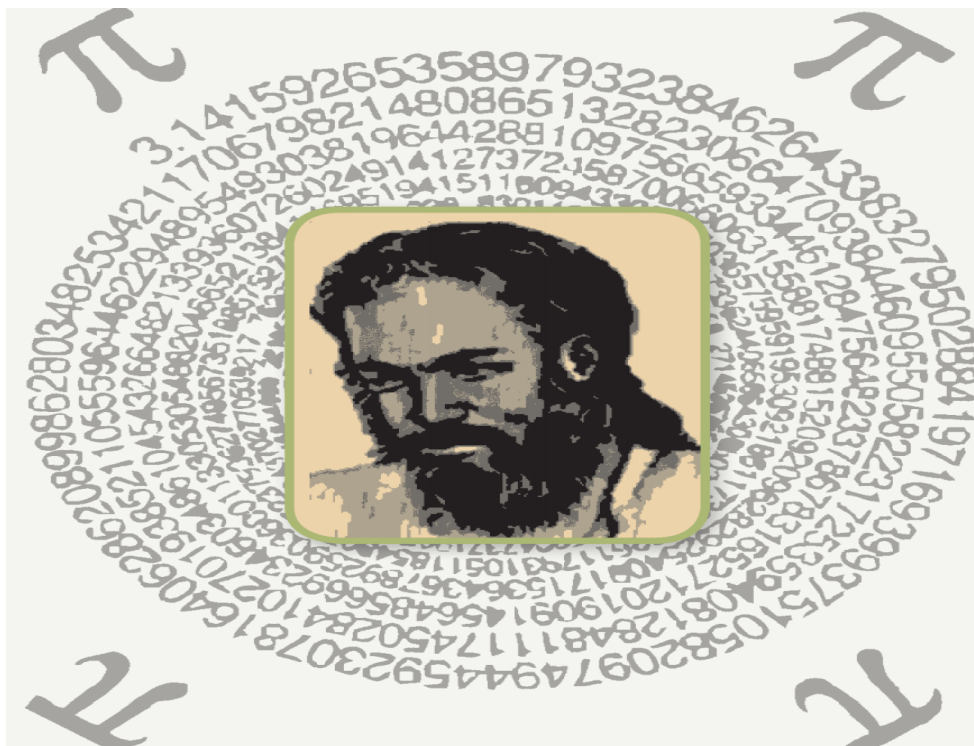


فصل ۲

عددهای حقیقی



هدف کلی

شناخت اعداد حقیقی و مفهوم قدر مطلق و محاسبه تقریبی آن

در پایان فصل از دانش آموزان انتظار می رود:

- ۱- تعریف اعداد حقیقی را بداند.
- ۲- اعداد گنگ و گویا را بشناسد.
- ۳- بتواند اعداد حقیقی را روی محور نمایش دهد.
- ۴- با نماد قدر مطلق آشنا باشد و تعریف آن را بداند.
- ۵- بتواند با استفاده از دانسته های خود تمرینات و فعالیت های کتاب را حل کند.

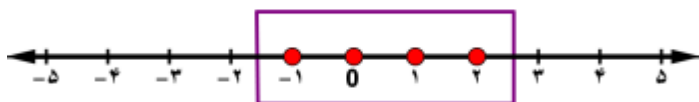
درس اول

عددهای گویا

یادآوری:

هرکدام از مجموعه های زیر را با نماد ریاضی بنویسید و سپس روی محور نمایش دهید.

الف) A: اعداد صحیح بین ۲- و ۳؛



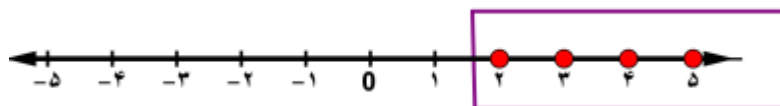
حل: $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 3\}$

ب) B: اعداد حسابی کوچکتر از ۲؛



حل: $B = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x < 2\}$

ج) C: اعداد طبیعی بزرگتر یا مساوی ۲؛



حل: $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x\}$

مثال:

الف) مجموعه اعداد گویای بین ۲ - و ۳ چند عضو دارد؟

حل: بی شمار عضو دارد.

ب) آیا می توان این مجموعه را با نوشتن عضوهایش نمایش داد؟

حل: خیر - چون مجموعه اعداد گویا بی شمار عضو دارد و عدد بعد از هر عدد گویا

مشخص نیست بنابراین نمی توان این مجموعه را با نوشتن عضوهایش نمایش داد.

ج) آیا می توان این مجموعه را روی محور نمایش داد؟

حل: خیر

یادآوری:

مجموعه اعداد گویا

هر عددی که بتوان آن را به صورت کسر نوشت به طوری که صورت و مخرج آن عدد صحیح بوده و در ضمن، مخرج آن صفر نباشد عددی گویا است.

نکته: مجموعه اعداد گویا را با حرف Q نشان می دهیم.

نکته: همه عددهای طبیعی، صحیح و حسابی، عضو مجموعه اعداد گویا هستند. یعنی

$$N \subset W \subset Z \subset Q$$

نکته: چون مجموعه اعداد گویا بی شمار عضو دارد و عدد بعد از هر عدد گویا مشخص نیست

بنابراین مجموعه اعداد گویا را فقط با نماد ریاضی نمایش می دهیم. یعنی

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

نکته: بین هر دو عدد گویا، بی شمار عدد گویا وجود دارد.

روش های پیدا کردن کسر بین دو کسر

روش ۱ (هم مخرج کردن):

در این روش ابتدا با کمک مخرج مشترک، کسرها را هم مخرج کرده، سپس عددهای بین دو صورت را با مخرج مشترک می نویسیم.

مثال:

الف) سه کسر بین $\frac{1}{6}$ و $\frac{5}{8}$ بنویسید.

حل:

$$\frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{4}{24} \quad \text{و} \quad \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{24} < \frac{5}{24} < \frac{6}{24} < \frac{7}{24} < \frac{15}{24}$$

ب) دو کسر بین $-\frac{2}{8}$ و $-\frac{4}{9}$ بنویسید.

حل:

$$-\frac{4 \times 8}{9 \times 8} = -\frac{32}{72} \quad \text{و} \quad -\frac{3 \times 9}{8 \times 9} = -\frac{27}{72} \quad \Rightarrow \quad -\frac{32}{72} < -\frac{31}{72} < -\frac{30}{72} < -\frac{27}{72}$$

نکته: گاهی وقت ها پس از هم مخرج کردن کسرها، بین عددهای صورت، هیچ عدد صحیحی

وجود ندارد. در این حالت می توانیم برای به دست آوردن کسرهای خواسته شده، صورت و مخرج دو کسر را در عددی طبیعی که یک واحد بیشتر از تعداد کسرهای خواسته شده است ضرب کنیم. (در واقع، مخرج مشترک را عدد بزرگتری در نظر می گیریم)

مثال:

چهار کسر بین $-\frac{6}{7}$ و $-\frac{7}{8}$ بنویسید.

$$-\frac{6 \times 8}{7 \times 8} = -\frac{48}{56} \quad \text{و} \quad -\frac{7 \times 7}{8 \times 7} = -\frac{49}{56}$$

چون بین عددهای صورت، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد و تعداد کسرهای خواسته شده چهار است بنابراین صورت و مخرج را در عدد پنج یا عددی بزرگتر از پنج ضرب می کنیم.

$$-\frac{48 \times 5}{56 \times 5} = -\frac{240}{280} \quad \text{و} \quad -\frac{49 \times 5}{56 \times 5} = -\frac{245}{280}$$

$$\Rightarrow -\frac{245}{280} < -\frac{244}{280} < -\frac{243}{280} < -\frac{242}{280} < -\frac{241}{280} < -\frac{240}{280}$$

روش ۲) میانگین گرفتن):

در این روش، دو کسر را جمع کرده و سپس حاصل جمع را بر ۲ تقسیم می کنیم. برای به دست آوردن تعداد بیشتری کسر، این روش را با کسرهای جدید ادامه می دهیم.

نکته: میانگین دو عدد دلخواه، دقیقاً وسط آن دو عدد قرار دارد و فاصله آن از دو عدد به یک اندازه می باشد.

مثال:

(الف) بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ دو کسر به روش میانگین بنویسید.

حل:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12} \Rightarrow \frac{11}{12} \div 2 = \frac{11}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{24} \Rightarrow \frac{1}{4}, \frac{11}{24}, \frac{2}{3}$$

حال برای پیدا کردن کسر دیگر کافی است که کسر $\frac{11}{24}$ را با یکی از دو کسر $\frac{1}{4}$ یا $\frac{2}{3}$ در نظر بگیریم و به همین روش عمل کنیم:

$$\frac{1}{4} + \frac{11}{24} = \frac{6+11}{24} = \frac{17}{24} \Rightarrow \frac{17}{24} \div 2 = \frac{17}{24} \times \frac{1}{2} = \frac{17}{48}$$

$$\frac{1}{4}, \frac{17}{48}, \frac{11}{24}, \frac{2}{3}$$

(ب) بین $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{8}$ کسری بنویسید که فاصله آن از دو کسر به یک اندازه باشد.

حل: در واقع باید میانگین این دو کسر را حساب کنیم:

$$\frac{3}{5} + \frac{5}{8} = \frac{24+25}{40} = \frac{49}{40} \Rightarrow \frac{49}{40} \div 2 = \frac{49}{40} \times \frac{1}{2} = \frac{49}{80} \Rightarrow \frac{3}{5}, \frac{49}{80}, \frac{5}{8}$$

روش ۳ (جمع صورت ها با هم و مخرج ها با هم):

اگر صورت دو کسر را با هم و مخرج ها را نیز با هم جمع کنیم کسر حاصل، بین دو کسر داده شده خواهد بود.

مثال:

الف) سه کسر بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ بنویسید.

