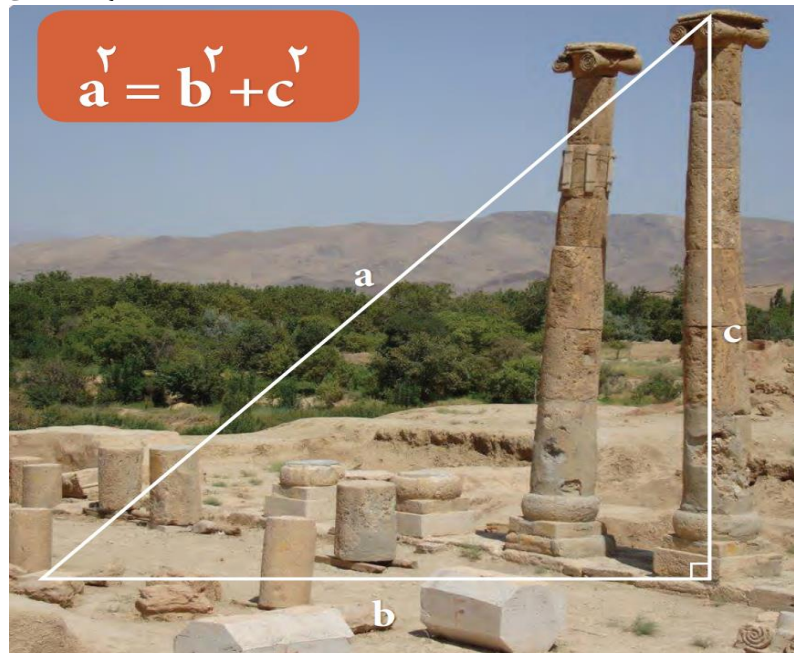


فصل ۵ عبارت های جبری



هدف کلی

یادگیری عبارت های جبری، اتحادها و نامعادله ها

در پایان فصل از دانش آموزان انتظار می رود:

- ۱- تشخیص عبارت های جبری و یاده کردن آنها
- ۲- یادگیری مفهوم اتحاد، انواع و کاربرد آنها
- ۳- استفاده از اتحادها در حل مسائل و قسمت مساحت ها
- ۴- آشنایی با نابرابری ها و نامعادله ها و استفاده از آنها در بعضی از مسائل

درس اول

هر عبارت که به صورت ضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد را یک جمله ای می نامیم. مانند:

$$\frac{3}{7}x^2, \sqrt{4}xyz^5, \dots$$

تعریف یک جمله ای: عبارتهایی که برعکس شرایط فوق دارای توان منفی، یا متغیر داخل قدر مطلق و یا متغیر با رادیکال و... یک جمله ای نیستند مانند:

$$\frac{1}{x} \xrightarrow{\text{طبق فصل ۴}} x^{-1} \quad 3\sqrt{x} \quad 2|x| \quad \underline{3x^2 - 4x}$$

تعریف چند جمله ای: عبارتی که شامل دو یا چند جمله ای باشد یک چند جمله ای است مانند: $3x^2 - 4x$ جمله ای که در بالا زیر آن خط کشیده شده است.

* اگر قسمت های حرفی دو یا چند جمله یکسان باشند به آن ها **متشابه** گفته می شود. مانند:

$$\frac{1}{3}x^2y, \sqrt{7}yx^2, -4x^2y$$

و اگر قسمت های حرفی و توان آن ها یکسان نباشد **نامتشابه** هستند. مانند:

$$4x^2 \quad \text{و} \quad 4x$$

مثال:

