cdot c > 0$ است.

ج) اگر $c > 0$ و $a < 0$ و $b < 0$ باشند؛ آنگاه $\frac{a \times c}{b} > 0$ است.

د) اگر $c < 0$ و $a > 0$ و $b > 0$ باشند؛ آنگاه $a \cdot b \cdot c > 0$ است.

م) اگر $c < 0$ و a و b باشند؛ آنگاه $a^2 \cdot b \cdot c > 0$ است.

ن) اگر $c < 0$ و b و a باشند؛ آنگاه $a^2 \cdot b^2 \cdot c > 0$ است.

چند خاصیت مهم نامساوی ها

خاصیت 1 :

اگر به طرفین یک نامساوی ، یک مقدار مشخصی را اضافه کنیم یا از هر دو طرف ، مقدار مشخصی کم کنیم ، نامساوی تغییری نمی کند . یعنی :

$$x < y \quad \Rightarrow \quad x + a < y + a$$

$$x < y \quad \Rightarrow \quad x - a < y - a$$

مثال :

$$5 < 9 \quad \Rightarrow \quad 5 + 3 < 9 + 3 \quad \Rightarrow \quad 8 < 12$$

$$5 < 9 \quad \Rightarrow \quad 5 - 2 < 9 - 2 \quad \Rightarrow \quad 3 < 7$$

$$-7 < +4 \quad \Rightarrow \quad -7 + 20 < 4 + 20 \quad \Rightarrow \quad 13 < 24$$

$$-7 < +4 \quad \Rightarrow \quad -7 - 10 < 4 - 10 \quad \Rightarrow \quad -17 < -6$$

خاصیت 2 :

اگر طرفین یک نامساوی را در یک مقدار مثبت ضرب کنیم یا هر دو طرف را بر مقدار مثبتی تقسیم کنیم ، نامساوی تغییری نمی کند . یعنی :

$$x < y \quad \text{و} \quad a > 0 \quad \Rightarrow \quad x \times a < y \times a$$

$$x < y \quad \text{و} \quad a > 0 \quad \Rightarrow \quad x \div a < y \div a$$

مثال :

$$5 < 9 \quad \Rightarrow \quad 5 \times 4 < 9 \times 4 \quad \Rightarrow \quad 20 < 36$$

$$-5 < -2 \quad \Rightarrow \quad -5 \times 8 < -2 \times 8 \quad \Rightarrow \quad -40 < -16$$

$$18 < 24 \quad \Rightarrow \quad 18 \div 6 < 24 \div 6 \quad \Rightarrow \quad 3 < 4$$

$$-7 < -3 \quad \Rightarrow \quad -7 \div 2 < -3 \div 2 \quad \Rightarrow \quad -3/5 < -1/5$$

خاصیت 3 :

اگر طرفین یک نامساوی را در یک مقدار منفی ضرب کنیم یا هر دو طرف را بر مقدار منفی تقسیم کنیم ،
سمت علامت نامساوی تغییر می کند . یعنی :

$$x < y \quad \text{و} \quad a < 0 \quad \implies \quad x \times a > y \times a$$

$$x < y \quad \text{و} \quad a < 0 \quad \implies \quad x \div a > y \div a$$

مثال :

$$5 < 9 \quad \implies \quad 5 \times -3 < 9 \times -3 \quad \implies \quad -15 > -27$$

$$-5 < -2 \quad \implies \quad -5 \times -2 < -2 \times -2 \quad \implies \quad +10 > +4$$

$$-4 < +3 \quad \implies \quad -4 \times -10 < +3 \times -10 \quad \implies \quad +40 > -30$$

$$30 < 50 \quad \implies \quad 30 \div (-10) < 50 \div (-10) \quad \implies \quad -3 > -5$$

$$-8 < +5 \quad \implies \quad -8 \div (-5) < +5 \div (-5) \quad \implies \quad +1/6 > -1$$

$$-9 < -4 \quad \implies \quad -9 \div (-1) < -4 \div (-1) \quad \implies \quad +9 > +4$$

خاصیت 4 :

اگر طرفین یک نامساوی هم علامت باشند و هر دو طرف را معکوس کنیم ، سمت علامت نامساوی تغییر می کند . یعنی :

$$x \times y > 0 \quad \text{و} \quad x < y \quad \implies \quad \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$$