حل:

$$\frac{2}{3} < \frac{6}{8} < \frac{10}{13} < \frac{14}{18} < \frac{4}{5}$$

$\begin{matrix} 2+4 & 6+4 & 10+4 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & 4 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ 3 & 8 & 13 & 18 & 5 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{ } & 3+5 & 8+5 & 13+5 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$

ب) چهار کسر بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{9}$ بنویسید.

حل:

$$\frac{1}{2} < \frac{6}{11} < \frac{11}{20} < \frac{16}{29} < \frac{21}{38} < \frac{5}{9}$$

$\begin{matrix} 1+5 & 6+5 & 11+5 & 16+5 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 & 5 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ 2 & 11 & 20 & 29 & 38 & 9 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{ } & 2+9 & 11+9 & 20+9 & 29+9 \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$

نمایش اعشاری اعداد گویا

تعریف: برای محاسبه ی کسر $\frac{5}{4}$ اگر با ماشین حساب عدد ۵ را بر ۴ تقسیم کنیم، حاصل $1/25$

می شود و برای محاسبه کسر $\frac{7}{3}$ اگر با ماشین حساب عدد ۷ را بر ۳ تقسیم کنیم، حاصل $2/333... 2/333$ می شود.

پس هر عدد گویا معادل یک عدد اعشاری است.

مثال:

$$\frac{3}{8} = 0/375$$

$$\frac{2}{3} = 0/66666...$$

$$\frac{7}{50} = 0/14$$

$$\frac{5}{6} = 0/83333...$$

$$\frac{1}{2} = 0/5$$

$$17 = 17/0$$

عدد اعشاری حاصل از یک عدد گویا به دو حالت کلی زیر تقسیم می شود:

الف) اعداد اعشاری مختوم یا متناهی (با پایان)

ب) اعداد اعشاری متناوب

الف) کسری دارای نمایش اعشاری مختوم است که اگر صورت را برمخرج تقسیم کنیم بالاخره

باقی مانده صفر می شود. و تعداد رقم های بعد از اعشار آنها متناهی بوده، و در یک یا

چند رقم، قطع شده و تمام می شود.

مثال:

قسمت اعشار $\frac{1}{8}$ متناهی (فقط ۱ و ۲ و ۵) است و بعد از رقم ۵ به پایان می رسد.

$$\frac{1}{8} = 0.125$$

توجه: عدد صحیحی مانند ۶ نیز مختوم است زیرا اگر به آن مخرج یک ($\frac{6}{1}$) بدهیم و

صورت را بر مخرج تقسیم کنیم باقی مانده صفر می شود.

ب) کسری دارای نمایش اعشاری متناوب است که با تقسیم صورت کسر بر مخرج آن، باقی مانده

هیچ گاه صفر نمی شود و قسمت اعشاری آنها انتها ندارد. در قسمت اعشاری این اعداد

یک یا چند رقم به صورت متناوب (یعنی پشت سرهم) تکرار می شوند. و از نماد زیر برای

نمایش رقم هایی که تکرار می شود استفاده می کنند.

مثال:

$$\frac{5}{9} = 0.55555... = 0.\overline{5}$$

عدد ۵ به صورت متناوب تکرار شده و تمام نمی شود.

عدد ۱۸ به صورت متناوب تکرار شده و تمام نمی شود.

$$\frac{2}{11} = 0.18181818... = 0.\overline{18}$$

$$\frac{7}{6} = 1/16666... = 1/16\bar{6}$$

عدد ۱ ثابت و رقم ۶ به صورت متناوب تکرار شده و تمام نمیشود.

علامت تکرار (-) روی رقمی قرار می گیرد، که بطور متناوب تکرار

می شود.

مثال: به کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری کسره‌های زیر را به دست آورده و مختوم بودن یا

متناوب بودن هر کدام را مشخص کنید.

$$\frac{13}{21} = 0.619047\bar{6}$$

متناوب

$$\frac{17}{5} = 3.4$$

مختوم

$$\frac{2}{21} = 0.095238095...$$

متناوب

$$\frac{1}{4000} = 0.00025$$

مختوم

$$-\frac{1}{33} = -0.3030303...$$

متناوب

$$\frac{7}{8} = 0.875$$

مختوم

$$0.7777777777777777$$

مختوم (دقت کنید قسمت اعشار عدد متناهی است و تمام می شود)

سوال چالشی:

بدون استفاده از ماشین حساب و انجام تقسیم چطور می توانیم بفهمیم کسر مختوم است یا

متناوب؟

نکته ۱: قبل از بررسی یک کسر باید مطمئن باشیم صورت و مخرج کسر تا جایی که ممکن است

ساده شده باشند. اگر مخرج کسر را به عامل های اول تجزیه کنیم کسری که مخرج آن فقط

عوامل اول ۲ یا ۵ داشته باشد. مختوم یا متناهی است. مانند: $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{13}{20}$... توجه کنید کسرهایی

مانند: $\frac{6}{1}$ که مخرج آنها یک است و هیچ عامل اولی ندارد نیز مختوم می باشد (می دانیم عدد یک

نه اول است، نه مرکب)

مثال:

$$\frac{7}{4} = \frac{7}{2 \times 2} = 1/75 \quad \longrightarrow \quad \text{مخرج کسر تنها دارای عامل اول ۲ است. مختوم}$$

$$\frac{9}{50} = \frac{9}{5 \times 5 \times 2} = 9/18 \quad \longrightarrow \quad \text{مخرج کسر دارای عامل اول ۲ و ۵ است. مختوم}$$

$$\frac{99 \div 3}{75 \div 3} = \frac{33}{25} = \frac{33}{5 \times 5} = 1/32 \quad \longrightarrow$$

کسر قابل ساده شدن است، اول ساده می کنیم. مخرج فقط عامل اول ۵ دارد. مختوم

$$\frac{10}{1} \quad \longrightarrow \quad \text{مخرج کسر هیچ عامل اول ندارد. مختوم}$$

$$185 = \frac{185}{1} \quad \longrightarrow \quad \text{به عدد مخرج یک می دهیم، مخرج یک هیچ عامل اول ندارد. مختوم}$$

نکته ۲: قبل از بررسی یک کسر باید مطمئن باشیم صورت و مخرج کسر تا جایی که ممکن است

ساده شده باشند.

* اگر مخرج را تجزیه کردیم و عامل اول ۲ و یا ۵ در تجزیه نیافتیم و اعداد اول دیگری در تجزیه مخرج وجود داشتند، پاسخ آن کسر عدد اعشاری متناوب ساده خواهد بود. یعنی بلافاصله بعد از اعشار عدد یا اعدادی وجود خواهند داشت که تکرار شوند.

مثال:

مخرج دارای عامل اول غیر از ۲ و ۵ است. **متناوب ساده** $\rightarrow \frac{3}{11} = 0.272727\ldots$

نکته ۳: اگر مخرج کسر که قبلاً به ساده ترین حالت نوشته شده را تجزیه کنیم و ترکیبی از ۲ یا ۵ و اعداد اول دیگر ببینیم، حاصل آن کسر عدد اعشاری متناوب مرکب خواهد بود. یعنی بعد از ممیز یک یا چند رقم غیر گردشی و سپس یک یا چند رقم گردشی وجود خواهند داشت. مثال:

مخرج علاوه بر ۲ دارای عامل اول ۳ می باشد. **متناوب مرکب** $\rightarrow \frac{5}{6} = \frac{5}{2 \times 3} = 0.83333\ldots$

مخرج علاوه بر ۲ و ۵ دارای عامل اول ۷ می باشد. **متناوب مرکب** $\rightarrow \frac{1}{70} = \frac{1}{2 \times 5 \times 7} = 0.01428\ldots$

مثال:

نوع عدد اعشاری حاصل از هریک از اعداد گویای زیر را بدون انجام تقسیم مشخص کنید.

$\frac{7}{50} = \frac{7}{2 \times 5 \times 5} \rightarrow$ **مختوم**

$\frac{7}{33} = \frac{7}{3 \times 11} \rightarrow$ **متناوب ساده**

$\frac{3}{15} = \frac{1}{5} \rightarrow$ **مختوم**

$\frac{2}{5} \rightarrow$ **مختوم**

$\frac{15}{21} = \frac{5}{7} \rightarrow$ **متناوب ساده**

$\frac{13}{12} = \frac{13}{2 \times 2 \times 3} \rightarrow$ **متناوب مرکب**

$\frac{9}{14} = \frac{9}{2 \times 7} \rightarrow$ **متناوب مرکب**

$\frac{10}{15} = \frac{2}{3} \rightarrow$ **متناوب ساده**

سوالات امتحانی حل شده

۱- نمایش اعشاری کسر $\frac{5}{6}$ ، مختوم است. (سمنان-خرداد ۹۶) ص غ

حل: غ مخرج عامل غیر از ۲ یعنی ۳ دارد. $\frac{5}{2 \times 3}$

۲- نمایش اعشاری $\frac{3}{10}$ عدد به صورت $0.3333\dots$ است. (خراسان شمالی-خرداد ۹۵) ص غ

حل: غ $0.3 = \frac{3}{10}$

۳- عدد $0.\overline{3}$ از عدد $0.\overline{32}$ کوچکتر است. (تهران نوبت صبح-خرداد ۹۶) ص غ

حل: غ رقم دوم اعشار هر دو عدد را مقایسه کنید. $0.\overline{32} > 0.3333\dots$

۴- نمایش اعشاری کسر $\frac{2}{5}$ است. (مختوم-متناوب) (اصفهان-خرداد ۹۶)

حل: مختوم زیرا مخرج فقط عامل ۵ دارد.

۵- عدد $0.\overline{3}$ از $0.\overline{313}$ است. (بزرگتر-مساوی-کوچکتر) (سمنان-خرداد ۹۶)

حل: بزرگتر زیرا $0.\overline{3} > 0.31313\dots$ رقم سوم اعشار عدد $(0.31313\dots)$ یک ولی رقم

سوم اعشار عدد (0.313) صفر است.

۶- کدام یک از اعداد زیر نمایش عددی مختوم دارد؟

$$\frac{3}{17}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{55}$$

$$\frac{7}{30}$$

حل: زیرا مخرج فقط عامل ۲ دارد. $\frac{1}{8} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2}$

۷- کدام کسر نمایش اعشاری متناوب دارد؟ (قزوین-خرداد ۹۶)

$$\frac{7}{25}$$

$$\frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{9}$$

$$\frac{7}{8}$$

حل: زیرا مخرج عامل اول ۳ دارد. $\frac{5}{9} = \frac{5}{3 \times 3}$

۸- نمایش اعشاری $\frac{5}{16}$ برابر است با: (آذربایجان شرقی-خرداد ۹۵)

حل: ۰/۳۱۲۵ صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم.

۹- کدام یک از اعداد زیر عدد اعشاری مختوم نمی باشد؟ (چهارمحال بختیاری-خرداد ۹۵)

$$\frac{21}{35}$$

$$\frac{12}{15}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{21}{39}$$

حل: زیرا مخرج عامل اول ۱۳ دارد $\frac{21}{39} = \frac{7}{13}$ $\frac{21 \div 3}{39 \div 3}$

۱۰- حاصل کسر مرکب $\frac{2-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{5}{3}-\frac{1}{4}}$ مساوی عدد $\frac{1}{3}$ - است. (آذربایجان غربی-خرداد۹۵) ص غ

حل: غ یادآوری ترتیب عملیات

۱-اول پرانتزها را حساب کن ۲- حاصل توان ۳- در هنگام محاسبه چه داخل پرانتز چه بیرون پرانتز همواره از سمت چپ به راست ضرب و تقسیم را انجام می دهیم ۴- پس از ضرب و تقسیم، جمع و تفریق را انجام می دهیم.

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} \text{ مخرج:}$$

$$\frac{2}{1} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{8-2+3}{4} = \frac{9}{4} \text{ صورت:}$$

$$\frac{\frac{9}{4}}{\frac{3}{4}} = -3 \text{ صورت بر مخرج:}$$

۱۱- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (کرمانشاه-خرداد۹۵) @nohomi9

$$\frac{-1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3}$$

$$\frac{-1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} = \frac{-1}{2} + \frac{-5}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{-1 \times 7}{2 \times 7} - \frac{5}{14} = \frac{-7-5}{14} = \frac{-12}{14} = -\frac{6}{7} \text{ حل:}$$

درس دوم

عددهای حقیقی

عددهایی مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{10}$ ، ... که تعداد رقم های اعشاری آنها

بی شمار است و دارای دوره تناوب نیست گنگ یا اَصم می گوییم.

* مجموعه ای که این عددها در آن قرار دارد، مجموعه عددهای گنگ می نامیم و آن را با نماد $\mathbb{Q}'$

یا $\mathbb{Q}^c$ نمایش می دهیم.

مثال:

$$\sqrt{2} = 1/414212562...$$

هیچ نظمی در قسمت اعشار وجود ندارد. بی پایان و بدون تکرار است. **گنگ**

بی پایان و بدون تکرار است. **گنگ** $0/343443444 \dots$

بی پایان و بدون تکرار است. **گنگ** $0/1211211121112 \dots$

توجه: در اعداد گویای متناوب یک یا چند عدد بصورت نامتناهی و به طور منظم تکرار می

شود ولی در اعداد بالا اعداد به صورت نامنظم ادامه پیدا می کنند و ما نمی توانیم دوره ی

تناوب مشخصی برای آنها قائل باشیم.

نکته ۱: یکی از اعداد معروف گنگ، عدد π است. که در زیر، تا ۳۰ رقم اعشار نوشته شده است. اما در محاسبات حداکثر تا دو رقم اعشار استفاده می شود.

$$\pi = 3.141592653589793238462643383279$$

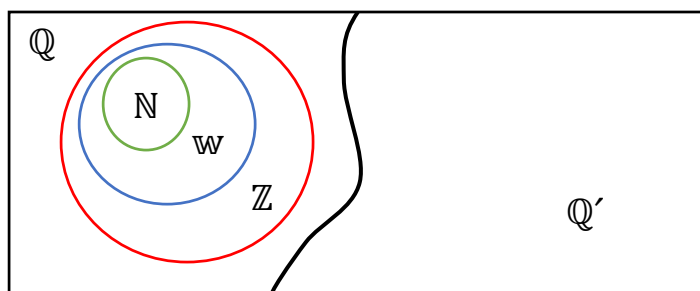
نکته ۲: جذر عددهایی که مربع کامل نیستند، گنگ است

مانند: $\sqrt{46}, \sqrt{20}, \sqrt{6}, \sqrt{15}, \sqrt{7/5}, \sqrt{0.9}, \sqrt{10}$

توجه: عددهایی که جذر کامل دارند مثل ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، این عددها وقتی زیر رادیکال هستند گویا هستند و گنگ نمی باشند. زیرا

$$\sqrt{0.49} = \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{7}{10} = 0.7, \quad \sqrt{25} = 5, \quad \sqrt{16} = 4, \quad \sqrt{9} = 3$$

نکته ۳: در نمودار ون مجموعه های $\mathbb{Q}, \mathbb{Z}, \mathbb{W}, \mathbb{N}$ به صورت زیر می باشند.



نکته ۴: مجموعه ی اعداد گویا و اعداد گنگ دو مجموعه ی جدا از هم هستند، یعنی اشتراک

ندارند، به بیان دیگر عددی وجود ندارد که هم گویا و هم گنگ باشد. $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$

* طبق نمودار ون $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

مثال:

کدام عبارت درست و کدام نادرست است.

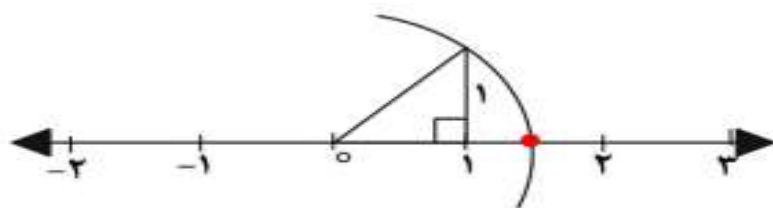
غ	$-3 \in \mathbb{Q}'$	ص	$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$	ص	$\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$
ص	$2/3.3.3.3.3 \dots \in \mathbb{Q}'$	غ	$\frac{\sqrt{9}}{4} \in \mathbb{Q}'$	ص	$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$
ص	$\sqrt{5} \in \mathbb{Q}'$	غ	$\sqrt{7} \in \mathbb{Q}$	غ	$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$
ص	$\frac{2}{\sqrt{5}} \notin \mathbb{Q}'$	ص	$\sqrt{3/7} \in \mathbb{Q}'$	ص	$\mathbb{W} \not\subseteq \mathbb{Q}'$

نمایش هندسی اعداد گنگ

هر عدد گنگ متناظر با یک نقطه روی محور اعداد می باشد.

به عنوان مثال نقطه ی نمایش عدد $\sqrt{2}$ یک نقطه بین دو عدد ۱ و ۲ روی محور اعداد است . که

برای یافتن محل دقیق در روی محور مطابق شکل از روش هندسی استفاده می کنیم.



* برای به دست آوردن محل دقیق اعداد گنگ رادیکالی مانند $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots$ از

همین روش که در پایه هشتم آموختیم استفاده می کنیم.

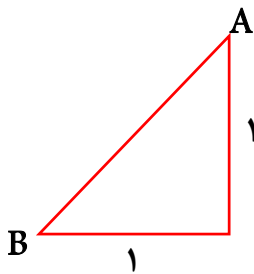
یادآوری پایه هشتم

برای رسم پاره خط هایی به طول $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$ ، ... از رابطه فیثاغورس و مثلث

قائم الزاویه کمک می گیریم. مثلاً برای رسم پاره خطی به طول $\sqrt{2}$ از مثلی به شکل زیر

استفاده می کنیم.

$$AB^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \rightarrow AB = \sqrt{2}$$

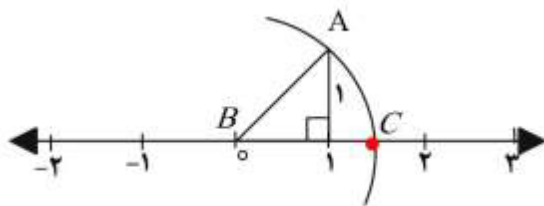


همان طور که در شکل میبینید طبق رابطه ی فیثاغورس، مثلث قائم الزاویه با ضلع های قائمه ۱

وتری به اندازه ی $\sqrt{2}$ به ما می دهد، اگر همین مثلث را روی محور رسم کنیم و کمائی به

مرکز نقطه ی O و شعاع AB بزنیم. محل برخورد با محور یعنی نقطه ی C ، نقطه نمایش $\sqrt{2}$ است.

که با رنگ قرمز ● نشان داده شده است.



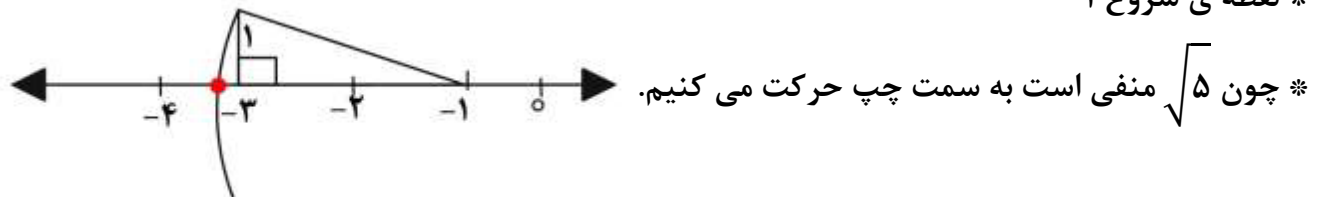
توجه: برای اینکه راحت تر بتوانیم مثلث قائم الزاویه مورد نظر را پیدا کنیم، عدد زیر

رادیكال را به صورت مجموع دو یا چند مربع کامل می نویسیم. این اعداد مربع کامل، مجذور طول اضلاع قائمه ی مثلث هستند.

مثال:

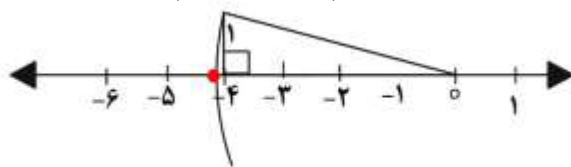
$$-1-\sqrt{5}$$

* نقطه ی شروع ۱-



$$-\sqrt{17}$$

$$-\sqrt{17} = -\sqrt{16+1}$$



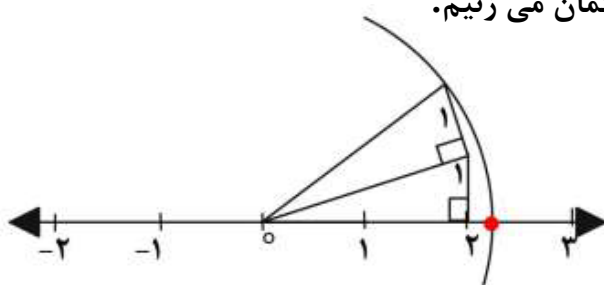
* نقطه شروع مبدا مختصات

* چون منفی است به سمت چپ حرکت می کنیم.

$$\sqrt{6}$$

$$\sqrt{6} = \sqrt{5+1} = \sqrt{4+1+1}$$

ابتدا $\sqrt{5}$ را رسم می کنیم سپس مثل قسمت های قبلی برای بدست آوردن $\sqrt{6}$ مثلث قائم الزاویه به طول ضلع قائمه ی ۱ روی وتر مثلث اول می سازیم. و کمان می زنیم.



$$\sqrt{5} = \sqrt{4+1}$$

زیرا: $5 = 1^2 + 2^2$ برای اینکه طول اضلاع را بفهمیم از ۴ و ۱ جذر می گیریم.

پس برای رسم $\sqrt{5}$ داریم:

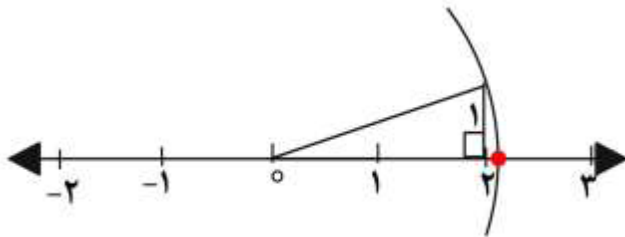
مثلی به طول اضلاع قائمه ۱ و ۲ رسم می کنیم.

* نقطه شروع مبدا مختصات

* چون $\sqrt{5}$ مثبت است پس به سمت راست حرکت می کنیم.

* ۲ واحد به سمت راست

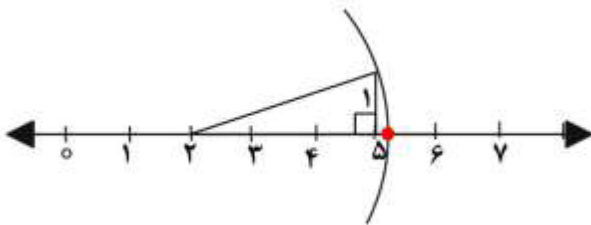
* ۱ واحد به سمت بالا



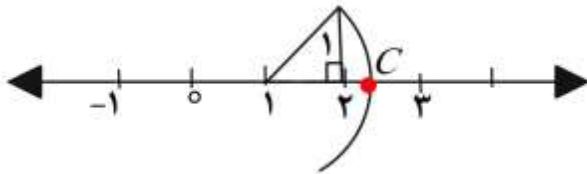
مثال:

۱- نقطه ی نمایش عدد گنگ $2 + \sqrt{10}$ را روی محور نشان دهید.

حل:



۲- در شکل زیر نقطه C چه عددی را نشان می دهد؟



حل:

اول وتر را پیدا می کنیم
 $\sqrt{2} = \text{طول وتر} \rightarrow 1^2 + 1^2 = 2$

* نقطه شروع +۱ است.

* چون از نقطه شروع به سمت راست حرکت کرده پس $\sqrt{2}$ مثبت است
 $C = +1 + \sqrt{2}$

چالش اعداد گنگ و گویا روی محور

نکته:

مربع های کامل ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ۴۹، ۶۴، ۸۱، ۱۰۰، ۱۲۱،

بدون نمایش هندسی، چگونه تشخیص دهیم اعداد گنگ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار

دارند؟

مثال ۱: $\sqrt{15}$ بین کدام دو عدد متوالی صحیح قرار دارد؟

حل:

باید بررسی کنیم ۱۵ بین مربع کدام دو عدد متوالی قرار می گیرد.

چون ۱۵ بین دو مربع کامل ۹ و ۱۶ قرار دارد ($9 < 15 < 16$) پس $\sqrt{15}$ بین دو عدد $4 = \sqrt{16}$ و

$3 = \sqrt{9}$ قرار دارد. به قسمت زیر دقت کنید:

$$9 < 15 < 16 \rightarrow \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$$

$$\rightarrow \sqrt{9} = 3 < \sqrt{15} < \sqrt{16} = 4 \rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

پس بین دو عدد صحیح ۳ و ۴ قرار می گیرد.

مثال ۲: $2 + \sqrt{7}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

حل:

باید بررسی کنیم ۷ بین مربع کدام دو عدد متوالی قرار می گیرد.

چون ۷ بین دو مربع کامل ۴ و ۹ قرار دارد ($4 < 7 < 9$) پس $\sqrt{7}$ بین دو عدد $3 = \sqrt{9}$ و $2 = \sqrt{4}$

قرار دارد به قسمت زیر دقت کنید:

$$4 < 7 < 9 \rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$$

اینجا باید $\sqrt{7}$ را طبق سوال با ۲ جمع کنیم ($2 + \sqrt{7}$) پس دو طرف آن یعنی ۲ و ۳ را هم باید با ۲

جمع کنیم ($2+2 < 2 + \sqrt{7} < 2+3$)

$$2+2 < 2 + \sqrt{7} < 2+3 \rightarrow 4 < 2 + \sqrt{7} < 5$$

پس بین دو عدد ۴ و ۵ قرار می گیرد

نکته: بین هر دو عدد گویا بی شمار عدد گنگ وجود دارد.

مثال ۳: بین دو عدد ۵ و ۶ چهار عدد گنگ بنویسید.

حل:

* اول ۵ و ۶ را به اعداد رادیکالی تبدیل می کنیم و برای این کار هر عدد را در خودش ضرب می کنیم زیرا:

$$۵ \times ۵ = ۲۵ \quad , \quad ۶ \times ۶ = ۳۶$$

$$\sqrt{۲۵} = ۵ \quad , \quad \sqrt{۳۶} = ۶$$

$$\sqrt{۲۵} < \dots < \sqrt{۳۶}$$

$$\sqrt{۲۵} < \sqrt{۲۶} < \sqrt{۲۷} < \sqrt{۲۸} < \sqrt{۳۰} < \sqrt{۳۶}$$

توجه: هنوز هم می توانیم بنویسیم **مانند:**

$$\sqrt{۲۵} < \sqrt{۲۶/۱} < \sqrt{۲۷/۵} < \sqrt{۲۷/۵۵} < \sqrt{۳۰/۱} < \sqrt{۳۶}$$

* این سوال بی شمار جواب داره یعنی می تونیم هنوز عدد بنویسیم که گنگ باشند. دانش آموز

عزیز ۳ تا عدد گنگ دیگه رو برای تمرین اضافه کن.

مثال ۴: بین دو عدد ۱ و ۲ هفت عدد گنگ بنویسید.

حل:

* اول ۱ و ۲ را به اعداد رادیکالی تبدیل می کنیم و برای این کار هر عدد را در خودش ضرب می

کنیم زیرا:

$$۱ \times ۱ = ۱ \quad , \quad ۲ \times ۲ = ۴$$

$$\sqrt{1} = 1, \quad \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{1} < \sqrt{1/5} < \sqrt{2} < \sqrt{2/1} < \sqrt{3} < \sqrt{3/4} < \sqrt{3/7} < \sqrt{3/9} < \sqrt{4}$$

نکته: بین هر دو عدد گنگ بی شمار عدد گنگ وجود دارد.

مثال ۵: بین دو عدد $\sqrt{7}$ و $\sqrt{10}$ چهار عدد گنگ بنویسید.

حل:

دو عدد زیر رادیکال هستند و ما ب راحتی می توانیم اعداد گنگ را بیابیم.

$$\sqrt{7} < \sqrt{7/5} < \sqrt{8} < \sqrt{8/3} < \sqrt{9/4} < \sqrt{9/7} < \sqrt{10}$$

توجه: اشتباه رایج شاگردان، $\sqrt{9}$ را هم به عنوان عدد گنگ می نویسند ولی می دانیم $\sqrt{9} = 3$ گویاست.

نکته: بین یک عدد گویا و یک عدد گنگ بی شمار عدد گویا و بی شمار عدد گنگ وجود دارد.

مثال ۶: بین ۲ و $\sqrt{5}$ چهار عدد گویا و چهار عدد گنگ مشخص کنید.

حل:

برای پیدا کردن عدد گویا اول مقدار تقریبی $\sqrt{5}$ حدود دو رقم اعشار می نویسیم:

$$\sqrt{5} \approx 2/24$$

$$2 < 2/04 < 2/09 < 2/12 < 2/22 < \sqrt{5} \approx 2/24$$

برای عدد گنگ اول باید عدد ۲ را زیر رادیکال ببریم و برای اینکار عدد را دو بار در خودش ضرب می کنیم.

$$2 = \sqrt{4} < \sqrt{4/2} < \sqrt{4/23} < \sqrt{4/5} < \sqrt{4/8} < \sqrt{5}$$

جمع بندی:

بین یک عدد گویا و یک عدد گنگ بی شمار عدد گویا و بی شمار عدد گنگ وجود دارد.

مثال ۷: مجموعه A به صورت $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 3 \leq x \leq 5\}$ در نظر بگیرید آیا نمایش A به

صورت زیر صحیح است؟ چرا



حل:

خیر زیرا بین ۳ و ۵ بی شمار عدد گویا و بی شمار عدد گنگ وجود دارد و نمودار رسم شده روی

محور شامل همه ی اعداد گویا و گنگ از ۳ تا ۵ است. در صورتی که مجموعه A داده شده در

سوال ، فقط اعداد گویا ($x \in \mathbb{Q}$) از ۳ تا ۵ را از ما می خواهد.

مثال ۸: مجموعه A به صورت $A = \{x \in \mathbb{Q}' \mid -1 < x < 5\}$ را در نظر بگیرید. آیا نمایش A به

صورت زیر صحیح است؟ چرا



حل:

خیر زیرا بین -۱ و ۵ بی شمار عدد گویا و بی شمار عدد گنگ وجود دارد. و نمودار رسم شده

روی محور شامل همه ی اعداد گویا و گنگ از -۱ تا ۵ است. در صورتی که مجموعه A داده شده

در سوال ، فقط اعداد گنگ ($x \in \mathbb{Q}'$) از -۱ تا ۵ را از ما می خواهد.

اعداد حقیقی

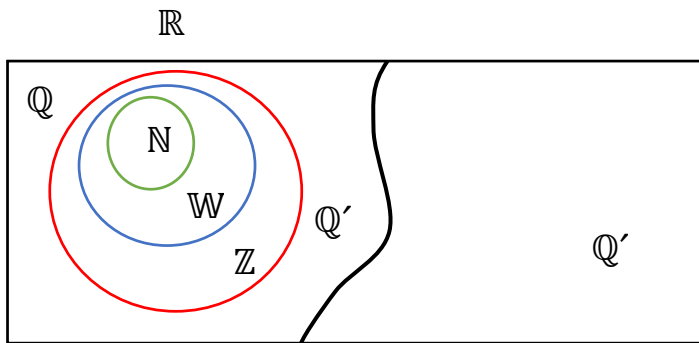
عددها به دو دسته جدا از هم، عددهای **گویا** و عددهای **گنگ** تقسیم می شوند. اجتماع

مجموعه ی عددهای گویا و عددهای گنگ را مجموعه عددهای حقیقی می نامیم و آن را با نماد

$\mathbb{R}$ نمایش می دهیم.

نکته ۱: $\mathbb{R} = \mathbb{Q}' \cup \mathbb{Q}$ تساوی بین سه مجموعه اعداد گویا و گنگ و حقیقی برقرار است.

نکته ۲: نمودار ون



نکته ۳:

$$\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$$

و

$$\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$$

مثال:

$$-\left(1 + \sqrt{3}\right) \in \mathbb{R} \quad , \quad 0.505505550555 \dots \in \mathbb{R} \quad , \quad 3/24 \in \mathbb{R}$$

$$5 \in \mathbb{R} \quad , \quad -\frac{6}{7} \in \mathbb{R} \quad , \quad \frac{5}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R} \quad , \quad \pi \in \mathbb{R}$$

تمرین:

داخل علامت $\in$ یا $\notin$ قرار دهید.

$$-3 \dots \mathbb{Z} \quad , \quad 0/47 \dots \mathbb{Q} \quad , \quad \sqrt{17} \dots \mathbb{R} \quad , \quad \frac{9}{\cdot} \dots \mathbb{R} \quad , \quad -\sqrt{9} \dots \mathbb{R}$$

$$\frac{-6}{3} \dots \mathbb{N} \quad , \quad \sqrt{0/4} \dots \mathbb{Q} \quad , \quad \sqrt{0/81} \dots \mathbb{Q} \quad , \quad \frac{\cdot}{5} \dots \mathbb{R} \quad , \quad \sqrt{5/7} \dots \mathbb{Q}$$

حل:

$$-3 \in \mathbb{Z} \quad , \quad 0/47 \in \mathbb{Q} \quad , \quad \sqrt{17} \in \mathbb{R} \quad , \quad \frac{9}{\cdot} \notin \mathbb{R} \quad , \quad -\sqrt{9} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{-6}{3} \notin \mathbb{N} \quad , \quad \sqrt{0/4} \notin \mathbb{Q} \quad , \quad \sqrt{0/81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{\cdot}{5} = 0 \in \mathbb{R} \quad , \quad \sqrt{5/7} \in \mathbb{Q}$$

*توجه مجموعه ی اعداد گویا و مجموعه ی اعداد گنگ زیر مجموعه ی اعداد حقیقی هستند.

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \quad , \quad \mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$$

تمرین:

با توجه به مفاهیم قبلی و یا استفاده از نمودار ون جاهای خالی را پر کنید.

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \dots \quad \mathbb{Q} \cup \mathbb{N} = \dots \quad \mathbb{Q}' \cup \mathbb{Q} = \dots \quad \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \dots$$

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{R} = \dots \quad \mathbb{Q} \cap \mathbb{N} = \dots \quad \mathbb{Q}' \cap \mathbb{Z} = \dots \quad \mathbb{Q}' \cap \mathbb{W} = \dots$$

حل:

$$\begin{array}{llll} \mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q} & \mathbb{Q} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Q} & \mathbb{Q}' \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R} & \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z} \\ \mathbb{Q} \cup \mathbb{R} = \mathbb{R} & \mathbb{Q} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N} & \mathbb{Q}' \cap \mathbb{Z} = \emptyset & \mathbb{Q}' \cap \mathbb{W} = \emptyset \end{array}$$

مثال:

هر یک از مجموعه های زیر را با عضوهایش مشخص کنید.

$$A = \{\Delta n + 3 \mid n \in \mathbb{N}\}, B = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 1\}, C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 5\}$$

$$A = \{\Delta n + 3 \mid n \in \mathbb{N}\} = \{8, 13, \dots\}$$

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots \rightarrow \Delta \times 1 + 3 = 8, \Delta \times 2 + 3 = 13, \dots$$

$$B = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 1\} = \{3, 0, -1\}$$

$$x = -2, -1, 0 \rightarrow (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3, (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0, (0)^2 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 5\} =$$

$$x = -1, 1, 1/5, \sqrt{2}, -\sqrt{3}, \frac{-3}{4}, \dots \quad (\text{نمی توان همه اعضا را به ترتیب نشان داد})$$

توجه: در قسمت های قبلی یاد گرفتیم بین هر دو عدد حقیقی (گویا یا گنگ) **بی شمار** عدد

حقیقی بصورت گویا یا گنگ وجود دارد. بنابراین مجموعه اعداد حقیقی را **نمی توان** با اعضا

نمایش داد. پس برای نمایش مجموعه اعداد حقیقی از محور استفاده می کنیم.

محور اعداد حقیقی



اعداد حقیقی را می توان روی یک محور نشان داد که به این محور، محور اعداد حقیقی می گوییم.

* هر نقطه روی این محور نشان دهنده ی یک عدد گویا و یا یک عدد گنگ است.

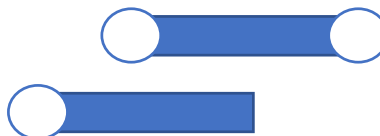
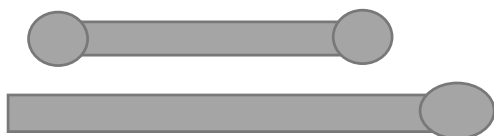
به عبارت دیگر یک تناظر یک به یک بین اعداد حقیقی و نقاط روی محور اعداد حقیقی وجود دارد.

به صورت زیر:

* هر عدد حقیقی فقط یک نقطه را روی محور نشان می دهد و هر نقطه روی محور اعداد حقیقی، نمایش یک عدد حقیقی است.

نمایش هندسی مجموعه ها روی محور اعداد حقیقی

می خواهیم مجموعه های زیر را روی محور اعداد نشان دهیم برای این کار از خط ها و دایره های توپر و توخالی به شکل زیر استفاده می کنیم.



مثال ۱:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 3\}$$

انتهای خط
ابتدای خط
مساوی دارد دایره توپر
مساوی ندارد دایره توخالی

توجه: در علامت های $\leq$, $\geq$ (بزرگتر مساوی و کوچکتر مساوی) علامت **مساوی** به معنای آن

است که خود عدد هم **جزو مجموعه** است و ما برای نشان دادن نقاط ابتدایی یا انتهایی روی محور آن را با **دایره ی توپر** مشخص می کنیم.

علامت $<$, $>$ به معنای این است که نقاط ابتدا یا انتهایی جزو مجموعه **نیستند** و روی محور آن را با **دایره ی توخالی** نشان می دهیم.

مثال: مجموعه های زیر را روی محور اعداد حقیقی نشان دهید.

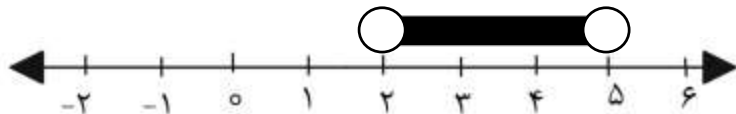
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$$

انتهای خط توپُر
ابتدای خط توپُر



$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$$

انتها و تو خالی
ابتدا و تو خالی



$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4\}$$

انتها و توپُر
ابتدا و تو خالی



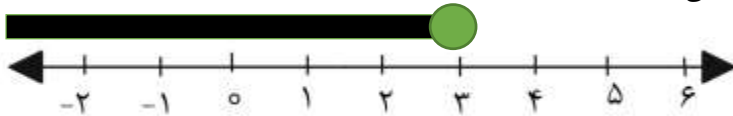
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$$

ابتدا و توپُر



اشتباه رایج دانش آموزان: عدد ۳ را انتها می گیرند و نمودار را به شکل زیر رسم می کنند

این غلط است.



* دقت کنید عبارت را به این صورت بخوانید (X های بزرگتر از ۳)

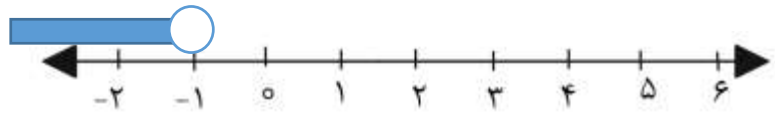
وقتی می خوانیم بزرگتر یعنی به سمت راست ۳ باید حرکت کنیم. زیرا در محور اعداد حقیقی

هر چقدر به سمت راست حرکت کنیم عدد بزرگتر و هر چقدر به سمت چپ حرکت کنیم عدد

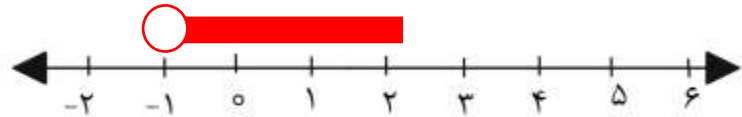
کوچکتر می شود.

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$$

انتها و تو خالی



اشتباه رایج دانش آموزان: عدد ۱- را ابتدا می گیرند و به شکل زیر رسم می کنند که غلط می باشد.



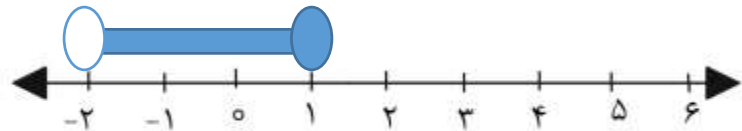
* دقت کنید عبارت را به این صورت بخوانید (X های کوچکتر از ۱-)

وقتی می خوانیم کوچکتر یعنی به سمت چپ ۱- باید حرکت کنیم زیرا در محور اعداد حقیقی

هر چقدر به سمت چپ حرکت کنیم عدد کوچکتر و هر چقدر به سمت راست حرکت کنیم عدد

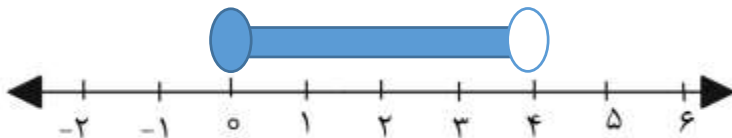
بزرگتر می شود.

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 1\}$$



به جهت علامت ها دقت کنید

مثال: با توجه به محور مجموعه ی متناظر با آن را بنویسید.

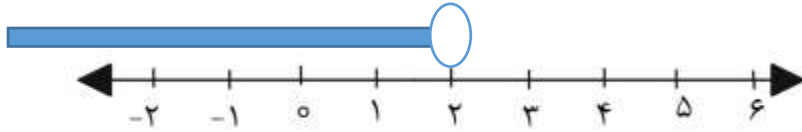


حل:

ابتدا صفر و تو پر، انتها چهار و تو خالی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 4\}$

* دقت کنید $x \in \mathbb{R}$ است، اشتباه رایج دانش آموزان $x \in \mathbb{Q}$ یا $x \in \mathbb{Z}$ می نویسند.

مثال:



حل:

انتها ۲ و تو خالی، حرکت به سمت چپ پس x های کمتر از ۲ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$

اشتباه رایج دانش آموزان $x > 2$ می نویسند، دقت کنید حرکت به سمت چپ است.

درس سوم

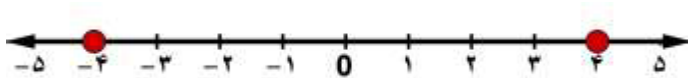
قدرمطلق و محاسبه ی تقریبی

فاصله نقطه نظیر یک عدد حقیقی روی محور اعداد، تا مبدأ (صفر) را قدرمطلق آن عدد می نامند.

قدر مطلق عدد a را با $|a|$ نشان می دهیم.

مثال: فاصله نقاط نظیر دو عدد ۴ و -۴ تا مبدأ، برابر ۴ است؛ پس قدرمطلق هر دو عدد ۴ و

(-۴) برابر ۴ است؛



یعنی: $|4| = |-4| = 4$

نکته: قدرمطلق عدد صفر، مساوی صفر می باشد. یعنی $a = 0 \Rightarrow |a| = 0$

نکته: قدرمطلق عددهای مثبت، مساوی خود عدد می باشد. یعنی $a > 0 \Rightarrow |a| = a$

نکته: قدرمطلق عددهای منفی، مساوی قرینه آن عدد می باشد. یعنی $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $|-۴/۰۲| = ۴/۰۲$

ب) $\left| \frac{-۳}{۸} \right| = \frac{۳}{۸}$

ج) $|\sqrt{۷}| = \sqrt{۷}$

د) $|۰| = ۰$

نکته: قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد، مساوی با حاصل ضرب قدر مطلق آنها است. یعنی برای

هر دو عدد حقیقی دلخواه مانند a و b :

$$|a \times b| = |a| \times |b|$$

مثال:

$$\left. \begin{aligned} |(-۸) \times (+۶)| &= |-۴۸| = ۴۸ \\ |-۸| \times |+۶| &= ۸ \times ۶ = ۴۸ \end{aligned} \right\} \Rightarrow |(-۸) \times (+۶)| = |-۸| \times |+۶|$$

نکته: قدر مطلق حاصل تقسیم دو عدد، مساوی با حاصل تقسیم قدر مطلق آنهاست. یعنی برای

هر دو عدد حقیقی دلخواه مانند a و b که $b \neq ۰$:

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

مثال:

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{-24}{2} \right| &= |-12| = 12 \\ \frac{|-24|}{|2|} &= \frac{24}{2} = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \frac{-24}{2} \right| = \frac{|-24|}{|2|}$$

تمرین:

آیا قدر مطلق حاصل جمع دو عدد، همواره مساوی با حاصل جمع قدر مطلق آنهاست؟

حل: خیر مثلاً

$$\left. \begin{aligned} |-9+2| &= |-7| = 7 \\ |-9| + |2| &= 9+2=11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |-9+2| \neq |-9| + |2|$$

نکته: قدر مطلق مجموع دو عدد، از مجموع قدر مطلق آنها کوچکتر یا مساوی است. یعنی برای

$$|a+b| \leq |a| + |b| \quad \text{هر دو عدد حقیقی دلخواه مانند } a \text{ و } b$$

مثال:

$$\left. \begin{aligned} |-7+3| &= |-4| = 4 \\ |-7| + |3| &= 7+3=10 \end{aligned} \right\} \xRightarrow{4 < 10} |-7+3| < |-7| + |3|$$

مثال:

$$\left. \begin{aligned} |8+9| &= |17| = 17 \\ |8| + |9| &= 8+9=17 \end{aligned} \right\} \xRightarrow{17=17} |8+9| = |8| + |9|$$

تمرین: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } |9 - 20 + 7| = \left| \overbrace{9 - 20}^{-11} + 7 \right| = |-4| = 4$$

$$\text{ب) } |(-6) \times (+4)| = |-24| = 24$$

$$\text{پ) } | -(-5+7) | = \left| -(\overbrace{-5+7}^2) \right| = |-2| = 2$$

$$\text{ت) } |-6 \times 3 + 7| = \left| \overbrace{-6 \times 3}^{-18} + 7 \right| = |-11| = 11$$

$$\text{ث) } | -|3 - 15| | = \left| -\left| \overbrace{3 - 15}^{-12} \right| \right| = |-(+12)| = |-12| = 12$$

$$\text{ج) } |-5^2| = |-25| = 25$$

$$\text{چ) } \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \right| = \left| \frac{9-2}{6} \right| = \left| \frac{7}{6} \right| = \frac{7}{6}$$

$$\text{ح) } |-\sqrt{7} + 3 + \sqrt{7}| = |-\cancel{\sqrt{7}} + 3 + \cancel{\sqrt{7}}| = |3| = 3$$

$$\text{خ) } -|-8 - (-3)| = -|-8+3| = -\left| \overbrace{-5}^{+5} \right| = -5$$

نکته: برای محاسبه قدرمطلق هایی که دارای عبارت های گنگ هستند، می توان ابتدا مقدار

تقریبی عبارت درون قدرمطلق را به دست آورد تا منفی یا مثبت بودن عبارت داخل قدرمطلق مشخص شود. اگر حاصل عبارت درون قدرمطلق منفی شد، عبارت درون قدرمطلق را قرینه کرده و از قدرمطلق خارج می کنیم و اگر حاصل عبارت درون قدرمطلق مثبت شد، عبارت درون قدرمطلق را بدون تغییر از قدرمطلق خارج می کنیم.

تمرین: حاصل عبارت های زیر را بدون قدرمطلق بنویسید.

$$|\sqrt{6} - \sqrt{7}|$$

حل: چون مقدار $\sqrt{7}$ از $\sqrt{6}$ بزرگتر است بنابراین حاصل عبارت درون قدرمطلق همواره منفی

است. پس برای محاسبه قدرمطلق باید عبارت درون آن را قرینه کنیم.

$$\underbrace{|\sqrt{6} - \sqrt{7}|}_{\text{منفی}} = -(\sqrt{6} - \sqrt{7}) = -\sqrt{6} + \sqrt{7} = \sqrt{7} - \sqrt{6}$$

$$|7 - \sqrt{15}| =$$

حل: چون $7 = \sqrt{49}$ از $\sqrt{15}$ بزرگتر است بنابراین حاصل عبارت درون قدرمطلق همواره مثبت

است. پس برای محاسبه قدرمطلق باید عبارت درون آن را بدون تغییر خارج کنیم.

$$\underbrace{|7 - \sqrt{15}|}_{\text{مثبت}} = 7 - \sqrt{15}$$

$$|6 - 5\sqrt{3}| =$$

حل: مقدار $5\sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$ از $6 = \sqrt{36}$ بزرگتر است بنابراین حاصل عبارت درون

قدرمطلق همواره منفی است. پس برای محاسبه قدرمطلق باید عبارت درون آن را قرینه کنیم.

$$\underbrace{|6 - 5\sqrt{3}|}_{\text{منفی}} = -(6 - 5\sqrt{3}) = -6 + 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3} - 6$$

$$|5 - \sqrt{2}| + |-1 + \sqrt{2}| = \left| \overbrace{5 - \sqrt{2}}^{\text{مثبت}} \right| + \left| \overbrace{-1 + \sqrt{2}}^{\text{مثبت}} \right| = 5 - \cancel{\sqrt{2}} - 1 + \cancel{\sqrt{2}} = 4$$

$5 = \sqrt{25} > \sqrt{2}$ $1 = \sqrt{1} < \sqrt{2}$

$$|\sqrt{3} - 2| + |7 + \sqrt{3}| = \left| \overbrace{\sqrt{3} - 2}^{\text{منفی}} \right| + \left| \overbrace{7 + \sqrt{3}}^{\text{مثبت}} \right| = -(\sqrt{3} - 2) + 7 + \sqrt{3}$$

$$= -\cancel{\sqrt{3}} + 2 + 7 + \cancel{\sqrt{3}} = 9$$

$\sqrt{3} < 2 = \sqrt{4}$

$$|-\sqrt{6} - 11| - |\sqrt{6} + 2| = \left| \overbrace{-\sqrt{6} - 11}^{\text{منفی}} \right| - \left| \overbrace{\sqrt{6} + 2}^{\text{مثبت}} \right| = -(-\sqrt{6} - 11) - (\sqrt{6} + 2) =$$

$$\cancel{\sqrt{6}} + 11 - \cancel{\sqrt{6}} - 2 = 9$$

$$|4 - \sqrt{5}| + |-\sqrt{5}| = \left| \overbrace{4 - \sqrt{5}}^{\text{مثبت}} \right| + \left| \overbrace{-\sqrt{5}}^{\text{منفی}} \right| = 4 - \sqrt{5} - (-\sqrt{5}) = 4 - \cancel{\sqrt{5}} + \cancel{\sqrt{5}} = 4$$

$4 = \sqrt{16} > \sqrt{5}$

$$4|\sqrt{3} - 2| + |13 + 4\sqrt{3}| - |-7| = 4 \times \left| \overbrace{\sqrt{3} - 2}^{\text{منفی}} \right| + \left| \overbrace{13 + 4\sqrt{3}}^{\text{مثبت}} \right| - \left| \overbrace{-7}^{\text{منفی}} \right| =$$

$\sqrt{3} < 2 = \sqrt{4}$

$$-4 \times (\sqrt{3} - 2) + 13 + 4\sqrt{3} - (+7) = -4\sqrt{3} + 8 + 13 + 4\sqrt{3} - 7 = 14$$

$$\left| \frac{1 - \sqrt{5}}{-2} \right| = \frac{\overbrace{1 - \sqrt{5}}^{\text{منفی}}}{|-2|} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

توجه: اعدادی که بین صفر و یک هستند هر چه به توان بزرگتری برسند کوچکتر می شوند.

مثال:

$$\left. \begin{array}{l} (0/2)^2 = 0/04 \\ (0/2)^3 = 0/008 \\ (0/2)^4 = 0/0016 \\ (0/2)^5 = 0/00032 \end{array} \right\} \Rightarrow (0/2)^2 > (0/2)^3 > (0/2)^4 > (0/2)^5$$

مثال: $(0/92)^{17} > (0/92)^{19}$ و $(\frac{2}{3})^{21} < (\frac{2}{3})^{14}$

تمرین: حاصل عبارت های زیر را بدون قدرمطلق بنویسید.

الف) $|(0/5)^{20} - (0/5)^{19}|$

حل: مقدار $(0/5)^{19}$ از $(0/5)^{20}$ بزرگتر است بنابراین حاصل عبارت درون قدرمطلق همواره منفی

است. پس برای محاسبه قدرمطلق باید عبارت درون آن را قرینه کنیم.

$$|(0/5)^{20} - (0/5)^{19}| = -((0/5)^{20} + (0/5)^{19}) = -(0/5)^{20} + (0/5)^{19}$$

ب) $|(2/3)^{12} - (2/3)^8|$

حل: مقدار $(2/3)^{12}$ از $(2/3)^8$ بزرگتر است بنابراین حاصل عبارت درون قدرمطلق همواره مثبت

است. پس برای محاسبه قدرمطلق عبارت درون آن را بدون تغییر می نویسیم.

$$|(2/3)^{12} - (2/3)^8| = (2/3)^{12} - (2/3)^8$$

تمرین: در جاهای خالی علامت < ، = یا > قرار دهید.

$$|\sqrt{3} - 2| \square |\sqrt{3}| + |-2|$$

$$|\sqrt{3} - 2| \simeq \left| \overbrace{1/7 - 2}^{-0/3} \right| = 0/3 \quad \text{و} \quad |\sqrt{3}| + |-2| \simeq 1/7 + 2 = 3/7$$

$$|\sqrt{3} - 2| \square |\sqrt{3}| + |-2|$$

$$\left| \frac{-\sqrt{5}}{2} \right| \square \frac{|-\sqrt{5}|}{|2|}$$

$$\left| \frac{-\sqrt{5}}{2} \right| = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{و} \quad \frac{|-\sqrt{5}|}{|2|} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left| \frac{-\sqrt{5}}{2} \right| \square \frac{|-\sqrt{5}|}{|2|}$$

$$|2^2 - 3^2| \square |2^2| - |3^2|$$

$$\left. \begin{array}{l} |2^2 - 3^2| = |4 - 9| = |-5| = 5 \\ |2^2| - |3^2| = |4| - |9| = 4 - 9 = -5 \end{array} \right\} \Rightarrow |2^2 - 3^2| \square |2^2| - |3^2|$$

تمرین: اگر $a = 2$, $b = \frac{1}{3}$ و $c = -\frac{3}{4}$ باشد، $|4a - b - c|$ را به دست آورید.

حل: مقادیر داده شده را در عبارت $4a - b - c$ جایگذاری کرده و حاصل را به دست می آوریم؛

$$|4a - b - c| = \left| 4 \times 2 - \left(\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) \right| = \left| 8 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \right| = \left| \frac{96 - 4 + 9}{12} \right| = \left| \frac{101}{12} \right| = \frac{101}{12}$$

تمرین: اگر $a = -3$, $b = 1$ و $c = 7$ باشد، حاصل عبارت $\frac{|b| - c}{|a - b + c|}$ را به دست آورید.

$$\frac{|b| - c}{|a - b + c|} = \frac{|1| - 7}{|-3 - 1 + 7|} = \frac{1 - 7}{|3|} = \frac{-6}{3} = -2$$

تمرین: مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

الف) $a = -5$ و $b = 9$; $\frac{|a| + 3|b|}{4|a - b|} =$

$$\frac{|a| + 3|b|}{4|a - b|} = \frac{|-5| + 3|9|}{4|-5 - 9|} = \frac{5 + 3 \times 9}{4 \times |-14|} = \frac{5 + 27}{4 \times 14} = \frac{32}{56} = \frac{4}{7}$$

ب) $a = -5$ و $b = 2$; $|a + b| - 3|ab| =$

$$|a + b| - 3|ab| = |-5 + 2| - 3|-5 \times 2| = |-3| - 3|-10| = 3 - 3 \times 10 = 3 - 30 = -27$$

ج) $a = -8$ و $b = \sqrt{3}$; $|2a - b| - b =$

$$|2a - b| - b = |2 \times (-8) - \sqrt{3}| - \sqrt{3} = \left| \frac{-16 - \sqrt{3}}{-(-16 - \sqrt{3})} \right| - \sqrt{3} = 16 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 16$$

تمرین: بزرگترین عدد صحیحی که اگر به جای مربع قرار دهیم، نامساوی زیر برقرار باشد چیست؟

$$|3 - 2 \times 4| > 4 + \square$$

$$\left| 3 - \underbrace{2 \times 4}_8 \right| > 4 + \square \Rightarrow |-5| > 4 + \square \Rightarrow 5 > 4 + \square \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 5 > 4 + 1 = 5 \\ 5 > 4 + 0 = 4 \quad \checkmark \\ 5 > 4 + (-1) = 3 \\ 5 > 4 + (-2) = 2 \end{cases}$$

بنابراین جواب مورد نظر، عدد صحیح صفر می باشد.

تمرین: عبارت کلامی مربوط به هر یک از رابطه های زیر را بنویسید.

الف) $a > 0$ $\Leftarrow$ پاسخ عددی مثبت است

ب) $a < 0$ $\Leftarrow$ پاسخ عددی منفی است

ج) $a \geq 0$ $\Leftarrow$ پاسخ عددی نامنفی است

د) $a \leq 0$ $\Leftarrow$ پاسخ عددی نامثبت است

تمرین: الف) فرض کنید $a < 0$ و $b < 0$ باشد، طرف دیگر تساوی های زیر را بدون قدر مطلق

بنویسید.

$$1) |a| \xRightarrow{\text{پاسخ منفی}} \left| \tilde{a} \right| = -a$$

$$۲) |b| \xRightarrow{\text{پاسخ}} \overbrace{|b|}^{\text{منفی}} = -b$$

$$۳) |-b| \xRightarrow{\text{پاسخ}} |-b| = \overbrace{|-b|}^{\text{مثبت}} = -b$$

$$۴) |ab| \xRightarrow{\text{پاسخ}} \overbrace{a \times b}^{\text{مثبت}} = ab$$

$- \times - = +$

چون حاصل ضرب دو عدد منفی همواره مثبت است پس علامت عبارت درون قدر مطلق مثبت می شود.

$$۵) |a + b| \xRightarrow{\text{پاسخ}} \overbrace{a + b}^{\text{منفی}} = -(a + b) = -a - b$$

$(-) + (-) = -$

چون حاصل جمع دو عدد منفی همواره منفی است پس علامت عبارت درون قدر مطلق منفی می شود.

ب) فرض کنید $a > 0$ و $b < 0$ باشد، طرف دیگر تساوی های زیر را بدون قدر مطلق بنویسید.

$$۱) |ab| \xRightarrow{\text{پاسخ}} \overbrace{a \times b}^{\text{منفی}} = -(ab) = -ab$$

$+ \times - = -$

$$۲) |a - b| \xRightarrow{\text{پاسخ}} \overbrace{a + b}^{\text{مثبت}} = a - b$$

$(+) - (-) = +$

پ) فرض کنید $a > 0$ و $c < 0$ باشد، طرف دیگر تساوی های زیر را بدون قدر مطلق

بنویسید.

$$۱) \left| \frac{ab}{c} \right| =$$

حل: چون علامت a و b مثبت و c منفی است بنابراین علامت کل عبارت $\frac{ab}{c}$ منفی می شود.

$$\left| \frac{ab}{c} \right| = -\frac{ab}{c}$$

$$۲) |abc^2| =$$

حل: علامت c^2 همواره مثبت است از طرفی علامت a و b نیز مثبت است بنابراین علامت کل عبارت

$|abc^2|$ مثبت می شود، بنابراین هنگام خروج از قدر مطلق تغییری نمی کند.

$$|abc^2| = abc^2$$

تمرین: فرض کنید $0 < x < 1$ باشد حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$|x - 5| + |x + 7| =$$

حل: با توجه به این که x عددی بین 0 و 1 است (مانند $0/2$) پس عبارت $x - 5$ همواره منفی است.

(مثلا $x - 5 = 0/2 - 5 = -4/8$) پس هنگام خروج از قدر مطلق، قرینه می شود.

از طرفی عبارت $x + 7$ همواره مثبت است. (مثلا $x + 7 = 0/2 + 7 = 7/2$) پس هنگام خروج از قدر

مطلق، تغییری نمی کند.

$$\left| \underbrace{-(x-5)}_{\text{منفی}} \right| + \left| \underbrace{x+7}_{\text{مثبت}} \right| = -x + 5 + x + 7 = 12$$

تمرین: فرض کنید $3 < x < 4$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|x - 4| + |x| =$$

حل: با توجه به این که x عدد بین ۳ و ۴ است (مانند $3/5$) پس عبارت $x - 4$ همواره منفی است.

(مثلاً $3/5 - 4 = -0/5$) پس هنگام خروج از قدرمطلق، قرینه می شود.

$$\left| \underbrace{-(x-4)}_{\text{منفی}} \right| + \left| \underbrace{x}_{\text{مثبت}} \right| = -x + 4 + x = 4$$

نکته: جذر توان دوم هر عدد با قدر مطلق آن عدد مساوی است. یعنی $\sqrt{a^2} = |a|$

مثال:

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$$

$$\sqrt{(+5)^2} = \sqrt{25} = 5 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{(+5)^2} = |+5| = 5$$

$$\sqrt{(-12)^2} = \sqrt{144} = 12 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{(-12)^2} = |-12| = 12$$

تمرین: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{(\sqrt{7} - 6)^2} = \left| \underbrace{\sqrt{7} - 6}_{\text{منفی}} \right| = -(\sqrt{7} - 6) = -\sqrt{7} + 6$$

$\sqrt{7 < 6} = \sqrt{36}$

$$\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = \left| \overbrace{1 - \sqrt{5}}^{\text{منفی}} \right| = -(1 - \sqrt{5}) = -1 + \sqrt{5}$$

$$\sqrt{(2\sqrt{6} - 5)^2} = \left| \overbrace{2\sqrt{6} - 5}^{\text{منفی}} \right| = -(2\sqrt{6} - 5) = -2\sqrt{6} + 5$$

$2\sqrt{6} = \sqrt{24} < 5 = \sqrt{25}$

$$5\sqrt{(\sqrt{11} - 4)^2} = 5 \times \left| \overbrace{\sqrt{11} - 4}^{\text{منفی}} \right| = -5(\sqrt{11} - 4) = -5\sqrt{11} + 20$$

$\sqrt{11} < 4 = \sqrt{16}$

$$\sqrt{(5 + \sqrt{17})^2} - \sqrt{17} = \left| \overbrace{5 + \sqrt{17}}^{\text{مثبت}} \right| - \sqrt{17} = 5 + \cancel{\sqrt{17}} - \cancel{\sqrt{17}} = 5$$

$$\sqrt{(12 - \sqrt{31})^2} + |5 - \sqrt{31}| = \left| \overbrace{12 - \sqrt{31}}^{\text{مثبت}} \right| + \left| \overbrace{5 - \sqrt{31}}^{\text{منفی}} \right|$$

$12 = \sqrt{144} > \sqrt{31}$ $5 = \sqrt{25} < \sqrt{31}$

$$= 12 - \sqrt{31} - (5 - \sqrt{31}) = 12 - \cancel{\sqrt{31}} - 5 + \cancel{\sqrt{31}} = 7$$

$$\sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - |-9\sqrt{10}| = \left| \overbrace{3 - \sqrt{10}}^{\text{منفی}} \right| - \left| \overbrace{-9\sqrt{10}}^{+9\sqrt{10}} \right| = -(3 - \sqrt{10}) - (+9\sqrt{10})$$

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{10}$

$$= -3 + \sqrt{10} - 9\sqrt{10} = -3 - 8\sqrt{10}$$

توجه: در فصل چهار خواهیم دید که برای جمع و تفریق رادیکال هایی که عبارت زیر رادیکال

آنها مساوی است، کافی است ضریب آن رادیکال ها را با هم جمع جبری کنیم. مثلاً

$$9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (9 - 2)\sqrt{5} = 7\sqrt{5} \quad \text{و} \quad \sqrt{7} - 4\sqrt{7} = (1 - 4)\sqrt{7} = -3\sqrt{7}$$

تمرین: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $x < 0, y < 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} =$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = \left| \overset{\text{منفی}}{\tilde{x}} \right| + \left| \overset{\text{منفی}}{\tilde{y}} \right| = -x - y$$

ب) $x < 0, y > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} =$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = \left| \overset{\text{منفی}}{\tilde{x}} \right| + \left| \overset{\text{مثبت}}{\tilde{y}} \right| = -x + y = y - x$$

پ) $x < 0, y < 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} =$

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} = \left| \overset{\text{منفی}}{\tilde{x}} \right| - \left| \overset{\text{منفی}}{\tilde{y}} \right| = -x - (-y) = -x + y = y - x$$

ت) $x < 0, y > 0 \Rightarrow \sqrt{(xy)^2} =$

$$\sqrt{(xy)^2} = \left| \overset{\text{منفی}}{\underbrace{x \times y}_{- \times + = -}} \right| = -(xy) = -xy$$

ث) $x < 0 \Rightarrow \Delta \sqrt{x^2} - x =$

$$\Delta \sqrt{x^2} - x = \left| \overset{\text{منفی}}{\tilde{x}} \right| - x = -\Delta x - x = -\epsilon x$$

۱- اگر $a < 0$, $b > 0$ آنگاه $|a - b| = b - a$ ص غ

۲- مجموعه عدد های گویا را می توان با محور اعداد نمایش داد. ص غ

۳- عدد $3/252252225...$ عددی گویا است. ص غ

۴- تساوی $\sqrt{a^2} = -a$ به ازای $a < 0$ همواره برقرار است. ص غ

۵- حاصل $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ برابر با مجموعه اعداد است.

۶- حاصل عبارت $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$ برابر است.

۷- اگر $x > 0$, $y > 0$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}$ برابر با است.

۸- عدد $0/345$ از عدد $0/34\bar{5}$ است. (بزرگتر-مساوی-کوچکتر)

۹- مقدار عبارت $|x| + x$ به ازای $x = -2$ برابر کدام گزینه است؟

الف) ۴ (ب) -۴ (ج) ۰ (د) ۲

۱۰- نمایش اعشاری کدام یک از کسرهای زیر مختوم است.

الف) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{8}{20}$ (ج) $\frac{5}{12}$ (د) $\frac{7}{11}$

۱۱- عدد $1 + \sqrt{3}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی است.

الف) ۱ و ۰ (ب) ۳ و ۴ (ج) ۲ و ۳ (د) ۱ و ۲

۱۲- کدام گزینه نادرست است.

الف) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ (ب) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ (ج) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$ (د) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$

۱۳- الف) بین $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{7}$ سه کسر بنویسید.

ب) نمایش اعشاری کسر $\frac{14}{55}$ متناوب است یا مختوم؟

۱۴- مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x < 3\}$ را روی محور نشان دهید.

سپس با توجه به مجموعه A درستی و نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف) $-2 \in A$ ب) $+3 \in A$ ج) $\sqrt{5} + 1 \in A$

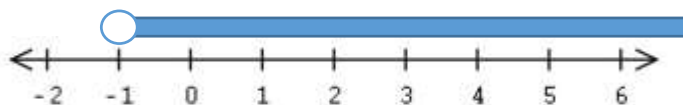
۱۵- بین دو عدد ۵ و ۶ چهار عدد گنگ بنویسید.

۱۶- عدد $3 - \sqrt{5}$ را روی محور نشان دهید.

۱۷- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\left(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right) \times \frac{5}{3} =$$

۱۸- با توجه به محور مجموعه ی متناظر را بنویسید.



۱۹- در مورد مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Q}' | -2 < x < 3\}$ کدام درست و کدام نادرست است.

$1/53553553 \dots \in A$ $\pi \notin A$ $\sqrt{5} \in A$ $-\frac{1}{3} \notin A$ $\frac{5}{3} \in A$

$-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} \in A$ $0 \in A$

۲۰- حاصل عبارت های زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بدست آورید.

$$\text{الف) } \left| 5 - \sqrt{5} \right| + \left| -4 - \sqrt{5} \right|$$

$$\text{ب) } \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} + -\sqrt{10}$$

۲۱- حاصل عبارت های زیر را به ازای مقادیر داده شده بنویسید.

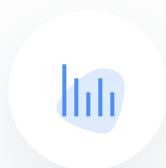
$$\text{الف) اگر } a = -2, b = 3, c = -4 \text{ باشد } |a + b| + 5|c - b|$$

$$\text{ب) اگر } a = -2, b = \sqrt{3}, c = 3 \text{ باشد } 2a - b + c$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد