



درس اول: عبارت های جبری و مفهوم اتحاد

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.۱. عبارت $4x = 3x + x$ یک اتحاد است. **ص**۲. درجه دو جمله ای $x^6y^5 + x^4y^3 - 4x^3y$ نسبت به x و y برابر ۸ است. **ص**۳. درجه یک جمله ای $5x^2y^3z - 5x^3y$ نسبت به دو متغیر x و z برابر ۲ است. **غ**۴. عبارت $\frac{2}{x}$ ، یک جمله ای است. **غ**۵. عبارت x^5 یک جمله ای است. **غ**۶. دو جمله ای $3x^2y^3$ و x^3y^2 با هم متشابه اند. **ص**۷. عبارت $2\sqrt{x}$ یک جمله ای است. **غ**۸. یک جمله ای های $3ab^3$ و $3a^3b^3$ متشابه اند. **غ**۹. درجه چند جمله ای $\frac{2}{x}xa^3b^5$ نسبت به همه متغیرها، مساوی ۹ می باشد. **ص**۱۰. عبارت $\frac{1}{x}$ یک جمله ای است. **غ**۱۱. عبارت $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ یک اتحاد است. **ص**۱۲. $x\sqrt{y}$ یک جمله ای است. **غ**

در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.

۱. درجه چند جمله ای $-4x^4 - 5xy^2 - 3x^2y$ نسبت به x مساوی **۴** است.۲. درجه یک جمله ای $5a^4xb^7$ نسبت به متغیر a برابر **۴** است.۳. درجه چند جمله ای $x^3 + 3x^2y^3$ بر حسب متغیر x برابر **۳** است.۴. درجه جمله $3x^4yz^2$ نسبت به متغیرهای x و z برابر **۶** است.۵. درجه یک جمله ای $5x^2yz^2$ نسبت به متغیر z برابر **۲** است.۶. یک جمله ای از دو قسمت **حروفی** و **عددی** تشکیل شده است.۷. ضریب عددی جمله $4ax^2$ برابر با **۴** است.۸. در چند جمله ای $m^4 - 4m^3 - 7m^2$ ، درجه نسبت به m برابر **۴** است.۹. درجه عبارت $3x^2y^3 - 4xy^2 + 5$ نسبت به x و y برابر با **۵** است.۱۰. ضریب عددی عبارت $\frac{\sqrt{3}a^2b}{5}$ عدد **$\frac{\sqrt{3}a^2b}{5}$** است.۱۱. درجه چند جمله ای $a^6b^5 - a^4b^6 - a^3b^5 + 3a^5b^4$ نسبت به همه متغیرهایش برابر **۹** است.۱۲. به تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای همه مقادیر برابر باشند، **اتحاد** می گوئیم.۱۳. ضریب عددی $\frac{\sqrt{5}}{2}xyz^2$ برابر با **$\frac{\sqrt{5}}{2}$** است.

۳.

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

۱. کدام یک از عبارت های زیر را می توان ساده نمود؟

$$\frac{x^2+5x}{x} \quad (۴)$$

$$\frac{x^2+5}{x^2-5} \quad (۳)$$

$$\frac{x^2+5}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{x^2+5}{x^2} \quad (۱)$$

۲. کدام یک از تساوی های زیر اتحاد است؟

$$x + 1 = 2 \quad (۴)$$

$$\sqrt{x^2} = x \quad (۳)$$

$$x + x = 2x \quad (۲)$$

$$2x = 2 \quad (۱)$$

۳. درجه چند جمله ای $x^2y - xy^2$ نسبت به تمام حروف برابر است با :

$$5 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۴. درجه یک جمله ای $5xy^2z^3$ نسبت به همه متغیرها یکش برابر است با ؟

$$3 \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$6 \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

۵. کدام یک عبارت های زیر یک جمله ای است؟

$$\sqrt{a} \quad (۴)$$

$$2xyz \quad (۳)$$

$$\frac{x}{y} \quad (۲)$$

$$|m| \quad (۱)$$

۶. ساده شده عبارت $\frac{a+ax}{a}$ کدام است؟

$$1+x \quad (۴)$$

$$1+ax \quad (۳)$$

$$ax \quad (۲)$$

$$1+a \quad (۱)$$

۷. مقدار عددی عبارت $(x^2 - y^2 - (y^2 - x^2))$ کدام است؟

$$9 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$0 \quad (۱)$$

$$x^2 - y^2 - (y^2 - x^2) = x^2 - y^2 - y^2 + x^2 = 2x^2 - 2y^2 = 2 \times \sqrt{3^2} - 2 \times (-\sqrt{2})^2 = 6 - 4 = 2$$

۸. عبارت $\frac{a+ax}{a}$ به چهار صورت ساده شده است. کدام درست است؟

$$\frac{a+ax}{a} = \frac{ax}{a} = 2x \quad (۴)$$

$$\frac{a+ax}{a} = a + x \quad (۳)$$

$$\frac{a+ax}{a} = a + x \quad (۲)$$

$$\frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1+x \quad (۱)$$

۹. کدام یک عبارت های زیر یک جمله ای است؟

$$\sqrt{2x} \quad (۴)$$

$$x^{-2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{x^{-2}} \quad (۲)$$

$$|x-1| \quad (۱)$$

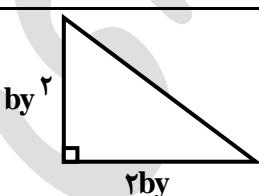
عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{2}x\right)^3 (4x)^2 + (3x)^2 x^3 = -\frac{1}{8}x^3 \times 16x^2 + 9x^2 \times x^3 = -2x^5 + 9x^5 = 7x^5$$

۴.

مساحت مثلث قائم الزاویه مقابل را به صورت عبارت جبری نوشت و تا حد امکان ساده کنید.

$$S = \frac{1}{2} \times by^2 \times 2by = b^2y^3$$



۵.

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و آن را بر حسب توان های نزولی x مرتب کنید.

$$(x^2 + 1) [(ax + b)^2 - a(ax^2 - bx)] = (x^2 + 1)[(ax)^2 + 2abx + b^2 - a^2x^2 + abx]$$

$$= (x^2 + 1)[3abx + b^2] = 3abx^2 + b^2x^2 + 3abx + b^2$$

$$5x^2y + 3x^3 - 4xy^2 + 3x^3 + 1 = 5x^2y + 5x^3y - 4xy^2 + 1$$

۶.

$$2x^3y^4 - 2xz - 5x^4 = -5x^4 + 2x^3y^4 - 2xz$$

حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت بنویسید و سپس به سوالات زیر پاسخ دهید.
 $(xy^3z^5)^3 + (x^4y^2z^2)^2 = x^3y^9z^{15} + x^8y^4z^4$

$x = \text{درجة}$

$y = \text{درجة}$

$z = \text{درجة}$

$= \text{درجة عبارات نسبت به همه متغیرها} = 27$

حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید؛ سپس تعیین کنید که عبارت حاصل چند جمله‌ای است؛ و همچنین عبارت ساده شده را بر حسب توان نزولی x مرتب کنید.

$(1 + 3x)(x - 3x^3 + 2) = -9x^3 + 6x^2 + 1x + 2$

ضرب	x	$-3x^2$	۲
۱	$1x$	$-3x^2$	۲
$3x$	$3x^2$	$-9x^3$	$6x^2$
جمع	$-9x^3$	$6x^2$	$1x+2$

کنید.

جدول مقابل را کامل

عبارت	متغیر	ضریب	x	درجه x	y یا z	درجه کل
$-2x^3y$	x^3y	-۲	۲		۱	۳
$\frac{x^3z^3}{3}$	x^3z^3	$\frac{1}{3}$	۳		۲	۵
xy^3	xy^3	۱	۱		۳	۴

درس دوم: اتحاد و تجزیه و کاربرد اتحاد ها

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱. عبارت $9 + 4(x + 3)^2 = x^2 + 12x + 36$ اتحاد مربع دو جمله‌ای است. **غ**
۲. عبارت $9 + 4x + 4x^2 = x^2 + 4x + 9$ اتحاد مربع دو جمله‌ای است. **ص**
۳. عبارت $9x^3 + 1$ قابل تجزیه شدن می باشد. **غ**
۴. حاصل $(x + 8)(x - 8) = x^2 - 64$ است. **غ**
۵. هر عبارت با درجه بیشتر از یک قابل تجزیه است. **غ**
۶. در هر تجزیه، الزاماً حاصل ضرب عوامل تجزیه در یکدیگر به عبارت اولیه منجر نمی شود. **غ**

در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.

۱. اتحاد مربع دو جمله‌ای، حالت خاصی از اتحاد.....**جمله مشترک**.....است.

۲. هر عبارتی که از اتحاد مربع تجزیه می شود با اتحاد.....**جمله مشترک**.....نیز تجزیه می شود.
- $$(2xy^2 + 3x^2y^4)^2 = 4x^2y^4 + 12x^3y^6 + 9x^4y^8$$
- $$(7x + 5)^3 = 49x^3 - 70x + 25$$
۳. اولین قدم در تجزیه در صورت امکان.....**فاکتور گیری**.....است.

<p>۷. گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>۱. کدام یک از عبارت های گویای زیر قابل ساده شدن است؟ (در تمامی گزینه ها مخرج کسرها مخالف صفر است.)</p> <p>$\frac{a^2-b^2}{a-b}$ (۴) $\frac{a^2+b^2}{b^2}$ (۳) $\frac{a^2+4}{4}$ (۲) $\frac{a^2+5}{a^2}$ (۱)</p> <p>۲. اگر $5 = \frac{1}{x} + x$ باشد، حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ برابر است با:</p> <p>$\left(\frac{1}{x} + x = 5\right)^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$</p> <p>۳۲ (۴) ۲۳ (۳) ۱۰ (۲) ۲۵ (۱)</p> <p>۳. کدام یک از عبارت های جبری زیر به کمک اتحاد مزدوج تجزیه می شود؟</p> <p>$x^3 - 2x^2$ (۴) $4x^2 - 9y^2$ (۳) $4x^2 + 9y^2$ (۲) $ax^2 - 7x$ (۱)</p> <p>۴. در جای خالی چه عددی قرار می گیرد؟</p> <p>$(t + 2\sqrt{3})(t - 2\sqrt{3}) = t^2 - \dots$</p> <p>۳۶ (۴) ۱۲ (۳) $-4\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۱)</p> <p>۵. در محاسبه حاصل ضرب عبارت $21 \times 20 \times 190$ استفاده از چه اتحادی کار را برای ما آسانتر می کند.</p> <p>۱) اتحاد مربع دو جمله ای ۲) اتحاد مزدوج ۳) اتحاد جمله مشترک ۴) هر سه مورد</p>

۸. طرف دیگر تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

$$(2a - 3)(2a + 3) = 4a^2 - 9$$

$$(2a - 5b)^2 = 4a^2 - 20ab + 25b^2$$

$$(2a + 5)^2 = 4a^2 + 20a + 25$$

$$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$$

$$(a^2 - 3)(a^2 + 3) = a^4 - 9$$

$$(x - 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$$

$$(3a - b)(3a + b) = 9a^2 - b^2$$

$$(x^2 - 2)^2 = x^4 - 4x^2 + 4$$

$$(2x + 4)(2x - 6) = 4x^2 - 4x - 24$$

$$(5x - 3)^2 = 25x^2 - 30x + 9$$

$$(a - \sqrt{y})(a + \sqrt{y}) = a^2 - y$$

$$(y + 5)^2 = y^2 + 10y + 25$$

$$(3y - 2x)^2 = 9y^2 - 12xy + 4x^2$$

$$(3a - 2b)(3a + 2b) = 9a^2 - 4b^2$$

$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^2 = x^4 - x + \frac{1}{x}$ $(-4a - 2z)(2z - 4a) = 16a^2 - 4z^2$ $\left(xy - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2y^2 - xy + \frac{1}{x^2}$ $\left(\frac{2}{3}x + \sqrt{3}\right)\left(\frac{2}{3}x - \sqrt{3}\right) = \frac{4}{9}x^2 - 3$ $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ $x^2 - \frac{1}{9} = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$ $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$ $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = x^2 - 5$ $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$	$(5a - 2)(2 + 5a) = 25a^2 - 4$ $(3a + c)^2 = 9a^2 + 6ac + c^2$ $(-5y + t)(t + 5y) = t^2 - 25y^2$ $(5a + 7b)^2 = 25a^2 + 7 \cdot ab + 49b^2$ $(3x + 4y)^2 = 9x^2 + 16y^2 + 24xy$ $(4x + 5y)^2 = 16x^2 + 25y^2 + 40xy$ $x^2 + 3x - 18 = (x + 6)(x - 3)$ $(2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 1$ $(1 + 2x)^2 = 1 + 4x + 4x^2$	تساوی های زیر را با استفاده از اتحاد ها کامل کنید.
$2/4^2 + 2(2/4)(3/6) + 3/6^2 = (2/4 + 3/6)^2 = 5^2 = 25$ $(1 \cdot 1)^2 = (1 \cdot \cdot + 1)^2 = 1 \cdot \cdot \cdot + 2 \cdot \cdot + 1 = 1 \cdot 2 \cdot 1$ $298 \times 302 = (300 - 2)(300 + 2) = 300^2 - 4 = 90000 - 4 = 89996$ $396 \times 404 = (400 - 4)(400 + 4) = 400^2 + 2 \times 400 - 16 = 160000 + 800 - 16 = 160784$ $997 \times 1003 = (1000 - 3)(1000 + 3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$ $(1395)^2 - (1394)^2 = (1395 - 1394)(1395 + 1394) = 1 \times 2789 = 2789$	$x^2 + 3x - 18 = (x + 6)(x - 3)$ $(2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 1$ $(1 + 2x)^2 = 1 + 4x + 4x^2$	حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بدست آورید.
$2/4^2 + 2(2/4)(3/6) + 3/6^2 = (2/4 + 3/6)^2 = 5^2 = 25$ $(1 \cdot 1)^2 = (1 \cdot \cdot + 1)^2 = 1 \cdot \cdot \cdot + 2 \cdot \cdot + 1 = 1 \cdot 2 \cdot 1$ $298 \times 302 = (300 - 2)(300 + 2) = 300^2 - 4 = 90000 - 4 = 89996$ $396 \times 404 = (400 - 4)(400 + 4) = 400^2 + 2 \times 400 - 16 = 160000 + 800 - 16 = 160784$ $997 \times 1003 = (1000 - 3)(1000 + 3) = 1000^2 - 3^2 = 1000000 - 9 = 999991$ $(1395)^2 - (1394)^2 = (1395 - 1394)(1395 + 1394) = 1 \times 2789 = 2789$	$(2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 1$ $(1 + 2x)^2 = 1 + 4x + 4x^2$	حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بدست آورید.

<p>اگر $y = 3(x+1)^2 - 7$ و $A = 2x^2 + 3y$ باشد. حاصل عبارت $B = 3(x+1)^2 - 7 - A$ را بدست آورید.</p> $\begin{aligned} 2A - B &= 2(2x^2 + 3y) - (3(x+1)^2 - 7) = 4x^2 + 6y - (3x^2 + 6x + 3 - 7) \\ &= 4x^2 + 6y - 3x^2 - 6x + 4 = x^2 + 6y - 6x + 4 \end{aligned}$. ۱۱
<p>اگر $x - \frac{1}{x} = 8$ باشد حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ را بدست آورید.</p> $\left(x - \frac{1}{x} = 8\right)^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 64 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 62$. ۱۲
<p>عبارت مقابله را به کمک اتحاد ساده کنید.</p> $\frac{3x^3 - 48x}{x^2 + 6x + 8} = \frac{3x(x^2 - 16)}{(x+2)(x+4)} = \frac{3x(x-4)(x+4)}{(x+2)(x+4)} = \frac{3x(x-4)}{(x+2)}$ $\frac{a^2 - 9}{3a + 9} = \frac{(a-3)(a+3)}{3(a+3)} = \frac{(a-3)}{3}$ $\frac{x^2 - 4}{1 \cdot x} \times \frac{5x^2}{x^2 - 2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{1 \cdot x} \times \frac{5x^2}{x(x-2)} = \frac{(x+2)}{2}$. ۱۳
<p>عبارت های زیر را با استفاده از فاکتور گیری و اتحادها تجزیه کنید.</p> <p>الف) اتحاد مربع</p> <ol style="list-style-type: none"> ۱) $abc - ab = ab(c - 1)$ ۲) $15ax + 10x^2 = 5x(3a + 2x)$ ۳) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$ ۴) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$ ۵) $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$ ۶) $16 + 24y + 9y^2 = (4 + 3y)^2$ ۷) $4x^2y^2 + 20xy + 25 = (2xy + 5)^2$ ۸) $121 + 22a + a^2 = (11 + a)^2$ ۹) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$ ۱۰) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$. ۱۴

$$11) m^r + m + \frac{1}{r} = \left(m + \frac{1}{r} \right)^r$$

$$12) 81x^r + 18xy + y^r = (9x + y)^r$$

$$13) 4x^r + 2x + 4 = (2x + 1)^r$$

$$14) 4x^r + 2x + \frac{1}{r} = \left(2x + \frac{1}{r} \right)^r$$

$$15) 9x^r + \frac{r}{3}x + \frac{r}{81} = \left(3x + \frac{r}{9} \right)^r$$

$$16) 9x^r + 3 \cdot x + 25 = (3x + 5)^r$$

$$17) x^r + 4x^r + 4 = (x^r + 2)^r$$

$$18) 25x^r + 1 \cdot x + 1 = (5x + 1)^r$$

$$19) 9x^r + 24x + 16 = (3x + 4)^r$$

$$20) x^r + 6x^r y + 9y^r = (x^r + 3y)^r$$

$$21) 27x^r + 18xy + 3y^r = 3(9x + y)^r$$

$$22) 9x^r - 12x^r + 4x^r = x^r(3 - 4x)^r$$

$$23) a^r x^r + 18a^r x^r + 18a = a(ax^r + 9)^r$$

$$24) 1 \cdot \dots + 12 \cdot b + 36b^r = (1 \cdot + 6b)^r$$

$$25) -x^r - 16x - 64 = -(x + 8)^r$$

$$26) a^r + \frac{5}{r}a + \frac{25}{16} = \left(a + \frac{5}{r} \right)^r$$

$$27) 2x^r - 8x^r + 8x = 2x(x - 4)^r$$

$$28) 4ax^r - 2 \cdot axy + 25ay^r = a(2x - 5y)^r$$

$$29) x^r - \frac{2}{r}x + \frac{1}{9} = \left(x - \frac{1}{r} \right)^r$$

$$30) 3a^r - 18a^r + 27a^r = 3(a - 3)^r$$

$$31) -x^r + 14xy - 49y^r = -(x - 7y)^r$$

$$۳۲) x^3 - 12x^2 + 36x = x \left(x^2 - \underbrace{12}_{2}x + \underbrace{36}_{4} \right) = x(x-4)(x-9)$$

$$۳۳) ۸x^3y - ۲۸x^2y^2 + ۲۸xy^3 = ۸xy(x^2 - ۴xy + ۴y^2) = ۸xy(x-2y)^2$$

$$۳۴) ۵x^3 - ۱۵x^2 + \frac{۵}{۴}x = ۵x \left(x^2 - ۳x + \frac{۱}{۴} \right) = ۵x \left(x - \frac{۳}{۲} \right)^2$$

$$۳۵) ۴(x+1)^2 - ۱۲(x+1) + ۹ = (۲(x+1) - ۳)^2 = (۲x-1)^2$$

ب) اتحاد مزدوج:

$$۱) ۹by^2 - ۴b = b(3y-2)(3y+2)$$

$$۲) x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

$$۳) x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1)$$

$$۴) ۲b^3 - ۲b = ۲b(b^2 - 1) = ۲b(b-1)(b+1)$$

$$۵) ۴x^2 - (۷ - ۳y)^2 = (2x - (7 - 3y))(2x + (7 - 3y))$$

$$۶) x^2 - ۹y^2 = (x-3y)(x+3y)$$

$$۷) ۴x^2 - y^2 = (2x-y)(2x+y)$$

$$۸) ۴x^2 - \frac{1}{4} = \left(2x - \frac{1}{2} \right) \left(2x + \frac{1}{2} \right)$$

$$۹) ۹x^2 - \frac{۴}{۸۱} = \left(۳x - \frac{۲}{۹} \right) \left(۳x + \frac{۲}{۹} \right)$$

$$۱۰) -۱۲۱ + a^2 = (-11+a)(11+a)$$

$$۱۱) (۳x-5)^2 - ۳۶ = (3x-5)^2 - 36 = (3x-11)(3x+1)$$

$$۱۲) (x-4)^2 - (x+5)^2 = (x-4-x-5)(x-4+x+5) = -12(2x-1)$$

$$۱۳) a^2 - ۸۱ = (a^2 - 9)(a^2 + 9) = (a-3)(a+3)(a^2 + 9)$$

$$۱۴) ۱۶m^4 - ۸۱m = m(4m^2 - 9)(4m^2 + 9) = m(2m-3)(2m+3)(4m^2 + 9)$$

$$۱۵) ۸۱x^2 - y^2 = (9x-y)(9x+y)$$

$$۱۶) -x^3 + ۶۴x = -x(x-8)(x+8)$$

$$۱۷) ۹x^2 - ۲۵ = (3x-5)(3x+5)$$

$$۱۸) x^r - ۱۵y^r = (x^r - ۴y)(x^r + ۴y) = (x - ۲\sqrt{y})(x + ۲\sqrt{y})(x^r + ۴y)$$

$$۱۹) ۲۷x^r - ۳y^r = ۳(۳x - y)(۳x + y)$$

$$۲۰) -۱۰۰ + ۳۶b^r = (-۱۰ + ۶b)(۱۰ + ۶b)$$

$$۲۱) (۵a + ۷)^r - (۳a + ۱)^r = (۵a + ۷ - ۳a - ۱)(۵a + ۷ + ۳a + ۱) = (۲a + ۶)(۸a + ۸)$$

$$۲۲) -x^r + ۶۴ = (-x + ۸)(x + ۸)$$

$$۲۳) a^r - \frac{۱۵}{۱۶} = \left(a - \frac{۵}{۴}\right)\left(a + \frac{۵}{۴}\right)$$

$$۲۴) x^{\lambda} - y^{\lambda} = (x^r - y^r)(x^r + y^r) = (x^r - y^r)(x^r + y^r)(x^r + y^r) = \\ = (x - y)(x + y)(x^r + y^r)(x^r + y^r)$$

۲۵)

$$۲۵) x^r - ۸۱y^r = (x + ۹y)(x - ۹y)$$

$$۲۶) x^r - ۳ = (x + \sqrt{۳})(x - \sqrt{۳})$$

$$۲۷) ۲۵x^r - ۱ = (۵x - ۱)(۵x + ۱)$$

$$۲۸) ۳a^r - ۲۷a^r = ۳(a^r - ۳a)(a^r + ۳a)$$

$$۲۹) ۴ax^r - ۲۵ay^r = a(۲x - ۵y)(۲x + ۵y)$$

$$۳۰) (\sqrt{۳}x - \sqrt{۵})(\sqrt{۵} + \sqrt{۳}x) = ۳x^r - ۵y^r$$

$$۳۱) ۱۲y^r - ۳x^r = ۳(۲y - x)(۲y + x)$$

ج) اتحاد جمله مشترک

$$۱) x^r + ۵x + ۶ = (x + ۳)(x + ۲)$$

$$۲) x^r - ۳x - ۱۰ = (x + ۲)(x - ۵)$$

$$۳) a^r + ۱۳a^r + ۳۶a = a \left(a^r + \overbrace{۱۳a}^{\text{جمع}} + \overbrace{۳۶}^{\text{ضرب}} \right) = a(a + ۹)(a + ۴)$$

$$۴) x^r - ۸x + ۱۵ = (x - ۳)(x - ۵)$$

$$۵) x^r - ۹x + ۱۸ = (x - ۶)(x - ۳)$$

$$6) x^3 + 3x^2 + 2x = x \left(x^2 + \overset{\text{جمع}}{3} x + \overset{\text{ضرب}}{2} \right) = x(x+1)(x+2)$$

$$7) x^2 - \overset{\text{ضرب}}{8} x + \overset{\text{جمع}}{12} = (x-2)(x-6)$$

$$8) a^3 + 7a^2 + 12a = a \left(a^2 + \overset{\text{جمع}}{7} a + \overset{\text{ضرب}}{12} \right) = a(a+3)(a+4)$$

$$9) x^3 - 8x^2 + 12x = x(x-3)(x-4)$$

$$10) x^2 - 11x + 24 = (x-3)(x-8)$$

$$11) x^2 + 2x - 35 = (x-5)(x+7)$$

$$12) -x^2 - 17x - 72 = -(x^2 + 17x + 72) = -(x+8)(x+9)$$

$$13) x^3 - 13x^2 + 36x = x \left(x^2 - \underset{\text{ص}}{\cancel{13}x} + \underset{\text{ص}}{\cancel{36}} \right) = x(x-4)(x-9)$$

$$14) 7x^3y + 35x^2y + 42xy = 7xy(x^2 + 5x + 6) = 7xy(x+2)(x+3)$$

$$15) 5x^2 - 15x^2 - 9 \cdot x = 5x(x^2 - 3x - 18) = 5x(x-6)(x+3)$$

$$16) b^2 - 11b + 28 = (b-4)(b-7)$$

$$17) x^2 + 2x - 24 = (x+6)(x-4)$$

$$18) x^2 - 14x + 24 = (x-2)(x-12)$$

$$19) x^2 + 5x - 24 = (x+8)(x-3)$$

$$20) x^3 + 3x^2 - 10x = x(x+5)(x-2)$$

درس سوم: نابرابری و نامعادله

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۵

۱. اگر $x - y = 1$ باشد پس $y < x$ است. \times

۲. اگر $x^2 > y^2$ باشد همواره $y > x$ است. \times

۳. اگر $a + b > 0$ آنگاه a, b هردو مثبت هستند. \times

۴. اگر $x^2 y < 0$ باشد همواره $y < 0$ است. ص

۵. اگر $a + 2 = b$ باشد. آنگاه $a > b$ است. \times

<p>۶. اگر $x - y = 3$ در این صورت $y < x$ است. غ</p> <p>۷. اگر $a + b < 0$ آنگاه a, b هردو منفی هستند. غ</p> <p>۸. نامساوی $a \leq b$ همواره درست است. غ</p> <p>۹. اگر $a^3c > -2b$ باشد، آن گاه $\frac{b}{c} > 0$ است. ص</p> <p>۱۰. اگر $a > b$ آنگاه همواره $-b < -a$ است. ص</p>	<p>۱۶. در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.</p> <p>۱. اگر $a^3b < 0$ باشد. آنگاه b همواره منفی است.</p> <p>۲. اگر $x + m = y$ ($m < 0$), رابطه $y < x$ همواره برقرار نیست.</p> <p>۳. با قرینه کردن دو طرف یک نابرابری، جهت نابرابری عوض میشود.</p> <p>۴. اگر a, b دو عدد مختلف العلامت و $a > b$ باشد. همواره رابطه $b^3 < ab$ برقرار نیست.</p> <p>۵. اگر $3m - n = 3$ در این صورت همواره $m < n$ است.</p> <p>۶. اگر $-\frac{2}{3}x \leq -2x$ باشد، آن گاه $x \geq \frac{1}{3}$ است.</p> <p>۷. اگر a, b, c منفی باشند $\frac{a^3b}{c}$ مثبت است.</p>
<p>۱۷. گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>۱. عبارت کلامی «سه برابر عددی منهای یک از پنج بزرگتر است.» با کدام گزینه برابر است؟</p> <p>الف) $3a - 1 > 5$ ب) $3a - 5 > 1$ ج) $3a - 1 < 5$ د) $5 > 3a - 1$</p> <p>۲. باشد، آن گاه جواب نا معادله $ax + b \leq 0$ کدام است؟</p> <p>$x \leq -\frac{b}{a}$ $x \geq -\frac{b}{a}$ $x \leq \frac{b}{a}$ $x \geq \frac{b}{a}$</p> <p>۳. اگر $a < b$ و $c < 0$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟</p> <p>الف) $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$ ب) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ج) $ac^2 > bc^2$ د) $ac < bc$</p> <p>۴. کدام یک از روابط زیر نادرست است؟</p> <p>الف) $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ب) $a < b \Rightarrow a - c < b - c$</p> <p>د) $a < b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$ ج) $a < b, c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$</p>	<p>۱۷. گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>۱. عبارت کلامی «سه برابر عددی منهای یک از پنج بزرگتر است.» با کدام گزینه برابر است؟</p> <p>الف) $3a - 1 > 5$ ب) $3a - 5 > 1$ ج) $3a - 1 < 5$ د) $5 > 3a - 1$</p> <p>۲. باشد، آن گاه جواب نا معادله $ax + b \leq 0$ کدام است؟</p> <p>$x \leq -\frac{b}{a}$ $x \geq -\frac{b}{a}$ $x \leq \frac{b}{a}$ $x \geq \frac{b}{a}$</p> <p>۳. اگر $a < b$ و $c < 0$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟</p> <p>الف) $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$ ب) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ج) $ac^2 > bc^2$ د) $ac < bc$</p> <p>۴. کدام یک از روابط زیر نادرست است؟</p> <p>الف) $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ ب) $a < b \Rightarrow a - c < b - c$</p> <p>د) $a < b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$ ج) $a < b, c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$</p>
<p>۱۸. در جای خالی علامت $= < >$ بگذارید.</p> <p>۱- اگر $2a = 4b$ در این صورت $a \dots > \dots b$</p> <p>۲- اگر $b - a = 5$ در این صورت $a \dots < \dots b$</p> <p>۳- اگر $b - a < a$ در این صورت $b = \dots$</p>	<p>۱۸. در جای خالی علامت $= < >$ بگذارید.</p> <p>۱- اگر $2a = 4b$ در این صورت $a \dots > \dots b$</p> <p>۲- اگر $b - a = 5$ در این صورت $a \dots < \dots b$</p> <p>۳- اگر $b - a < a$ در این صورت $b = \dots$</p>

مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آوردید، سپس مجموعه جواب را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

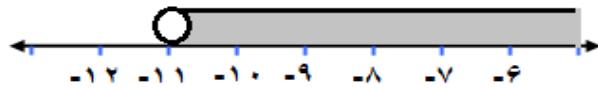
$$3 - 3x > -4(x + 2)$$

$$3 - 3x > -4x - 8$$

$$-3x + 4x > -8 - 3$$

$$\{x \in R \mid x > -11\}$$

$$x > -11$$



$$5(3 - 2x) \geq 5(1 - x)$$

$$15 - 10x \geq 5 - 5x$$

$$15 - 5 \geq -5x + 10x$$

$$10 \geq 5x$$

$$2 \geq x \quad \{x \in R \mid x \leq 2\}$$



$$4 + 2x \geq 5(x - 1)$$

$$4 + 2x \geq 5x - 5$$

$$4 + 5 \geq 5x - 2x$$

$$9 \geq 3x \quad x \leq 3$$

$$\{x \in R \mid x \leq 3\}$$

$$4(2x - 3) \geq 2x + 6$$

$$8x - 12 \geq 2x + 6$$

$$8x - 2x \geq 6 + 12$$

$$6x \geq 18 \quad x \geq 3$$

$$\{x \in R \mid x \geq 3\}$$



$$2(x - 2) \leq -2x + 4$$

$$2x - 4 \leq -2x + 4$$

$$4x \leq 8$$

$$x \leq 2$$

$$\{x \in R \mid x \leq 2\}$$

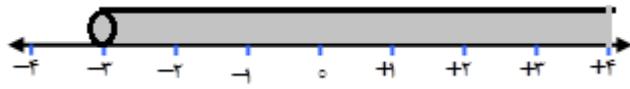


$$2(x - 5) \leq 8x$$

$$2x - 10 \leq 8x + 2$$

$$-12 \leq 6x \quad -2 \leq x$$

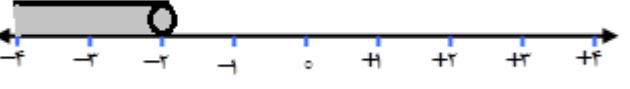
$$\{x \in R \mid x \geq -2\}$$



$$2x + 4 \geq 10 + 8x$$

$$-8 \geq 6x$$

$$-4 \geq x$$



$$\frac{3x + 5 \times 2}{2} \geq \frac{x - 2 \times 2}{2}$$

$$3x + 10 \geq x - 4$$

$$2x \geq -14 \rightarrow x \geq -7 \rightarrow \{x \in R \mid x \geq -7\}$$

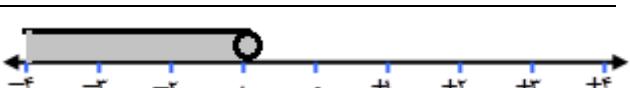


$$\frac{3x - 2}{5} \leq \frac{x - 2}{3}$$

$$9x - 6 \leq 5x - 10$$

$$4x \leq -4 \quad x \leq -1$$

$$\{x \in R \mid x \leq -1\}$$

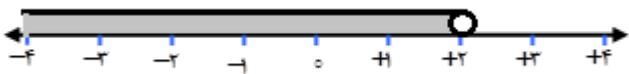


$$\frac{x-1}{3} < \frac{x-1}{6}$$

$$\frac{x \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 6}{2 \times 6} < \frac{(x-1) \times 2}{6 \times 2}$$

$$4x - 6 < 2x - 2$$

$$2x < 4 \rightarrow x < 2 \rightarrow \{x \in R / x < 2\}$$



$$x^2 + \frac{x}{4} \leq (x-1)^2$$

$$x^2 + \frac{x}{4} \leq x^2 + 2x + 1$$

$$-4x \leq \frac{15}{4} \rightarrow x \geq -\frac{15}{4} \rightarrow \{x \in R / x \geq -\frac{15}{4}\}$$



$$3(-2x+6) \geq -12x-6$$

$$-6x + 18 \geq -12x - 6$$

$$6x \geq -12 \quad x \geq -2$$

$$\{x \in R / x \geq -2\}$$

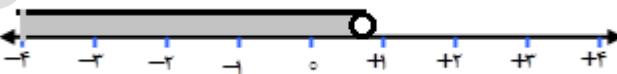


$$\frac{3}{2}x > 4x - 2$$

$$3x > 8x - 4$$

$$4 > 5x \quad \frac{4}{5} > x$$

$$\{x \in R / \frac{4}{5} > x\}$$

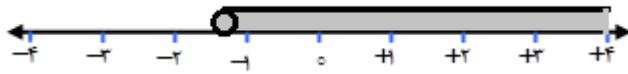


$$\frac{x+3}{3} - 1 \leq \frac{3x}{4} + \frac{5}{4}$$

$$8x + 18 - 12 \leq 9x + 15$$

$$-4 \leq 3x \quad \frac{-4}{3} \leq x$$

$$\{x \in R / \frac{-4}{3} \leq x\}$$



خود ارزیابی فصل ۵

درستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (۲۵/۱ نمره)A. دو عبارت $-3x^3y^2$ ، $-3xy^3$ مشابهند.B. عبارت $x(x-2) = x^3 - 2x^2$ یک اتحاد است.C. دو عبارت $3 + 2a$ و $2a - 3$ مزدوج یکدیگرند.D. $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$ E. اگر $a > b$ آنگاه $-a < -b$

کامل کنید. (۱ نمره)

A. در عبارت $4y^4 - 4y^3x^3 - 3x^2y^3 - 3x^3y^4$ درجه نسبت به x, y برابر است.B. $(3x+5)^3 = 9x^3 + 30x^2 + 25$ C. اگر a, b آنگاه $ab < 0$ مختلف العلامه هستند.D. اگر a, b, c منفی باشند $\frac{a^2b}{c}$ عددی مثبت است.

سوالات چهار گزینه ای. (۱ نمره)

A. حاصل عبارت $(\sqrt{20} + 4)(\sqrt{20} - 4)$ برابر با کدام گزینه است؟

-۱۶

-۴

۱۶

(الف) ۴

B. تجزیه شده عبارت $9 + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x}$ برابر با کدام گزینه است؟ $(\frac{1}{x} + 3)^2$ $(\frac{3}{x} + 1)^2$ $(\frac{1}{x} + 6)^2$ $(\frac{1}{x^2} + 9)^2$ C. در تجزیه شده $x^3 - x^6$ کدام گزینه وجود ندارد؟۱ - x ج) $x + 1$ $x - 1$ الف) x D. اگر $a < b < 0$ و $c < 0$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$ ج) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ $ac^2 > bc^2$ الف) $ac < bc$

دور یک جمله ای ها خط بکشید. (۱ نمره)

 $-\sqrt{5}$ $\frac{3a}{b-1}$ $\sqrt{5x}$ $\frac{4a}{bc}$ $\frac{x^2y}{\sqrt{2}}$

عبارت کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) مجموع نصف عدد x و سه برابر عدد y از ۱۰ بزرگ تر است.ب) سه برابر ربع عدد a از دو برابر ثلث b ناییشتراست.ج) محیط مستطیلی به ابعاد ۳ و ۵ از محیط مستطیلی به ابعاد x, y کمتر نیستعبارات زیر را ساده کنید و بر حسب توان نزولی x مرتب کنید. (۲ نمره)

$$5x^4y(-2xy^3 + 5x^3y - y^2) = -10x^5y^3 + 25x^7y^2 - 5x^4y^3$$

$$(1-x)(x^2 + x + 1) = x^3 + x^2 - x^2 - x = 1-x^3$$

(الف) عبارت کلامی زیر را به صورت عبارات جبری بنویسید. (۲۵ نمره)

$$2x-5 \geq \sqrt{3} \quad \text{مجموع دو برابر عددی با عدد } 5 - \text{بزرگتر یا مساوی } \sqrt{3}$$

ب) در جای خالی $<$ یا $>$ را قرار دهید. اگر $\frac{a-b}{-3} = 2$ آنگاه a

ج) به کمک کاربرد اتحادها حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$101 \times 95 = (100 + 1)(100 - 5) = 100^2 - 4 \times 100 - 5 = 10000 - 400 - 5 = 9595$$

$$55^2 - 45^2 = (55 + 45)(55 - 45) = 100 \times 10 = 1000$$

حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید. (۲۵/۲ نمره)

$$(x + 2y - 3)^2 = x^2 + 4y^2 + 9 - 4xy - 6x - 12y$$

$$(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x + 1) = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

$$(2x^2 - 3)(2x^2 + 11) = 4x^4 + 16x^2 - 33$$

عبارات زیر را تجزیه کنید. (۲۵/۲ نمره)

$$x^4 - 100 = (x^2 - 10)(x^2 + 10)$$

$$x^3 - 16x^2 + 64x = x(x - 8)^2$$

$$x^4 - x^2 - 56 = (x^2 - 8)(x^2 + 7)$$

الف) نامعادله زیر را حل کنید. (۲۵/۲ نمره)

$$\frac{(2a-1) \times 2}{3 \times 2} + \frac{a \times 3}{2 \times 3} \leq \frac{a-1}{6}$$

$$4a-2+3a \leq a-1 \rightarrow 6a \leq 1 \rightarrow a \leq \frac{1}{6}$$

ب) با تشکیل نامعادله های زیر را حل کنید.

A. اعداد حقیقی بباید که اگر از آنها ۴ واحد کم کنیم حاصل کمتر یا مساوی دو برابر آن عدها باشند.

$$a-4 \leq 2a \rightarrow -4 \leq a$$

B. محیط یک مستطیل باید از ۸۰ متر بیشتر باشد اگر طول آن ۲۰ متر باشد عرض آن چه اعدادی میتوانند باشند؟

$$40 + 2a \leq 80 \rightarrow 2a \leq 40 \rightarrow a \leq 20$$