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

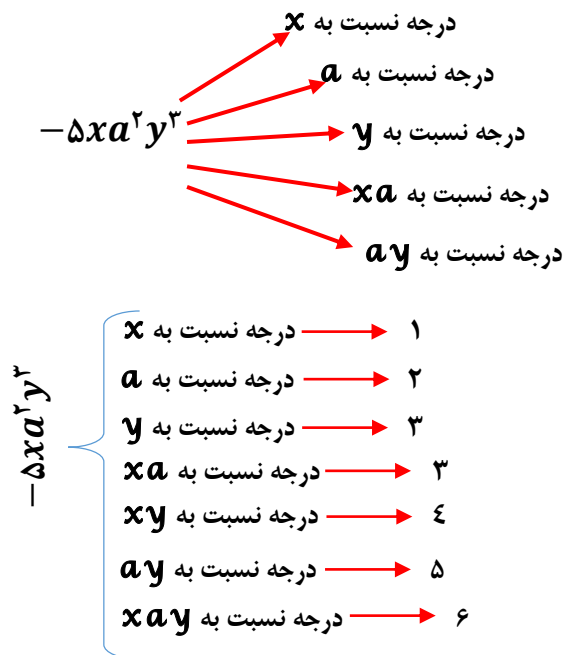
$$(2x^2y)(3x^2y^3) + xy^3(-5x^3y) =$$

راه حل: ابتدا دو پرانتز اول را در هم ضرب می کنیم یعنی عدد را در عدد ضرب کرده $2 \times 3 = 6$ و سپس $x^2 \times x^2 = x^4$ یعنی پایه مساوی، توان را جمع می کنیم و همینطور $y^3 \times y = y^4$ و در قسمت بعدی عبارت را در پرانتز ضرب کرده که البته xy^3 ضریب ندارد. پس ضریب آن را ۱ فرض کرده و در ۵- ضرب می کنیم که می شود خود ۵- و $x \times x^3 = x^4$ و $y^3 \times y = y^4$ پس در نهایت قسمت دوم می شود $-5x^4y^4$

حالا ساده می کنیم:

$$6x^4y^4 + (-5)x^4y^4 = 1x^4y^4 = x^4y^4$$

در یک جمله ای $-5xa^2y^3$ به ۵- ضریب و به xa^2y^3 متغیر با سه حرف گفته می شود که هر کدام دارای یک درجه هستند به طور کلی:



ولی اگر چند جمله ای داشته باشیم بالاترین درجه بین یک جمله ای ها را می نویسیم. مثل:



* عبارت های جبری را می توان به صورت نزولی x و یا y و ... مرتب کنیم. مثال:

ترین پرانتز را در نظر بگیریم و همه ی جملات را در ۲- ضرب کنیم

$$-2(3a^2 - 8ax) = -6a^2 + 16ax$$

همه ی جملات قرینه می شوند

$$-[4a^2 + 5ax - 6a^2 + 16ax] \xrightarrow{\text{و یا در منفی ضرب می کنیم}} -4a^2 - 5ax + 6a^2 - 16ax$$

سپس از اول می نویسیم:

$$\begin{aligned} & -3 - 5 - 16 = -24ax \\ & -5a^2 - 3ax + x^2 - 4a^2 - 5ax + 6a^2 - 16ax \\ & -5 - 4 + 6 = -3a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -3a^2 - 24ax + x^2 \xrightarrow{\text{حال مرتب می کنیم}} x^2 - 24ax - 3a^2 \\ & \text{بدون } x \quad \text{توان ۱} \quad \text{توان ۲} \end{aligned}$$

یعنی x^2

تدریس اتحادها: در کلاس هشتم اگر پرانتز با توان ۲ داشتیم به صورت ضرب نوشته:

$$(x + y)^2 = (x \times y) \times (x + y)$$

و دو پرانتز را در هم ضرب می کردیم:

این دو مساویند

$$x^2 + \overbrace{1xy + 1yx}^{\text{ضرب ۱ می دهیم}} + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

بطور خلاصه $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

که به این اتحاد مربع مجموع دو جمله
 دو برابر جمله اول در جمله دوم
 مربع جمله اول
 مربع جمله دوم
 جمله اول
 جمله دوم

مثال:

$$(3x + \sqrt{5})^2 = (3x)^2 + 2(3x) \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 9x^2 + 6\sqrt{5}x + 5$$

اتحاد مربع تفاضل دو جمله نیز همینطور به دست می آید.

$$(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - \underbrace{xy - yx}_{1xy=1yx} + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

اتحاد مزدوج:

$$(x + y)(x - y) = x^2 - \underbrace{xy + yx}_{\text{قرینه اند}} - y^2 = x^2 - y^2$$

مثال:

$$(1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5}) = 1^2 - \cancel{\sqrt{5}^2} = 1 - 5 = -4$$

اتحاد جمله ی مشترک:

$$(a + b)(x + b) = x^2 + \underbrace{xb + ax}_{\text{جمله ی متشابه اند}} + ab = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال:

$$n^2 - 10n + 25 = (n \quad)(n \quad)$$

برای نوشتن طرف دوم دو پرائتز را به صورت ضرب نوشته و متغیر n را مانند بالا می گذاریم.

$$\text{سپس باید دو عدد پیدا کنیم که جمع آن } -10 \text{ و ضرب آن } +25 \text{ شود.}$$

$$\begin{array}{cc} -5 & -5 \\ \hline -5 & -5 \end{array}$$

$$\text{پس قرار می دهیم } = (n - 5)(n - 5)$$

نکته: اتحاد جمله ی مشترک هر سه اتحاد دیگر قبل را شامل می شود. پس شما همواره در ساده

کردن می توانید از اتحاد جمله ی مشترک استفاده کنید.

تجزیه عبارت ها به دو صورت انجام می پذیرد

۱- **فاکتورگیری:** در عمل فاکتورگیری یا به صورت ضرب عامل ها اینگونه عمل می کنیم.

مثال:

$$5x^2y - 10xy^2 + 15y^2x$$

ابتدا اعداد را به عامل های اول تجزیه می کنیم و متغیرها را به صورت ضرب نوشته سپس قسمت

های مشترک را پیدا می کنیم:

$$5x^2y = 5xxy$$

$$10xy^2 = 2 \times 5xyy$$

$$15y^2x = 3 \times 5yyx$$

حال از قسمت مشترک اینگونه فاکتور می گیریم:

$$= 5xy(x - 2y + 3y) = 5xy(x + 1y)$$

۲- استفاده از اتحادها که همان کاربرد اتحاد ها می باشد.

مثال:

$$8ax^2 + 24axy + 18ay^2 =$$

$$2a(\underbrace{4x^2}_{2x \text{ جذر}} + 12xy + \underbrace{9y^2}_{3x \text{ جذر}}) = 2a(2x + 3y)^2$$

اتحاد مربع مجموع دو جمله

ابتدا از $2a$ فاکتور می گیریم سپس از اتحادها استفاده می کنیم.

درس سوم

نامعادله:

هر تساوی که به جای مساوی در آن علامت نامساوی یعنی $<$ یا $>$ قرار دهیم نامعادله نام دارد.

$$2x - 7 < 14$$

$$3x < 14 + 7$$

$$3x < 21$$

$$x < \frac{21}{3}$$

$$x < 7 \rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} | x < 7\}$$

مجموعه جواب نامعادله را به این صورت می نویسیم.

نامعادله مانند معادله حل می شود ولی اگر در قسمت آخر به عدد منفی تقسیم شود جهت نامعادله تغییر می کند. مانند:

$$4x - 5 \geq 7x + 10$$

$$-7x + 4x \geq 5 + 10$$

$$-3x \geq 15$$

$$x \leq \frac{15}{3}$$

$$x \leq -5$$

نکته: پس نتیجه می گیریم اگر طرفین نامعادله در عدد منفی ضرب یا تقسیم شود جهت نامعادله

تغییر می کند.

$$-6 < 7 \xrightarrow{\times -2} +12 \bigcirc -14 \rightarrow 12 > -14$$

می بینیم که -14 کوچکتر از $+12$ است پس جهت نامساوی تغییر میکند و این در نامعادله نیز به

همین ترتیب می باشد.

۱- عبارت زیر را بر حسب توان های نزولی x مرتب کنید.

$$-2x(4x^2y - 5x) - 6 - x =$$

۲- جاهای خالی را کامل کنید.

$$(\boxed{} - 3y)^2 = 25x^2 - \boxed{} + 9y^2$$

$$t^2 - \boxed{} = (t - \sqrt{7})(\boxed{} + \sqrt{7})$$

۳- عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 - 6x - 27 =$$

$$24a^2b - 16a^2 - 8a^2 =$$

$$(x + y)^2 - 36 =$$

۴- نامعادله های زیر را حل کنید.

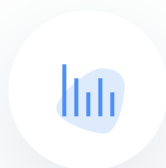
$$7x - 8 > 41 =$$

$$x + 17 < 5x - 3 =$$



اپلیکیشن درسی همیار

برنامه رایگان درسی همیار



تمام پایه ها

جواب کتاب ، تدریس و نمونه سوال



همیشه رایگان

برنامه همیار کاملا رایگان میباشد