مثال :

$$4 < 10 \quad \implies \quad \frac{1}{4} > \frac{1}{10}$$

$$2 < 15 \quad \implies \quad \frac{1}{2} > \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{10} < \frac{3}{5} \quad \implies \quad \frac{10}{1} > \frac{5}{3}$$

$$-\frac{2}{3} < -\frac{1}{4} \quad \implies \quad -\frac{3}{2} > -\frac{4}{1}$$

نامعادلات و حل آن ها

با توجه به خاصیت ها و نکات گفته شده ، به حل نامعادلات یک مجهولی می پردازیم و توجه داشته باشید که نامعادلات گفته شده از درجه یک هستند و در سال های بعد با حل نامعادلات درجات دیگر و دارای مجهول بیشتر را خواهید خواند :

در حل معادلات ما به یک یا چند جواب محدود می رسیدیم ولی در این جا طیفی یا مجموعه ای از اعداد به عنوان مجموعه جواب پیدا خواهد شد که در حل موارد زیر خواهید دید . مجموعه جواب که معمولا با D نشان می دهیم را به دوصورت خواهیم نوشت :

2- نشان دادن مجموعه جواب روی محور اعداد

1- نشان دادن مجموعه جواب به زبان ریاضی

مقدار زیادی از حل نامعادلات مثل حل معادلات هست که در سال های قبل خواندید و فقط در مواردی باید خاصیت های درس قبلی به آن اشاره شد .

به حل موارد زیر توجه کنید که مجموعه جواب را هم نشان داده ایم:

$$2x + 5 < -3x + 25$$

مثال 1:

در این نامعادله از ما X هایی را می خواهد که به ازای آن ها $2x + 5$ از $3x + 25$ کوچک تر باشد :

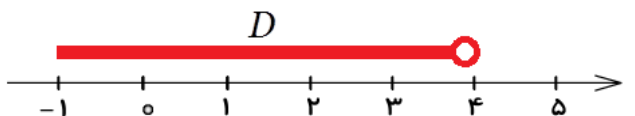
$$2x + 5 < -3x + 25 \Rightarrow$$

$$2x + 3x < -5 + 25 \Rightarrow 5x < 20$$

$$\frac{5x}{5} < \frac{20}{5} \Rightarrow x < 4$$

یعنی اگر X از 4 کوچک تر انتخاب شود، در این صورت $2x + 5$ از $3x + 25$ کوچک تر خواهد بود .

مجموعه جواب $D = \{ x \mid x \in R , x < 4 \}$



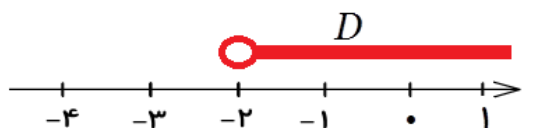
مثال 2:

$$7x - 12 > 4x - 18 \Rightarrow 7x - 4x > -18 + 12$$

$$3x > -6 \Rightarrow \frac{3x}{3} > \frac{-6}{3} \Rightarrow x > -2$$

یعنی اگر X از -2 بزرگ تر انتخاب شود ، در این صورت $7x - 12$ از $4x - 18$ بزرگ تر خواهد بود .

مجموعه جواب $D = \{ x \mid x \in R , x > -2 \}$



مثال 3 :

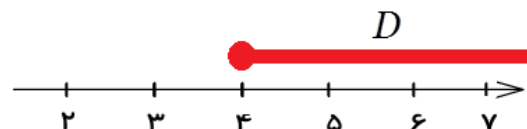
$$11 - 5x \leq 2x - 17 \Rightarrow -5x - 2x \leq -11 - 17$$

$$-7x \leq -28 \Rightarrow \frac{-7x}{-7} \geq \frac{-28}{-7} \Rightarrow x \geq +4$$

به تغییر علامت توجه کنید

چون طرفین بر عدد منفی تقسیم شده اند به این دلیل طبق خاصیت 3 که در درس قبلی گفته شد سمت علامت تغییر یافته است .
یعنی اگر x از $+4$ بزرگ تر یا مساوی انتخاب شود، در این صورت $11 - 5x$ از $2x - 17$ کوچک تر یا مساوی خواهد بود .

$$D = \{ x \mid x \in R, x \geq +4 \}$$



مثال 4 :

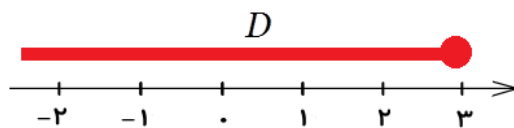
$$8x + 10 - 2x \geq 12x - 8 \Rightarrow 8x - 2x - 12x \geq -10 - 8$$

$$-6x \geq -18 \Rightarrow \frac{-6x}{-6} \leq \frac{-18}{-6} \Rightarrow x \leq +3$$

به تغییر علامت توجه کنید

چون طرفین بر عدد منفی تقسیم شده اند به این دلیل طبق خاصیت 3 که در درس قبلی گفته شد سمت علامت تغییر یافته است .
یعنی اگر x از $+3$ کوچک تر یا مساوی انتخاب شود، در این صورت $8x + 10 - 2x$ از $12x - 8$ بزرگ تر یا مساوی خواهد بود .

$$D = \{ x \mid x \in R, x \leq +3 \}$$



مثال 5 :

$$\frac{x+3}{4} + \frac{2+x}{2} < \frac{x-3}{6} \Rightarrow$$

طرفین را در 12 ضرب می کنیم . چون 12 عددی مثبت است لذا سمت علامت نامساوی تغییر نمی کند :

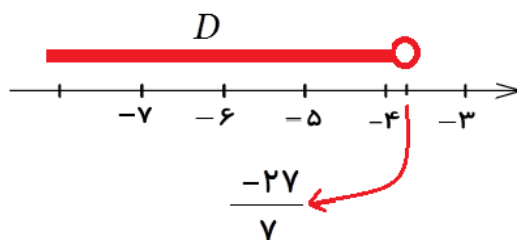
$$12 \times \left(\frac{x+3}{4} + \frac{2+x}{2} \right) < \left(\frac{x-3}{6} \right) \times 12$$

$$3x + 9 + 12 + 6x < 2x - 6 \Rightarrow 7x < -27$$

$$\frac{7x}{7} < \frac{-27}{7} \Rightarrow x < \frac{-27}{7}$$

یعنی اگر x از $\frac{-27}{7}$ کوچک تر انتخاب شود ، در این صورت $\frac{x+3}{4} + \frac{2+x}{2}$ از $\frac{x-3}{6}$ کوچک تر خواهد بود .

$$D = \left\{ x \mid x \in R , x < \frac{-27}{7} \right\}$$



مثال 6 :

$$5 + \frac{2x - 8}{3} \geq \frac{4x + 3}{2} - 7 \Rightarrow$$

طرفین را در 6 ضرب می کنیم . چون 6 عددی مثبت است لذا سمت علامت نامساوی تغییر نمی کند :

$$6 \times \left(5 + \frac{2x - 8}{3} \right) \geq \left(\frac{4x + 3}{2} - 7 \right) \times 6 \Rightarrow$$

$$30 + 4x - 16 \geq 12x + 9 - 42 \Rightarrow -8x \geq -47$$

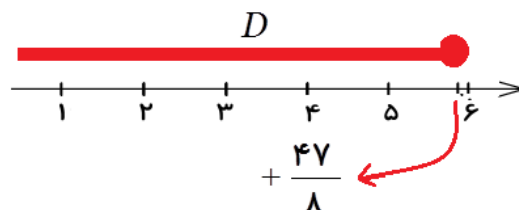
$$-8x \geq -47 \Rightarrow \frac{-8x}{-8} \leq \frac{-47}{-8} \Rightarrow x \leq +\frac{47}{8}$$

به تغییر علامت توجه کنید

چون طرفین بر عدد منفی تقسیم شده اند به این دلیل طبق خاصیت 3 که در درس قبلی گفته شد سمت علامت تغییر یافته است .

یعنی اگر x از $\frac{47}{8}$ کوچک تر یا مساوی انتخاب شود ، در این صورت $5 + \frac{2x - 8}{3}$ از $\frac{4x + 3}{2} - 7$ بزرگ تر یا مساوی خواهد بود .

$$D = \left\{ x \mid x \in R , x \leq +\frac{47}{8} \right\}$$



تکالیف : مثال های زیر را به همراه حل آن ها در دفتر بنویسید . فراموش نکنید که برای هر کدام مجموعه جواب را بنویسید

نا معادلات زیر را حل و مجموعه جواب را مشخص کنید :

$$3x - 1 \leq -2x + 9$$



$$3 + 5x \leq 17 - 8x - 1$$



$$5x + 2 \geq 3x - 12$$



$$5 - 2x + 7 > 7x - 6$$



$$-2x - \frac{1}{4} < 4x - 1$$



$$\frac{2-a}{3} \geq \frac{4a-1}{5}$$



$$\frac{5x-7}{3} \geq \frac{6-2x}{4}$$



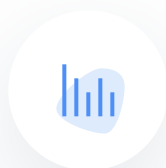
$$\frac{2+3a}{2} \geq 4a - \frac{1}{4}$$





اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد